ей // Изв. вузов. Энергетика. — 1969. № 3. — С. 124—127.
5. Горбунов А. Д. Аналитическое исследование охлаждения твердых тел радиацией // Математичне моделювання. — Днепродзержинск : ДГТУ. — 2013. №1 (28). — С. 22—27.
6. Коздоба Л. А. Методы решения нелинейных задач теплопроводности. — М. : Наука. 1975. — 228 с.
7. Саломатов В. В. К расчету радиационного охлаждения твердых тел // ИФЖ. — 1969. — Т. 17. — № 1. — С. 127—134.
8. Горбунов А. Д. К аналитическому расчету термических напряжений при конвективном нагреве тел простой формы // Математичне моделювання. — Днепродзержинск : ДГТУ. 2012. № 1(26). — С. 39—45.
9. Горбунов А. Д. Аналитический расчет процессов радиационного нагрева (охлаждения) тел на начальной стадии // Математичне моделювання — Днепродзержинск : ДГТУ, 2012, № 2(27). — С. 90—94.

пост.26.12.13

Об одном направлении повышения быстродействия некоторых немодульних операций в системе остаточних классов

Ю. Д. ПОЛИССКИЙ

НИИ автоматизации черной металлургии

Рассмотрено одно из направлений повышения быстродействия некоторых немодульных операций в системе остаточных классов.

Розглянутий один з напрямів підвищення швидкодії деяких немодульних операцій в системі залишкових класів.

One of directions of increase of fast-acting of some unmodule operations is considered in the system of residual classes.

Введение. Ускорение процессов обработки информации связано в настоящее время с использованием системы остаточных классов (СОК) [1]. Однако определенные трудности возникают при реализации сложных, немодульных операций. К таким операциям относятся определение принадлежности числа данной половине диапазона, сравнение чисел, определение выхода числа за диапазон. В связи с этим ряд работ по использованию СОК, например, [2,3] посвящен повышению быстродействия этих операций. В данной статье рассмотрен еще один подход к увеличению быстродействия этих операций.

Основная часть. СОК называется система счисления, в которой произвольное число *N* представляется в виде набора наименьших неотрицательных остатков по модулям $m_1, m_2, \ldots, m_n$,

т.е. $N = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)$ (1)

При этом, если числа m_i взаимно простые, то представление числа N в виде (1) является единственным, а объем диапазона [0, M) представимых чисел в этом случае равен

$$M = m_1\, m_2 \ldots m_n\,.$$

Пусть $m_n = 2$. Будем отличать числа первой R1 и второй R2 половины диапазона.

$$N \in \begin{cases} R1, & 0 \le N < \dfrac{M}{2}, \\ R2, & \dfrac{M}{2} \le N < M. \end{cases}$$

Пусть системой оснований полиадического кода также является система $m_1, m_2, \ldots, m_n$. Тогда число N в полиадическом коде представляется в виде

$$N = \pi_1 + \pi_2\, m_1 + \ldots + \pi_i\, m_1\, m_2 \ldots m_{i-1} + \ldots + \pi_{n-1}\, m_1\, m_2 \ldots m_{n-2} + \pi_n\, m_1\, m_2 \ldots m_{n-1}$$

где $0 < \pi_i \le m_i - 1$.

Доказано, что $\pi_n = 0 \rightarrow N \in R1$

Таким образом, процесс определения принадлежности числа данной половине диапазона сводится к определению π_n .

Известный подход состоит в чередовании вычитания из числа значения остатка по некоторому, например, максимальному модулю с делением полученной разности на величину данного модуля. В результате количество разрядов уменьшается на единицу. После выполнения аналогичных действий получаем π_n .

Новый подход к повышению быстродействия операции определения принадлежности числа данной половине диапазона заключается в использовании свойств чисел, представленных в СОК.

Среди всех чисел диапазона M

$\hat{E}_{m_1} = m_2 \ldots m_n$ чисел кратны m_1,

$\hat{E}_{m_2} = m_1\, m_3 \ldots m_n$ чисел кратны m_2,

$\hat{E}_{m_{n-1}} = m_1\, m_2\, m_3 \ldots m_{n-2}\, m_n$ чисел кратны m_{n-1},

т.е. $\hat{E}_{m_1}$ для чисел $\alpha_1 = 0$, для $\hat{E}_{m_2}$ чисел $\alpha_2 = 0$, для $\hat{E}_{m_{\delta-1}}$ чисел $\alpha_{n-1}=0$. Следовательно, на данной итерации число может быть разделено на модули m_i, $i = 1, 2,\ldots n$, для которых $\alpha_i=0$. При этом при равновероятном распределении чисел диапазона М возможность того, что хотя бы один разряд числа N равен нулю,

$$p_0^1=1-\left(1-\frac{1}{m_1}\right)\times\left(1-\frac{1}{m_2}\right)\times\ldots\times\left(1-\frac{1}{m_{n-1}}\right)$$

Например, для системы модулей
$m_1= 11$, $m_2= 7$, $m_3= 5$, $m_4= 3$, $m_5= 2$

$p(N)_0^1 = 0{,}584$. Приведенное значение $p(N)_0^1 = 0{,}584$ свидетельствует о целесообразности использования рассмотренного свойства представления чисел в СОК для ускорения определения принадлежности числа данной половине диапазона.

После выполнения итерации деления числа на модули m_i, $i = 1, 2,\ldots n$, для которых $\alpha_i=0$, получаем число, все остатки которого $\alpha_t \neq 0$.

В соответствии с известным подходом необходимо из данного числа вычесть остаток по максимальному модулю, после чего на следующей итерации число делится на этот модуль. Однако в данном числе могут оказаться несколько равных по значению остатков для разных модулей $\alpha_t=\gamma$, не равных, в частности, значению остатка по максимальному модулю. В результате после вычитания из данного числа значения ε и последующего деления числа на произведение данных модулей длина числа сокращается сразу на несколько разрядов, а диапазон – на произведение этих модулей.

Сравнение чисел N_1 и N_2 на основе определения принадлежности чисел данной половине диапазона осуществляется следующим образом. По данному алгоритму, если сравниваемые числа N_1 и N_2, принадлежат к разным половинам, например, $N_1\in R1$, а $N_2\in R2$, результат $N_1<N_2$ очевиден. Если же N_1 и N_2 числа одной половины, т.е. $N_1\in R1$, а $N_2\in R1$, или $N_1\in R2$, а $N_2\in R2$, то составляется разность $\Delta = N_1 - N_2$ и определяется принадлежность Δ данной половине. В том случае, если Δ принадлежит первой половине, $\Delta\in R1$, $N_1>N_2$. При этом определение принадлежности данной половине диапазона для чисел N_1, N_2, Δ может выполняться одновременно.

Определение выхода результатов операций за пределы диапазона [0, M) производится следующим образом.

Пусть $S = N_1+N_2$. $S\in\begin{cases}D1, S<M,\\ D2, S\geq M\end{cases}$

Если $(N_1\in R1)\cap(N_2\in R1)\Rightarrow D1$.

Если $(N_1\in R2)\cap(N_2\in R2)\Rightarrow D2$.

Наконец, пусть $(N_1\in R1)\cap(N_2\in R2)$.

$$N_1\in R1\Rightarrow 0\leq N_1<\frac{M}{2}.$$

$$N_2\in R2\Rightarrow \frac{M}{2}\leq N_2<M.$$

Тогда $\frac{M}{2}\leq S<M+\frac{M}{2}.$.

Результат сложения не выходит за пределы диапазона [0, M), если $\frac{M}{2}\leq S<M+\frac{M}{2}.$, т.е., если $S\in R2$. Результат сложения выходит за пределы диапазона [0, M), если $M\leq S<M+\frac{M}{2}.$ или $0\leq S<\frac{M}{2}$, т.е., если $S\in R1$.

Выводы

Предложен новый подход к решению задач определения принадлежности числа данной половине диапазона, сравнения чисел, определение выхода числа за диапазон, основанный на использовании свойств чисел, представленных в системе остаточных классов. Предложенный подход рассматривается в качестве направления исследований для получения эффективных решений некоторых задач выполнения немодульных операций модулярной арифметики.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. Я. Акушский, Д. И. Юдицкий. Машинная арифметика в остаточных классах. — М. : Советское радио, 1968. — 440 с.
2. Ю. Д. Полисский. Определение в системе остаточных классов принадлежности числа данной половине диапазона. Науковий вісник НГУ. — 2007. — №2. — С. 66—69.
3. Ю. Д. Поліський. Методи порівняння чисел у системі залишкових класів. Науковий вісник НГУ. — 2007. — №1. — С. 63—66.

пост. 06.03.14