

## Математичне моделювання мікрохвильового плавання парафінових відкладень у технологічних процесах видобутку і підготовки нафти і газу

В.О. ЯКОВЕНКО

Академія митної служби України

Построена математическая модель плавления парафина под действием энергии микроволнового электромагнитного поля в насосно-компрессорных трубах систем добычи и подготовки нефти и газа. Получены распределения температур в жидкой и твердой фазах материала, средняя по объему температура расплава, а так же закон движения границы фазового превращения. Проведена численная реализация модели.

Побудована математична модель плавлення парафіну під дією енергії мікрохвильового електромагнітного поля в насосно-компресорних трубах систем видобутку і підготовки нафти і газу. Отримано розподіли температур у рідкій і твердій фазах матеріалу, середня за обсягом температура розплаву, а також закон руху границі фазового перетворення. Проведено чисельну реалізацію моделі.

The mathematical model of lamp wax's fusion under activity of microwave electromagnetic field's energy in pipes of oil's and gas' extraction and preparation system is constructed. Allocations of temperatures in fluid and solid phases of material, medial temperature of a melt depending on volume, and the law of a motion of phase change's boundary are gained. Numerical embodying of model is given.

**Вступ.** Проблема боротьби з газо- і парафіногідратними пробками в системах видобутку і підготовки нафти і газу є надзвичайно актуальною і постійно діючою [1, 2, 3]. Вона вимагає для свого рішення створення нових методів, заснованих на сучасних досягненнях фундаментальних наук.

Газогідрат та речовина гідратопарафінових пробок за своїм складом і фізико-хімічними властивостями є надзвичайно складним і різноманітним. Тут необхідно відзначити наступну важливу властивість цих речовин – у визначених термодинамічних умовах газовий гідрат дисоціюється на газ і воду, а в парафіні руйнується кристалічна структура і він розплавляється [4].

У зв'язку з цим розглянемо можливість використання енергії електромагнітного поля мікрохвильового діапазону для розплавлювання парафінових і руйнування газогідратних пробок у нафтогазопромисловому устаткуванні.

Руйнування парафінової пробки відбувається усередині насосно-компресорної труби, що представляє в даному випадку коаксіальну лінію передачі електромагнітних хвиль від наземного генератора. При відповідному способі порушення в такій коаксіальній лінії передачі встановлюється режим електромагнітних хвиль. Унаслідок кінцевої електропровідності матеріалу труб і діелектричних втрат мікрохвильової енергії в парафіні, що знаходиться між трубами, відбувається перетворення частини енергії електромагнітної хвилі в теплову, підвищується температура в свердловині. За рахунок підвищення температури в свердловині відбувається нагрівання і розкладання парафінової пробки.

**Постановка задачі.** Розглянемо нестационарний процес теплообміну при плавленні в умовах фазового перетворення „тверда фаза – рідина”, що виникає під дією мікрохвильового нагріву. Такий процес будемо визначати системою нелінійних диференціальних рівнянь у частинних похідних, яка складається з рівнянь Максвелла і рівнянь теплопровідності наступного виду

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial \tau}, \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial \tau}, \quad \operatorname{div} \vec{D} = 0, \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0,$$

$$\vec{D} = \varepsilon(t)\vec{E}, \quad \vec{B} = \mu(t)\vec{H}, \quad \vec{j} = \sigma(t)\vec{E},$$

$$\frac{\partial(c_i \rho_i t_i)}{\partial \tau} + \vec{V}_i \vec{\nabla} t_i = \operatorname{div}(\lambda_i \vec{\nabla} t_i) + q(t_i, \vec{E}),$$

де  $\vec{E}, \vec{H}$  – вектори напруженості електричного та магнітного полів відповідно,  $\vec{D}, \vec{B}$  – вектори електричної та магнітної індукції відповідно,  $\vec{j}$  – щільність струму провідності,  $\varepsilon_i = \varepsilon' - i\varepsilon'' = \varepsilon' - i\sigma/\omega$ ,  $\mu$  – абсолютні діелектрична і магнітна проникності матеріалу відповідно,  $\sigma$  – провідність матеріалу,  $\omega$  – кругова частота,  $c_i, \rho_i, \lambda_i$  – коефіцієнт теплоємності, щільність і коефіцієнт теплопровідності матеріалу, що залежать від температури  $i$ -ої фази,  $\vec{V}_i$  – вектор швидкості переміщення  $i$ -го матеріалу,  $\vec{\nabla}$  – оператор Гамільтона,  $q = 0,5\omega\varepsilon' \operatorname{tg} \delta |\vec{E}|^2$  – питома поглинена потужність,  $t_i$  – температура  $i$ -го матеріалу,  $\operatorname{tg} \delta = \varepsilon''/\varepsilon'$  – тангенс кута діелектричних утрат матеріалу.

Наведена система рівнянь доповнюється початковими та граничними умовами, а також умовою на межі розділу фаз „тверда фаза – рідина”.

Слід зазначити, що розв'язок наведеної системи рівнянь пов'язаний з труднощами не тільки обчислювального характеру, але й принциповими. Таке твердження ґрунтується на наступному: умови на межі розділу фаз є нелінійними, сформульована модель є багатомірною відносно просторових змінних, електрофізичні параметри матеріалів залежать від температури і є наближеними, алгоритми розв'язку таких задач вимагають обґрунтування та використання необхідних комп'ютерних технологій. Тому слід розглянути спрощену модель процесу, реалізацію якої можна провести методами комп'ютерного моделювання.

Припустимо, що теплофізичні параметри утвореного розплаву парафіну і початкової твердої фази області не залежать від температури, а густина речовини не змінюється при плавленні й, отже, зневажаючи теплообміном розплаву і твердої фази з навколишнім середовищем, можна розглянути наступну задачу:

$$\frac{\partial T_1}{\partial \tau} = a_1 \left( \frac{\partial^2 T_1}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) + \frac{\alpha_1 \bar{E}^2}{c \rho_1}, \quad (0 < r < \xi(\tau)) \quad (1)$$

$$T_1(0, r) = T_{TM},$$

$$\left. \frac{\partial T_1}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad T_1(\tau, \xi(\tau)) = T_{TM},$$

$$-\lambda_1 \left. \frac{\partial T_1}{\partial r} \right|_{r=\xi(\tau)} + \lambda_2 \left. \frac{\partial T_2}{\partial r} \right|_{r=\xi(\tau)} = L \rho_1 \frac{d\xi}{d\tau}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial \tau} = a_2 \left( \frac{\partial^2 T_2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_2}{\partial r} \right), \quad (\xi(\tau) < r < M), \quad (3)$$

$$T_2(0, r) = T_0, \quad T_2(\tau, \xi(\tau)) = T_{TM}, \quad T_2(\tau, M) = T_0, \quad (4)$$

де  $T_1(\tau, r)$ ,  $T_2(\tau, r)$  – температури рідкої і твердої фази відповідно,  $T_{TM}$  – температура плавлення,  $\xi(\tau)$  – границя розподілу фаз,  $\xi(0) = \xi_0$ ,  $\alpha_1$  – заданий коефіцієнт, що залежить від діелектричної проникності, щільності і питомої теплоємності парафіну,  $\frac{\alpha_1 \bar{E}^2}{c \rho_1}$  – об'ємне джерело тепла, що утвориться під дією мікрохвильової енергії.

**Рішення задачі.** Розподіл температури в розплаві і твердій фазі визначається вираженнями [6]:

$$T_1(\tau, r) = T_{TM} + \frac{2}{\xi} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n(\tau) \sin \frac{n\pi}{\xi} r \quad (5)$$

$$T_2(\tau, r) = \frac{\varphi(\tau, r)}{r} +$$

$$+ \frac{2}{r(M-\xi)} \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n(\tau) \sin \frac{n\pi}{(M-\xi)} (r-\xi) \quad (6)$$

Визначимо середню за обсягом розплаву температуру:

$$\bar{T}_1(\tau) = \frac{3}{\xi^3} \int_0^{\xi} r^2 T_1(\tau, r) dr = T_{TM} + \frac{6}{\pi \xi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \alpha_n(\tau), \quad (7)$$

де профіль поверхні розподілу фаз  $\xi(\tau)$  визначається з умови Стефана (2) у вигляді:

$$\begin{aligned} & \frac{d\xi}{d\tau} + \frac{2\lambda_1 \pi}{L \rho_1 \xi^3} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \alpha_n(\tau) = \\ & = \frac{\lambda_2}{L \rho_1 \xi} \left[ \frac{(T_0 M - T_{TM} \xi)}{M - \xi} - T_{TM} + \frac{2\pi}{(M - \xi)^2} \sum_{n=1}^{\infty} n \beta_n(\tau) \right] \quad (8) \end{aligned}$$

Ряди виду (5), (6) в області збіжності сходяться рівномірно. При обчисленнях можна обмежитися чотирма членами ряду, що і визначає порядок системи диференціальних рівнянь відносно  $\alpha_n(\tau)$  та  $\beta_n(\tau)$ , що має вид:

$$\begin{aligned} & \frac{d\alpha_n}{d\tau} + \left( \frac{n\pi}{\xi} \right)^2 a_1 \alpha_n = \\ & = \frac{n}{\xi} \frac{d\xi}{d\tau} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{n+m} m \gamma_{nm} \alpha_m + \frac{(-1)^{n+1} \xi}{n\pi} \frac{\alpha_1}{c \rho_1} \bar{E}^2 dr \\ & \alpha_n(0) = 0; \\ & \gamma_{nm} = \frac{2}{m^2 - n^2}, \quad m \neq n; \end{aligned}$$

$$\gamma_{nm} = \frac{1}{2n^2}, \quad m = n;$$

$$\begin{aligned} & \frac{d\beta_n}{d\tau} + \left( \frac{n\pi}{M-\xi} \right)^2 a_2 \beta_n = \\ & = -\frac{n\xi}{M-\xi} \sum_{m=1}^{\infty} m \gamma_{nm} \beta_m + \frac{(M-\xi)(1-(-1)^n)}{n\pi} \times \\ & \times \left[ T_{TM} \dot{\xi} + \frac{(M-\xi)(2T_{TM} \dot{\xi} \xi - \dot{\xi} T_0 M)}{n\pi} - \frac{\xi \dot{\xi} (T_0 M - T_{TM} \xi)}{n\pi} \right] + \\ & + \frac{\dot{\xi} (\xi + (-1)^{n+1} M) (T_0 - T_{TM}) M}{n\pi (M-\xi)} \\ & \beta_n(0) = \frac{\xi(0) (T_{TM} - T_0) (1-M)}{n\pi}. \end{aligned}$$

У випадку розподілених джерел тепла залежність температури  $T_1$  в розплаві і температури  $T_2$  у твердій фазі в залежності від частоти  $f$  і напруженості мікрохвильового електромагнітного поля  $E$  при  $z = z_k$ , можна записати, скориставшись вираженнями (4), (5) і (6) таким чином [7]:

- у розплаві

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\partial T_1}{\partial \tau} \right)_z = \Omega_T f (\kappa^2 - \beta^2) A \times \\ & \times \left[ Z_n(hr) - \frac{Z_n(hr_1)}{J_n(hr_1)} J_n(hr) \right] \cos \left( \zeta \frac{\pi}{z_2} z \right)^2 \cos 2(n\varphi - \omega\tau), \end{aligned}$$

$$\left( \frac{\partial T_1}{\partial \tau} \right)_\varphi = \Omega_T f (j\beta \frac{n}{r}) A \times$$

$$\times \left[ Z_n(hr) - \frac{Z_n(hr_1)}{J_n(hr_1)} J_n(hr) \right] \sin \left( \zeta \frac{\pi}{z_2} z \right)^2 \cos 2(n\varphi - \omega\tau),$$

$$\left( \frac{\partial T_1}{\partial \tau} \right)_r = \Omega_T f (-\beta h A \times$$

$$\times \left[ Z_n'(hr) - \frac{Z_n(hr_1)}{J_n(hr_1)} J_n'(hr) \right] \sin \left( \zeta \frac{\pi}{z_2} z \right)^2 \cos 2(n\varphi - \omega\tau),$$

- у твердій фазі матеріалу

$$\left( \frac{\partial T_2}{\partial \tau} \right)_z = \Omega_T f (\kappa^2 - \beta^2) A \times$$

$$\times \left[ Z_n(hr) - \frac{Z_n(hr_1)}{J_n(hr_1)} J_n(hr) \right] \cos \left( \zeta \frac{\pi}{z_2} z \right)^2 \cos 2(n\varphi - \omega\tau),$$

$$\left( \frac{\partial T_2}{\partial \tau} \right)_\varphi = \Omega_T f (j\beta \frac{n}{r}) A \times$$

$$\times \left[ Z_n(hr) - \frac{Z_n(hr_1)}{J_n(hr_1)} J_n(hr) \right] \sin \left( \zeta \frac{\pi}{z_2} z \right)^2 \cos 2(n\varphi - \omega\tau),$$

$$\left( \frac{\partial T_2}{\partial \tau} \right)_r = \Omega_T f (-\beta h A \times$$

$$\times \left[ Z_n'(hr) - \frac{Z_n(hr_1)}{J_n(hr_1)} J_n'(hr) \right] \sin \left( \zeta \frac{\pi}{z_2} z \right)^2 \cos 2(n\varphi - \omega\tau),$$

де

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_1}{\partial \tau} &= \frac{\partial T_{mm}}{\partial \tau} - \frac{2}{r} \frac{\dot{\xi}(\tau)}{\xi^2(\tau)} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n(\tau) \sin \frac{n\pi}{\xi(\tau)} r + \\ &+ \frac{2}{r} \frac{1}{\xi(\tau)} \sum_{n=1}^{\infty} \dot{\alpha}_n(\tau) \sin \frac{n\pi}{\xi(\tau)} r + \\ &+ \frac{2}{r} \frac{1}{\xi(\tau)} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n(\tau) \cos \frac{n\pi}{\xi(\tau)} r \left( -n\pi \frac{\dot{\xi}(\tau)}{\xi^2(\tau)} \right); \\ &\frac{\partial T_2}{\partial \tau} = \\ &= \frac{\dot{\phi}}{r} + \frac{2\dot{\xi}(\tau)}{r(M-\xi(\tau))^2} \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n(\tau) \sin \frac{n\pi}{M-\xi(\tau)} (r-\xi(\tau)) + \\ &+ \frac{2}{r(M-\xi(\tau))} \sum_{n=1}^{\infty} \dot{\beta}_n(\tau) \sin \frac{n\pi}{M-\xi(\tau)} (r-\xi(\tau)) - \\ &- \frac{2}{r(M-\xi(\tau))} \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n(\tau) \dot{\xi}(\tau) \sin \frac{n\pi}{M-\xi(\tau)} + \frac{2}{r(M-\xi(\tau))} \times \\ &\times \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n(\tau) (r-\xi(\tau)) \cos \frac{n\pi}{M-\xi(\tau)} \left( \frac{n\pi \dot{\xi}(\tau)}{(M-\xi(\tau))^2} \right). \end{aligned}$$

**Чисельна реалізація.** При мікрохвильовому нагріванні, у роботі [8], передбачалося, що загальна потужність випромінювання складатиме 2,5 кВт, а граничну поверхню парафіну, що нагрівається, можна представити у вигляді сфери  $M = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$  радіуса, де  $V$  – обсяг парафіну.

Для створення установки мікрохвильового нагрівання, у цій роботі використаний магнетрон, що генерує на частоті 0,915 ГГц. На цій частоті довжина хвилі (3 см.) набагато менше діаметра насосно-компресорної труби. Середня щільність потужності джерела тепла в обсязі продукту, що нагрівається, при  $R=0$  складала  $S = P/V$ , де  $P$  – потужність генератора. Як матеріал був обраний парафін з наступними теплофізичними властивостями [5]:

$$\begin{aligned} T_{TM} &= 363 \text{ K}, \quad \rho_1 = 1222 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \quad a = 2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}, \\ \lambda &= 0,16 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}, \quad L = 58 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}. \end{aligned}$$

За результатами розрахунків були побудовані графіки залежностей: мал. 1, 2, 3.

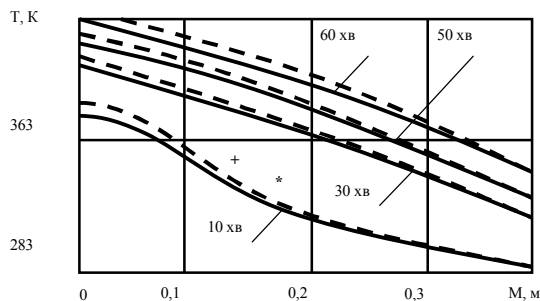


Рис 1. Розрахункові залежності температури парафіну та радіуса насосно-компресорної труби.

(— - 15 кг., ---- - 10 кг., \* та + – експериментальні точки [8] (12 кг., 323 К, 25 хв.; 18 кг., 359 К, 26 хв.))

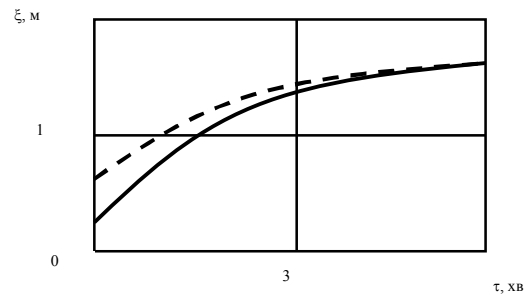


Рис. 2. Зміна радіуса поверхні розподілу фаз залежно від часу. (— - 15 кг., ---- - 10 кг.)

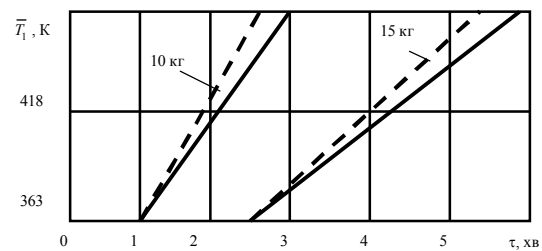


Рис. 3. Зміна середньої за обсягом температури парафіну залежно від часу розігріву.

(рідка фаза ---- розрахунок по формулі (7),

— – розрахунок [8])

**Висновки.** Слід зазначити, що експериментальні і розрахункові значення температур при мікрохвильовому нагріванні зменшуються зі збільшенням радіуса. При цьому внутрішні шари парафінової пробки, з урахуванням його плавлення, теплоізолювані від зовнішнього середовища периферійними шарами, що слабо проводять тепло. Ця обставина пояснює переваги мікрохвильового нагрівання з урахуванням фазового перетворення «тверда речовина – рідина» перед іншими способами нагрівання.

Як впливає з порівняння середніх за обсягом парафіну температур, з урахуванням і без врахування фазового перетворення, у першому випадку швидкість нагрівання вище, а отже, таке нагрівання є енергетично економічним. Крім того, можливість подачі мікрохвильової енергії в цьому випадку нагрівання в окремі інтервали часу, розділені паузами, дозволяє більш ефективно використовувати одночасно й інші способи нагрівання.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Дегтярев Б.В., Бухгалтер Э.Б. Борьба с гидратами при эксплуатации газовых скважин в северных районах. – М.: Недра, 1976. – 200 с.
2. Макогон Ю.Ф. Газовые гидраты, предупреждение их образования и использования. – М.: Недра, 1985. – 232 с.
3. Саяхов Ф.Л., Багаутдинов Н.Я. Электротепловые методы воздействия на гидратопарафиновые отложения. – М.: Недра, 2003. – 119 с.

4. Варгафтик Н.В. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. – М.: Наука, 1972. – 720 с.
5. Лыков А.В. Теплообмен. – М.: Энергия, 1971. – 560 с.
6. Яковенко В.О. Моделивання теплообміну в матеріалі під дією енергії надвисоких частот // П'ята міжнародна науково-практична конференція „Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем (MPZIS-2007)”. – Дніпропетровськ, 2007. – С. 215–216.
7. Пюшнер Г. Нагрев энергией сверхвысоких частот: Пер. с англ. – М.: Энергия, 1968. – 175 с.
8. Фатыхов М.А. Особенности нагрева и плавления парафина в коаксиальной трубе высокочастотным электромагнитным излучением // ТВТ. – 2002. – Т. 40, № 5. – С. 802–810.

пост. 20.03.08

## Ортогонализированный латинский квадрат как математическая модель оптимального плана эксперимента при количественном спектральном анализе многокомпонентных систем

*Э.Н. СЕВЕРИН, Ю.М. БУРАВЛЕВ*

Непременным условием оптимальности учета межэлементных эффектов при количественном спектральном анализе вещества является применение комплекта стандартных образцов (плана эксперимента), удовлетворяющего требованиям равномерности распределения и ортогональности вектор-столбцов концентраций. Этим основным требованиям полностью удовлетворяют математические модели ортогонализированных латинских квадратов, найденные методами комбинаторного поиска на множестве циклических латинских квадратов от 6-го до 12-го порядка. Применение таких планов способно обеспечить максимальную оптимизацию метрологических характеристик анализа при затрате минимальных средств.

Неодмінною умовою оптимальності врахування міжелементних ефектів при кількісному спектральному аналізі речовини є застосування комплекту стандартних зразків (плану експеримента), що задовольняє вимогам рівномірності розподілу та ортогональності вектор-стовпців концентрацій. Ці основні вимоги повністю задовольняються математичними моделями ортогоналізованих латинських квадратів, знайдених методами комбінаторного пошуку на множині циклічних латинських квадратів від 6-го до 12-го порядку. Застосування таких планів здатне забезпечити максимальну оптимізацію метрологічних характеристик аналізу при затраті мінімальних засобів.

The use of the standard specimen set (experiment design) that satisfied the requirement of uniform distribution and column vector concentration orthogonality is the indispensable condition of optimal quantitative spectral analysis taking into account the interelement effects. These fundamental requirements are fully satisfied by the mathematical models of orthogonalized latin squares that by the methods of combinatorial research on the cyclic latin square set from 6-th to 12-th order were found. The use of such designs is capable to assure the maximum optimization of the metrological characteristics of the analysis with minimal expence of means.

**Постановка проблемы в общем виде.** После того, как в спектральном анализе вещества была установлена линейная зависимость аналитического сигнала  $y_i$  (обычно логарифма отношения интенсивностей аналитической пары спектральных линий или разности почернений) от логарифма концентрации (а иногда просто концентрации)  $x_i$  соответствующего анализируемого элемента в пробе

$$y_i = f_i(x_i), \quad (1)$$

непременная укладка точек градуировочной характеристики (1), соответствующих стандартным образцам, вдоль прямой линии, считалась настолько непрекращаемой, что всякое отклонение точки данного стандартного образца подобранного комплекта от прямой линии трактовалось исключительно как «несогласованность» этого образца с общим комплектом и по этой причине образец с таким «пороком» из активного фонда образцов исключался. Подобное отношение к «несогласующимся» стандартным образцам нашло отражение даже в некоторых официальных свидетельствах к комплектам стандартных образцов, выпускавшимся в свое вре-

мя ИСО ЦНИИЧМ, что в стенах рядовых заводских спектральных лабораторий придавало подобной отбраковке оттенок непреложности.

При этом даже строгое выполнение общих требований к стандартным образцам, изложенное в монографии [1], не устраняет подобных эффектов.

Ситуация изменилась лишь после того, как было установлено, что формула (1) является лишь частным случаем общей закономерности

$$y_i = F_i(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n), \quad (2)$$

где  $n$  – число всех компонентов (элементов) пробы, что давало возможность объяснить случаи «несогласованности» проявлениями межэлементных эффектов и заключить, что при анализе сложных систем подобная «несогласованность» является скорее правилом, чем исключением. Приход компьютерной техники позволил разработать специальные компьютерные программы и даже целые программные комплексы расчета результатов анализа многоэлементных систем, пригодные для разработки спектроаналитических методик с учетом межэлементных (или межкомпонентных) эффектов и