

Оптимальное планирование эксперимента на основе симплекс-метода

КОШЕВОЙ Н. Д., СУХОБРУС Е.А.

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт»

Предложен метод поиска оптимального или близкого к оптимальному по стоимости реализации многоуровневого плана многофакторного эксперимента, позволяющий производить поиск вручную без использования ЭВМ или сократить время поиска при реализации на ЭВМ. Для автоматизации процесса поиска разработано программное обеспечение на языке «Free Pascal».

Запропоновано метод пошуку оптимального або близького до оптимального за вартістю реалізації багаторівневого плану багатofакторного експерименту, що дозволяє проводити пошук вручну без використання ЕОМ або скоротити час пошуку при реалізації на ЕОМ. Для автоматизації процесу пошуку розроблено програмне забезпечення на мові «Free Pascal».

A method for finding the optimal or close to the optimum implementation value of a multi-level multifactorial experiment plan, allowing search by hand without a computer or to reduce the search time when implemented on a computer are proposed. To automate the process of search the software in the language of «Free Pascal» was developed.

Постановка задачи. Изменение порядка проведения опытов существенно влияет на стоимость реализации эксперимента. При увеличении количества рассматриваемых вариантов усложняется поиск плана с наименьшей стоимостью. Основная трудность поиска состоит в быстром росте количества вариантов перестановок в зависимости от количества факторов и количества их уровней. В связи с этим актуальной является проблема проведения анализа многоуровневых планов многофакторного эксперимента в оптимальные временные промежутки.

Анализ последних исследований и публикаций. Известны программы [1,2] поиска оптимальных по стоимостным и временным затратам комбинаторных планов многофакторного эксперимента для количества уровней факторов от 2 до 5. В основе работы программ [1,2] лежит генерация комбинаторных планов многофакторного эксперимента, оценка их характеристик, отбор оптимального по стоимости реализации варианта. Основным недостатком данных программ является необходимость анализа большого количества вариантов перестановок и, следовательно, невозможность проведения поиска вручную или увеличение времени счета на ЭВМ.

Цель статьи. Разработка метода поиска оптимизированного по стоимости реализации многоуровневого плана многофакторного эксперимента, позволяющего проводить поиск вручную, и программного обеспечения для реализации этого метода, позволяющее сократить время счета на ЭВМ.

Основная часть. Предложен метод поиска на основе симплекс-метода, позволяющий получать оптимальные и близкие к оптимальным по стоимости реализации многоуровневые планы многофакторного эксперимента. Суть метода заключается в том, что многофакторный план представляется в виде выпуклого многогранника в многомерном пространстве, вершины многогранника соответствуют значениям уровней факторов плана. Последовательное перемещение на каждом шаге той вершины многогранника, стоимость установки которой на другой уровень минимальна, позволяет получить оптимальный или близкий к

оптимальному по стоимости реализации план эксперимента.

Основным достоинством метода является возможность реализации поиска оптимального плана вручную без применения ЭВМ, а также сокращение времени счета при его реализации на ЭВМ.

Эффективность предложенного метода, в частности, проверялась на примере плана эксперимента для трех факторов, варьируемых на двух уровнях каждый: +1 и -1. Стоимости изменений значений уровней факторов приведены в табл. 1.

Таблица 1. Стоимости изменений значений уровней факторов

Стоимости изменений, усл. ед.	Обозначение факторов		
	X ₁	X ₂	X ₃
из «-1» в «+1»	3	5	7
из «+1» в «-1»	5	2	5

Исходный и оптимизированный планы представлены в табл. 2. Для данного плана эксперимента многогранником будет треугольник в трехмерном пространстве.

Таблица 2. Исходный и оптимальный план эксперимента

Номер опыта	Исходный план			Номер опыта	Оптимизированный план		
	Обозначение факторов				Обозначение факторов		
	X ₁	X ₂	X ₃		X ₁	X ₂	X ₃
1	-1	-1	-1	4	-1	+1	+1
2	-1	-1	+1	2	-1	-1	+1
3	-1	+1	-1	6	+1	-1	+1
4	-1	+1	+1	8	+1	+1	+1
5	+1	-1	-1	7	+1	+1	-1
6	+1	-1	+1	5	+1	-1	-1
7	+1	+1	-1	1	-1	-1	-1
8	+1	+1	+1	3	-1	+1	-1

Оптимизация данного плана эксперимента вручную осуществляется в следующем порядке:

1. Выбирается строка, переход на которую максимален по стоимости. Таким образом, позиция 1 установки треугольника в координатах $(-1;+1;+1)$ представлена на рис. 1.

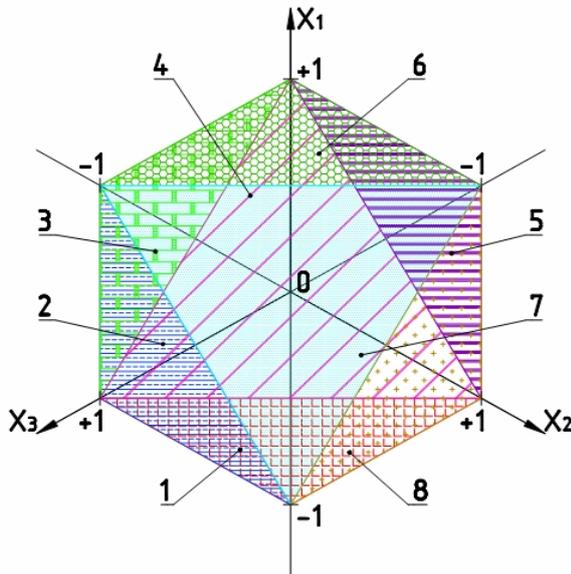


Рис. 1. Графическое представление реализации метода для плана 2^3

2. Выбор вершины, перемещение которой минимально по стоимости. Перемещаем вершину X_2 , получаем новую строку плана. Треугольник на рис.1 переходит в позицию 2 $(-1;-1;+1)$.

3. Перемещаем вершину X_1 , поскольку стоимость её перемещения наименьшая среди остальных вершин. Треугольник переходит в новую позицию 3 $(+1;-1;+1)$.

4. Перемещение всех трех вершин равнозначно по стоимости, выбираем первую по порядковому номеру – X_1 , ее перемещение ведет к появлению уже встречавшейся строки, поэтому перемещаем следующую вершину – X_2 . Получаем новую строку плана, треугольник переходит в позицию 4 $(+1;+1;+1)$.

5. Перемещаем минимальную по стоимости перемещения вершину X_2 , получаем повторяющуюся строку. Выбираем следующую по возрастанию стоимости вершину. Вершины X_1 и X_3 равнозначны по стоимости перемещения, выбираем первую по порядковому номеру X_1 , получаем повторяющуюся строку. Поэтому перемещаем вершину X_3 , получаем новую строку плана. Треугольник переходит в позицию 5 $(+1;-1;-1)$.

6. Перемещаем минимальную по стоимости перемещения вершину X_2 , получаем новую строку плана. Треугольник переходит в позицию 6 $(+1;+1;-1)$.

7. Перемещение вершин X_1 и X_2 равноценно, перемещаем первую по порядковому номеру из них X_1 , получаем новую строку плана. Треугольник переходит в позицию 7 $(-1;-1;-1)$.

8. Перемещаем минимальную по стоимости перемещения вершину X_1 , получаем повторяющуюся строку. Перемещаем следующую по возрастанию стоимости вершину – X_2 , получаем новую строку плана. Треугольник переходит в позицию 8 $(-1;+1;-1)$.

Стоимость реализации исходной матрицы составляет 58 усл.ед., оптимальная стоимость реализации, полученная методом полного перебора (40320 вариантов), составляет 25 усл.ед., стоимость реализации плана эксперимента, полученного предложенным методом, составляет 27 усл.ед. Таким образом, метод позволил получить близкий к оптимальному по стоимости реализации план эксперимента без применения ЭВМ.

Для автоматизации предложенного метода разработано программное обеспечение. Разработанное программное обеспечение реализовано на языке «Free Pascal». Алгоритм программного обеспечения, схема которого представлена на рис. 2, работает следующим образом:

Шаг 1. Объявление переменных, используемых в программном обеспечении, и присвоение им начальных значений.

Шаг 2. Осуществляется считывание из входного файла данных о количестве анализируемых факторов, матрице исходного плана эксперимента и стоимости изменений значений факторов.

Шаг 3. Производится оценка стоимости реализации исходной матрицы планирования.

Шаг 4. На основании данных о стоимости изменений значений факторов выбирается строка, переход на которую имеет максимальное стоимостное значение.

Шаг 5. Производится генерация матрицы вариантов значений уровней, в которые могут перейти факторы и соответствующей матрицы стоимостей переходов. В матрице стоимостей осуществляется поиск наименьшего значения. Новая строка плана записывается как предыдущая с перемещением соответствующего фактора на уровень с минимальной стоимостью перехода.

Шаг 6. Проверяется значение переменной *scet*, суммирующей количество повторяющихся строк, в которые можно было бы перейти.

Шаг 7. Осуществляется проверка наличия равноценных по стоимости перемещения уровней факторов.

Шаг 8. В случае наличия в строке равноценных по стоимости перемещения уровней факторов, в матрицу повторений заносится информация о номере строки, значении стоимости, количестве его повторений и порядковом номере выбранного повторения.

Шаг 9. Выполняется проверка содержится ли полученная строка в выходной матрице. При положительном результате в матрицу исключений заносится информация о позиции уровня фактора, в который нельзя перейти из данной строки, и осуществляется возврат к шагу 5. При отрицательном результате полученная строка заносится в выходную матрицу.

Шаг 10. Если на шаге 6 переменная *scet* имеет значение

$$scet = k \cdot (koliz - 1), \quad (1)$$

где k – количество факторов;

$koliz$ – количество уровней,

то есть все строки, в которые можно перейти, уже содержатся в выходной матрице, то осуществляется возврат к строке, содержащей равноценные по стоимости перемещения уровни факторов.

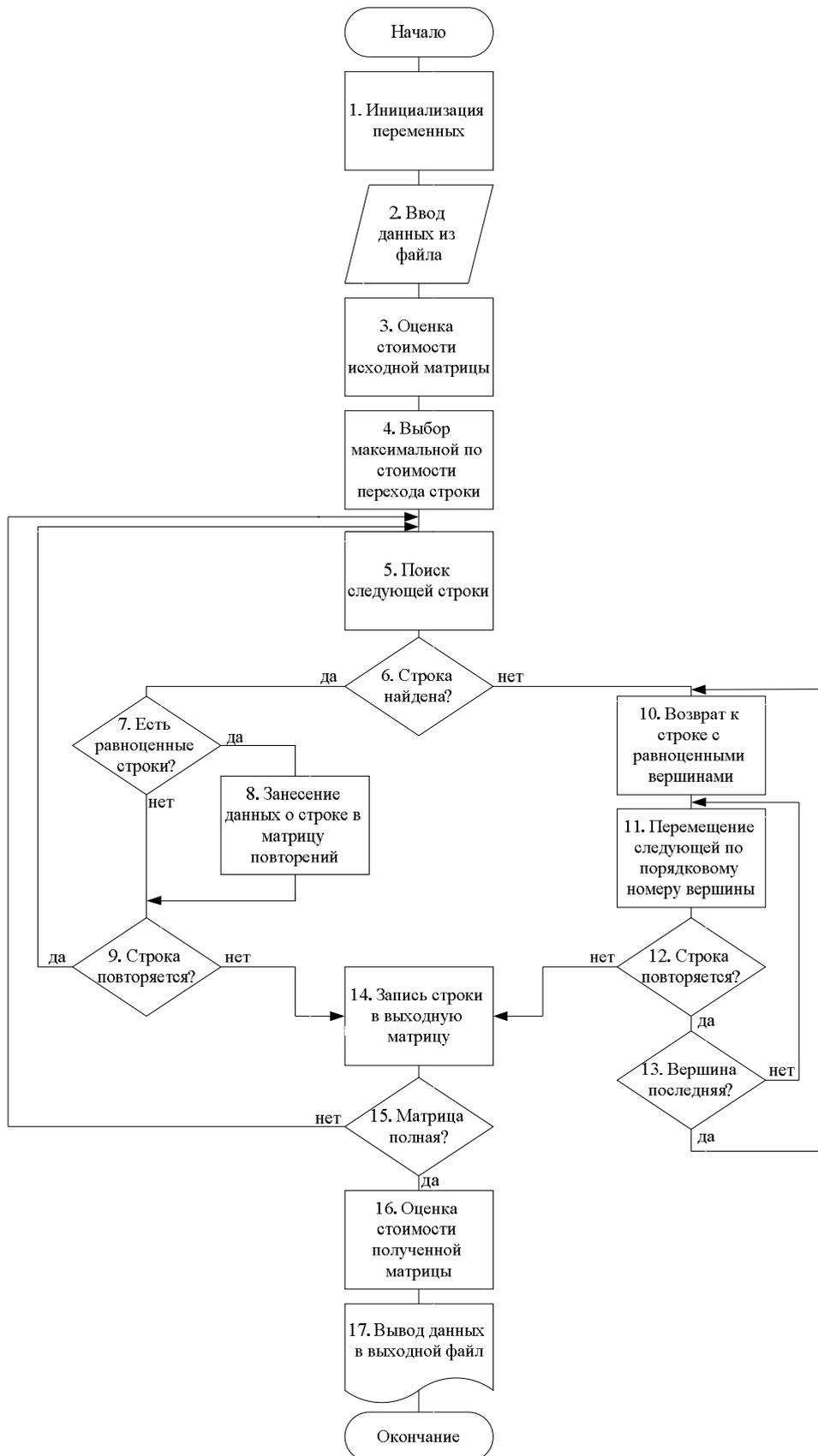


Рис. 2. Схема алгоритма поиска оптимального плана эксперимента на основе симплекс-метода

Шаг 11. Выбирается следующий по порядковому номеру вариант. Строка матрицы планирования перезаписывается с перемещением выбранного уровня фактора.

Шаг 12. Выполняется проверка содержится ли полученная строка в выходной матрице. При отрицательном результате полученная строка заносится в выходную матрицу. При положительном результате осуществляется переход на шаг 13.

Шаг 13. Осуществляется проверка является ли перемещенный на шаге 11 уровень фактора последним из равноценных по стоимости перемещения. При отрицательном результате производится переход на шаг 11 с увеличением порядкового номера варианта на единицу. При положительном результате производится переход на шаг 10 к предыдущей строке, содержащей равноценные по стоимости перехода уровни факторов.

Шаг 14. Производится запись полученной строки в выходную матрицу планирования.

Шаг 15. Выполняется проверка достижения требуемого количества строк выходной матрицы. Если

выходная матрица не достигла требуемого количества строк, то производится переход к шагу 5.

Шаг 16. Оценивается стоимость реализации выходной матрицы планирования.

Шаг 17. В выходной файл заносятся данные об исходной и выходной матрицах планирования, стоимости их реализации, соотношении этих стоимостей и времени счета.

Был проведен сравнительный анализ разработанного программного обеспечения с программой поиска оптимальных многоуровневых комбинаторных планов многофакторного эксперимента [1] по основным функциональным характеристикам. Сравнение проводилось на примере поиска оптимального по стоимости реализации плана эксперимента, исходная матрица планирования для которого представлена в табл. 2, а стоимости изменения значений уровней факторов – в табл.1. Результаты проведенного сравнительного анализа представлены в табл. 3.

Таблица 3. Сравнительный анализ разработанной и известной программ

Параметры	Программа поиска оптимальных многоуровневых комбинаторных планов многофакторного эксперимента	Разработанное программное обеспечение
Объем занимаемой памяти ЭВМ, Кб	11,552	10,711
Количество рассматриваемых вариантов перестановок, шт.	40320	8
Полученное оптимальное/близкое к оптимальному значение стоимости реализации эксперимента, усл. ед.	25	27
Время счета, сек.	2	менее 0,01
Возможность реализации вручную	-	+

Выводы

В статье предложен метод поиска оптимального или близкого к оптимальному по стоимости реализации многоуровневого плана многофакторного эксперимента, позволяющий производить поиск вручную без использования ЭВМ или сократить время поиска при реализации его на ЭВМ. Приведен пример поиска оптимального плана эксперимента с использованием данного метода.

Для автоматизации процесса поиска разработано программное обеспечение на языке «Free Pascal». Проведен сравнительный анализ разработанного программного обеспечения с программой поиска оптимальных многоуровневых комбинаторных планов многофакторного эксперимента по основным функциональным характеристикам. Показано, что разработанное программное обеспечение позволяет без полного перебора всех вариантов перестановок получить оптимальные или близкие к оптимальным по

стоимости реализации многоуровневые планы многофакторного эксперимента за время счета менее 0,01 сек.

ЛИТЕРАТУРА

1. Комп'ютерна програма "Програма пошуку оптимальних багаторівневих комбінаторних планів багатofакторного експерименту" / М. Д. Кошовий, О. М. Костенко, В. А. Дергачов: Свід. про реєстр. автор. права на твір № 31824. – Зареєстр. в Держ. департ. інтелектуальної власності Мін. освіти і науки України; Реєстр. 28.01.2010р.
2. Кошевой Н.Д. Применение метода ветвей и границ для оптимизации композиционных планов второго порядка / Н.Д. Кошевой, Е.М. Костенко, А.С. Чуйко // Збірник наукових праць військового інституту Київського національного університету імені Тараса Шевченка, Київ. – Вип. 25. – 2010. – С. 95 – 101.

пост. 27.12.11.