

9. V. Nikulshin, C. Wu, V. Nikulshina. Exergy efficiency calculation of energy intensive systems. Exergy, an International Journal 2 (2002) pp. 78–86.
10. V. Nikulshin, L. Andreev. Exergy efficiency of complex systems, in: Proc. of International Conference of Ocean Technology and Energy, Imari, Japan, 1999, pp. 162–171.
11. Андреев Л.П. Обобщенное уравнение связи к.п.д. энергоиспользующей установки и к.п.д. её элементов / Известия вузов СССР. Сер. Энергетика. 1982, №3.- С. 77-82.
12. Кафаров В.В., Перов В.Л., Иванов В.А., Бобров Д.А., Емельянов В.И. Оценка термодинамической эффективности химико-технологических систем. Труды МХТИ им. Д.И. Менделеева. Выпуск LXXXVIII, 1975, С. 18-24.
13. Кафаров В.В., Перов В.Л., Иванов В.А., Бобров Д.А., Емельянов В.И. О термодинамической эффективности типовых процессов химической технологии. Труды МХТИ им. Д.И. Менделеева. Выпуск LXXXVIII, 1975, С. 24-32.

пост. 12.06.09

## Математическая модель намораживания металла на микрохолодильник

*МОЧАЛОВ А.А., ШАПОВАЛ Н.А.*

Национальный университет кораблестроения им. адм. Макарова, г. Николаев

Разработана математическая модель кристаллизации жидкого металла на поверхности микрохолодильников, при движении их в расплаве под действием неоднородного магнитного поля. А также проведен анализ влияния теплофизических параметров жидкого металла и частицы на толщину намороженной корочки.

Розроблено математичну модель кристалізації рідкого металу на поверхні мікрохолодильників, при їх русі в расплаві під дією неоднорідного магнітного поля. А також проведено аналіз впливу теплофізичних параметрів рідкого металу та частинки на товщину намороженої корочки.

The mathematical model of liquid metal crystallization on the microcoolers surface during their moving caused by not uniform magnetic field is developed. Also the liquid metal thermophysical parameters and the frozen shell thickness.

Медленное развитие прогрессивных технологий разливки стали в нашей стране вызвано тем, что природа и физическая сущность многих гидродинамических, теплофизических и кристаллизационных процессов формирования литых изделий на сегодняшний день не ясна. Не совсем понятны механизм выделения тепла кристаллизации и образования переохлажденных объемов расплавов на границе затвердевания, динамика гидродинамических, конвективных и диффузионных процессов в зоне двухфазного состояния стали, формирования зональной ликвации и ряда других процессов. Качество литого металла и увеличение производительности различных методов передела жидких металлов могут быть реализованы за счет создания эффективных методов управления и автоматизации процессами кристаллизации стали.

В настоящее время процесс получения непрерывного слитка больших размеров традиционным способом исчерпал свои возможности. Увеличение размеров слитка приводит к увеличению скорости разливки стали, увеличению глубины жидкой лунки и, как следствие, к увеличению габаритов установки непрерывного литья заготовок. Отвод теплоты фазового перехода ухудшается за счет увеличения термического сопротивления затвердевшей корочки металла [4,5,7]. Увеличивается продолжительность кристаллизации слитка и интенсифицируются конвективные процессы в жидкой лунке слитка, способствующие возникновению в его сечении неод-

родностей: температурной и концентрационной [3,4], что не позволяет совмещать получение данного непрерывного слитка с непрерывной прокаткой.

Для того чтобы совместить непрерывный слиток с установкой непрерывной прокатки, необходимо создать условия объемной кристаллизации в жидкой лунке непрерывного слитка и отводить теплоту фазового перехода изнутри жидкой лунки. Достижение объемной кристаллизации возможно с использованием микрохолодильников и неоднородного магнитного поля с гра-

диентом  $\frac{dB}{d\tau}$  [6]. Такой способ получения непрерывного

слитка позволяет избежать тех недостатков, которые присущи традиционному способу получения непрерывного слитка (концентрационная и температурная неоднородность по сечению слитка).

В данной работе поставленная задача заключается в разработке способа разливки металла на установке непрерывного литья заготовок, позволяющего повысить качество отливаемого слитка, повышение производительности и скорости разливки.

Введение микрохолодильников в виде сферических частиц радиусом  $R_0$  в жидкий металл используется в различных технологических процессах (суспензионное литье, снятие теплоты перегрева и т.д.). В ряде случаев необходимо знать продолжительность существования микрохолодильника и толщину намороженной ко-

рочки в зависимости от теплофизических особенностей жидкого металла и микрохолодильников.

Рассмотрим сферическую частицу движущегося в жидком металле с постоянной скоростью температура частицы  $T_0$ , теплофизические свойства частицы и жидкого металла известны. Между жидким металлом и частицей осуществляется конвективный теплообмен. Если положить, что внутренняя энергия твердой частицы идет на компенсацию теплоты фазового перехода и конвективного теплообмена, а глубина проникновения изотермы температуры фазового перехода в глубь сферической частицы, определяется из решения интегральной задачи о прогревании сферического тела с граничными условиями третьего рода [1], то уравнение теплового баланса запишется так

$$\frac{d(M_1 \cdot c \cdot \bar{T})}{d\tau} = Q_\alpha + r \frac{dM_2}{d\tau}, \quad (1)$$

где  $Q_\alpha$  – количество тепла, подводимое от жидкого металла к поверхности частицы в единицу времени, Дж/с;  $r$  – теплота фазового перехода, Дж/кг;  $c$  – удельная теплоемкость твердого металла, Дж/кг·К;  $\bar{T}$  – средняя температура металла частицы, К;  $\frac{dM_2}{d\tau}$  – количество металла, намораживаемого на частицу в единицу времени, кг/с;  $M_1$  – масса металла, температура которой установилась  $T_{кр}$ .

Величины, входящие в уравнение (1), можно записать так

$$M_1 = \frac{4}{3} \pi \rho [R_0^3 - (R_0 - \delta)^3], \quad (2)$$

где  $\rho$  – плотность частицы, кг/м<sup>3</sup>;  $R_0$  – начальный радиус, м;  $\delta$  – глубина проникновения изотермы  $T_{кр}$ , м.

$$\bar{T} = \frac{T_0 + T_{кр}}{2} \quad (3)$$

где  $T_0$  – начальная температура частицы, К;  $T_{кр}$  – температура фазового перехода, К.

$$Q_\alpha = 4\pi\alpha(R_0 + \delta_T)^2(T_{жс} - T_{кр}), \quad (4)$$

где  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи от жидкого металла к поверхности намороженного металла на частицу, Дж/м<sup>2</sup>·с·К;  $\delta_T$  – толщина намороженной корочки на частицу, м;  $T_{жс}$  – температура жидкого металла, К.

$$M_2 = \frac{4}{3} \pi \rho [(R_0 + \delta_T)^3 - R_0^3]. \quad (5)$$

Коэффициент теплоотдачи при движении сферы в жидком металле определяется из соотношения [2]

$$\alpha = \frac{\lambda}{D} [2 + 0.386(Re_D \cdot Pr)^{0.5}], \quad (6)$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности жидкого металла, Дж/м·К;  $D$  – диаметр частицы, м;  $Re_D$  – критерий Рейнольдса;  $Pr$  – критерий Прандтля;  $v$  – скорость движения частицы, м/с;  $\nu$  – кинематическая вязкость, м<sup>2</sup>/с.

Глубина проникновения изотермы из решения интегральной задачи для сферы [1]

$$\delta = 2.68\sqrt{a\tau}, \quad (7)$$

где  $a$  – коэффициент температуропроводности частицы, м<sup>2</sup>/с.

Подставляя выражения (2) – (7) в (1) и произведя дифференцирование, получим уравнение для определения динамики нарастания корочки на твердую частицу

$$\frac{d\delta_T}{d\tau} = -\frac{4\pi\lambda(R_0 + \delta_T)^2(T_{жс} - T_{кр})}{3D\rho r(R_0^2 + 2R_0\delta_T + \delta_T^2)} + \frac{0,67aC(R_0^2 - 5,36R_0\sqrt{a\tau} - 2,68^3(a\tau)^{3/2})(T_{кр} - T_0)}{r\sqrt{a\tau}(R_0^2 - 2R_0\delta_T - \delta_T^2)}. \quad (8)$$

Дифференциальное уравнение (8) решается при следующих начальных условиях  $\tau = 0, \delta_T = 0, \delta = 0$ , что позволяет анализировать влияние геометрических и теплофизических параметров жидкого металла и частицы на толщину намороженной корочки, продолжительность существования твердой частицы в жидком металле, время за которое толщина намороженной корочки будет максимальной. Последний параметр оказывает существенное влияние на скорость вытягивания слитка, а стало быть, и на весь процесс объемной кристаллизации в непрерывном слитке.

Полученное дифференциальное уравнение решалось численным методом. Результаты приведены нарис. 1, из которого следует, что увеличив начальный радиус микрохолодильника увеличивается толщина намораживаемой корочки и время существования самого микрохолодильника (что не маловажно для технологического процесса). Время  $\tau_{max}$  (время, при котором толщина намороженной корочки максимальна),  $\tau_1$  и  $\tau_2$  (время, при котором микрохолодильник полностью расплавился) являются основными технологическими параметрами, которые используются при создании математической модели объемной кристаллизации непрерывного слитка.

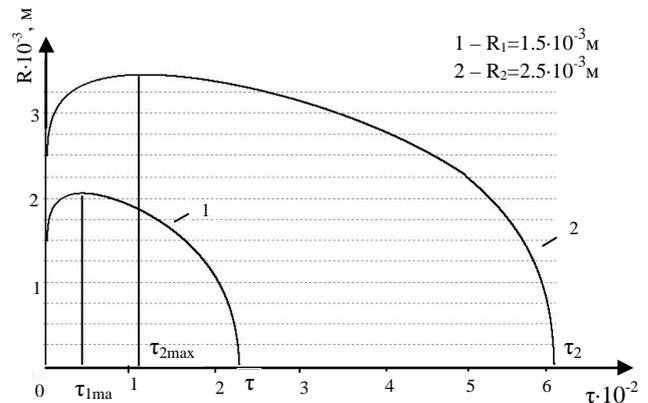


Рис. 1. Намораживание металла на микрохолодильник для двух начальных радиусов  $R_1$  и  $R_2$ , где  $\tau_{1max}$  и  $\tau_{2max}$  – время, за которое намораживаемая корочка достигает максимума;  $\tau_1$  и  $\tau_2$  – время полного расплавления микрохолодильника.

Созданная математическая модель намораживания металла на микрохолодильник дает возможность анализировать параметры процесса кристаллизации для получения слитка больших размеров. Например, при снижении температуры перегрева жидкого металла увеличивается максимальное значение намораживаемой корочки на микрохолодильник, время достижения этой толщины и продолжительность существования самого микрохолодильника.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. – М.: Энергоиздат, 1980.
2. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 600 с.
3. Мочалов А.А., Коваль С.С. Модель охолодження виливниці в умовах вільної конвекції // Науковий вісник Миколаївського університету «Фізико-математичні науки». Випуск 6. – 2003. – С. 15–17.
4. Мочалов А.А., Коваль С.С., Коваль С.В. Математическая модель кристаллизации сплава в буферной области слитка // Физика аэродисперсных систем. Выпуск 38. – 2001. – С. 212–219.
5. Мочалов А.А., Коваль С.С., Коваль С.В. Математичне моделювання фазових переходів в металевих конденсованих системах // Металофізика та новітні технології. Т.24. – 2002. – №12. – С. 115–120.
6. Мочалов А.А., Коваль С.С., Кучер Д.Ю. Моделирование процессов распределения инокулятов в объеме слитка при непрерывной разливки // Материали VI міжнародної наукової школи-семінару «Імпульсні процеси в механіці суцільних середовищ». – 2005. – С. 123–126.
7. Мочалов А.А., Ушкац М.В., Таранчук А.А. Математическое моделирование нестационарных температурных полей в задачах теплопроводности фазовых превращений // Сборник научных трудов УГМУ. – 2001. – 6 (378).

пост. 21.06.09

## Про енергію центрально-симетричного поля в реперній теорії гравітації

САМОХВАЛОВ С.Є.

Дніпродзержинський державний технічний університет

В даній роботі підраховано повну енергію центрально-симетричного гравітаційного поля в реперній теорії гравітації. Показано, що повна енергія залежить від калібрувальної умови, яка фіксує локально-лоренцеву калібровку, що пов'язується з вибором системи відліку.

В данной работе рассчитана полная энергия центрально-симметричного гравитационного поля в реперной теории гравитации. Показано, что полная энергия зависит от калибровочного условия, фиксирующего локально-лоренцеву калібровку, которая связывается с выбором системы отсчета.

In this paper we calculate the whole energy of the center-symmetric gravitational field in the repere theory of gravitation. We also show that whole energy is depending of local Lorentz gauge condition and this condition relates to fixation of reference frame.

**Вступ.** Опис ріманового простору за допомогою компонентів (псевдо) ортонормованих реперних полів, які в певному сенсі є «квадратними коренями» від метрики, з одного боку більше відповідає ідеям Ерлангенської програми Клейна (рухомий репер Е. Картана [1]), з іншого, дозволяє гравітацію послідовно проінтерпретувати як калібрувальну теорію групи трансляцій [2], в якій цілком коректно визначається тензор енергії-імпульсу як величина, яка зберігається внаслідок калібрувальної трансляційної інваріантності [3], причому цей тензор співпадає з тензором енергії-імпульсу, запропонованим Мьоллером [4].

Важливою особливістю теорії гравітації в (псевдо) ортонормованому репері є притаманна калібрувальним теоріям її електромагнітоподібна форма, причому, як було показано В.І. Родічевим [5], найбільш простий вигляд польові рівняння приймають при накладанні калібрувальної умови:

$$R_a := \nabla_\mu h_a^\mu = 0 \quad (1)$$

(так званої умови Родічева), яка порушує локальну лоренц-інваріантність теорії. Тут  $h_a^\mu$  - компоненти (псевдо) ортонормованого реперного поля в координатному базисі, причому грецькі індекси – координатні, а латинські початку алфавіту – реперні.

В даній роботі показано, що умова Родічева (1) змінює повну енергію в центрально-симетричному ви-

падку і це відбувається через те, що умова (1) дає свій внесок і на просторовій нескінченності. Отже умова (1), ба навіть її послаблений варіант:

$$\nabla_\nu R^\nu = 0, \quad (2)$$

вдвічі зменшує повну енергію на нескінченності, що і змусило Родічева помилково вдвічі збільшити константу гравітаційної взаємодії при спробі (некоректного в цьому випадку) забезпечення ньютонівської границі реперної теорії гравітації.

## 1. Вираз тензора Ейнштейна через характеристики реперного поля

Будемо виходити з відомого співвідношення:

$$-G_a^\mu := -R_a^\mu + \frac{1}{2} h_a^\mu R = \nabla_\nu \beta_a^{\mu\nu} + \tau_a^\mu, \quad (3)$$

де  $G_a^\mu$ ,  $R_a^\mu$  - тензори Ейнштейна та Річчі,  $R$  - скалярна кривизна,

$$\beta_a^{\mu\nu} := \kappa B_a^{\mu\nu} = \gamma_a^{\mu\nu} - \delta_{ac}^{\mu\nu} R^c = \gamma_a^{\mu\nu} - h_a^\mu R^\nu + h_a^\nu R^\mu \quad (4)$$

- нормований (множенням на  $\kappa$ ) тензор індукції  $B_a^{\mu\nu}$  гравітаційного поля в реперній теорії гравітації, причому  $\kappa = \frac{8\pi G}{c^4}$  - гравітаційна стала Ейнштейна, а

$G$  - Ньютона,  $\gamma_a^{\mu\nu}$  - коефіцієнти обертання Річчі,

