

эта задача актуальна при исследовании дорогостоящих и длительных процессов.

**Анализ последних исследований и публикаций.** Известно применение метода ветвей и границ [1] и метода последовательного приближения [2] для оптимизации факторных планов эксперимента [3]. При этом проведен сравнительный анализ данных методов [4]. Доказано, что метод ветвей и границ дает лучшие результаты по сравнению с методом последовательного приближения, но при этом для решения требует больше времени и аппаратных средств ЭВМ. Для решения задачи оптимизации планов проведения эксперимента могут быть применены также муравьиные алгоритмы. В настоящее время известно множество таких алгоритмов. Наиболее распространенными из них являются:

- алгоритм муравьиной системы [5];
- алгоритм МАКС-МИН муравьиной системы [6];
- алгоритм муравьиной колонии [7].

Целесообразно распространить действие этих алгоритмов на решение задачи оптимизации факторных планов проведения эксперимента.

**Цель статьи:** разработать алгоритмическое и программное обеспечение оптимизации факторных планов экспериментов с использованием муравьиных алгоритмов и доказать эффективность их применения.

**Основные результаты исследований.** На рис. 1 приведен обобщенный алгоритм оптимизации факторных экспериментов с использованием муравьиных алгоритмов. Ниже описана сущность алгоритма и особенности реализации для муравьиной системы, МАКС-МИН муравьиной системы, муравьиной колонии.

Шаг 1. Вводится количество факторов плана эксперимента ( $k \leq 10$ ).

Шаг 2. Осуществляется выбор плана эксперимента из множества доступных: ПФЭ, ДФЭ, ОЦКП или РЦКП.

Шаг 3. В зависимости от выбранного плана выполняется построение матрицы планирования и вывод ее на экран. Если в основе плана лежит ДФЭ, то дополнительно необходимо ввести генерирующие соотношения [3].

Шаг 4. Необходимо ввести значения стоимостей переходов между уровнями для каждого из факторов.

Шаг 5. Выполняется построение матрицы дуг. При этом элемент матрицы  $d_{ij}$  представляет собой значение стоимости перехода из  $i$ -го эксперимента в  $j$ -ый эксперимент исходной матрицы планирования. Стоимость перехода из  $i$ -го эксперимента в  $i$ -ый равна бесконечности.

Шаг 6. Выполняется расчет стоимости проведения эксперимента по исходному плану, которая определяется путем сложения значений стоимостей переходов между экспериментами исходной матрицы планирования.

Шаг 7. Производится инициализация муравьиного алгоритма: выполняется установка начального количества феромона на каждой дуге, выполняется установка  $m$  муравьев по  $m$  узлам.

Шаг 8. Если текущее количество циклов запуска муравьиной оптимизации меньше максимально уста-

новленного, то переходим к шагу 9, в противном случае к шагу 18.

Шаг 9. Установка начала движения муравьев.

Шаг 10. Если текущий шаг муравьев меньше количества узлов в сети, то переходим к шагу 11, в противном случае - к шагу 17.

Шаг 11. Выбор первого муравья.

Шаг 12. Если перебраны все муравьи, то переходим к шагу 16, в противном случае - к шагу 13.

Шаг 13. Выполняется выбор муравьем следующего узла. При обходе узлов муравей выбирает следующий узел, пользуясь следующим стохастическим механизмом. Когда муравей  $k$  находится в узле  $i$ , вероятность посещения узла  $j$  определяется по следующему выражению:

$$p_{ij}^k = \frac{\tau_{ij}^\alpha + \eta_{ij}^\beta}{\sum_i (\tau_{ii}^\alpha + \eta_{ii}^\beta)}, \text{ если узел } j \text{ может быть достигнут из узла } i; \quad (1)$$

$$p_{ij}^k = 0, \text{ в противном случае,}$$

где  $l$  – множество еще не посещенных муравьем  $k$  узлов;

$\tau_{ij}$  – количество феромона на дуге  $(i, j)$ ;

$\alpha$  и  $\beta$  – величины управляющие относительной важностью количества феромона на дуге и длины дуги соответственно;

$\eta_{ij}$  – величина обратная длине дуги  $(i, j)$ .

Формула (1) используется при оптимизации с использованием метода муравьиной системы и МАКС-МИН муравьиной системы. При оптимизации методом муравьиной колонии используется другое правило: вероятность для муравья перейти из узла  $i$  в узел  $j$  зависит от случайной переменной  $q$  равномерно распределенной между 0 и 1, в случае если  $q < q_0$ , то  $j = \arg \max \{ \tau_{ii}^\alpha + \eta_{ii}^\beta \}$ , в противном случае применяется выражение 1.

Шаг 14. Выполняется локальное обновление количества феромона на дугах. Данный шаг выполняется только при использовании метода муравьиной колонии. Каждый муравей применяет следующую формулу к последней пройденной ветви:

$$\tau_{ij} = (1 - \varphi) \cdot \tau_{ij} + \varphi \cdot \tau_0, \quad (2)$$

где  $\varphi$  – коэффициент убывания феромона;

$\tau_0$  – исходное количество феромона.

Шаг 15. Выбор следующего муравья.

Шаг 16. Переход муравьев к следующему узлу.

Шаг 17. Производится глобальное обновление количества феромона.

При использовании метод муравьиной системы количество феромона на каждой ветви обновляется каждым муравьем, который обошел все узлы. Количество феромона  $\tau_{ij}$  обновляется по следующему правилу:

$$\tau_{ij} = (1 - \rho) \cdot \tau_{ij} + \sum_{k=1}^m \Delta \tau_{ij}^k \quad (3)$$

где  $m$  – общее количество муравьев;

$\rho$  – скорость «испарения» феромона;

$\Delta \tau_{ij}^k$  – количество феромона, размещаемого муравьем  $k$  на ветви  $(i, j)$ ;

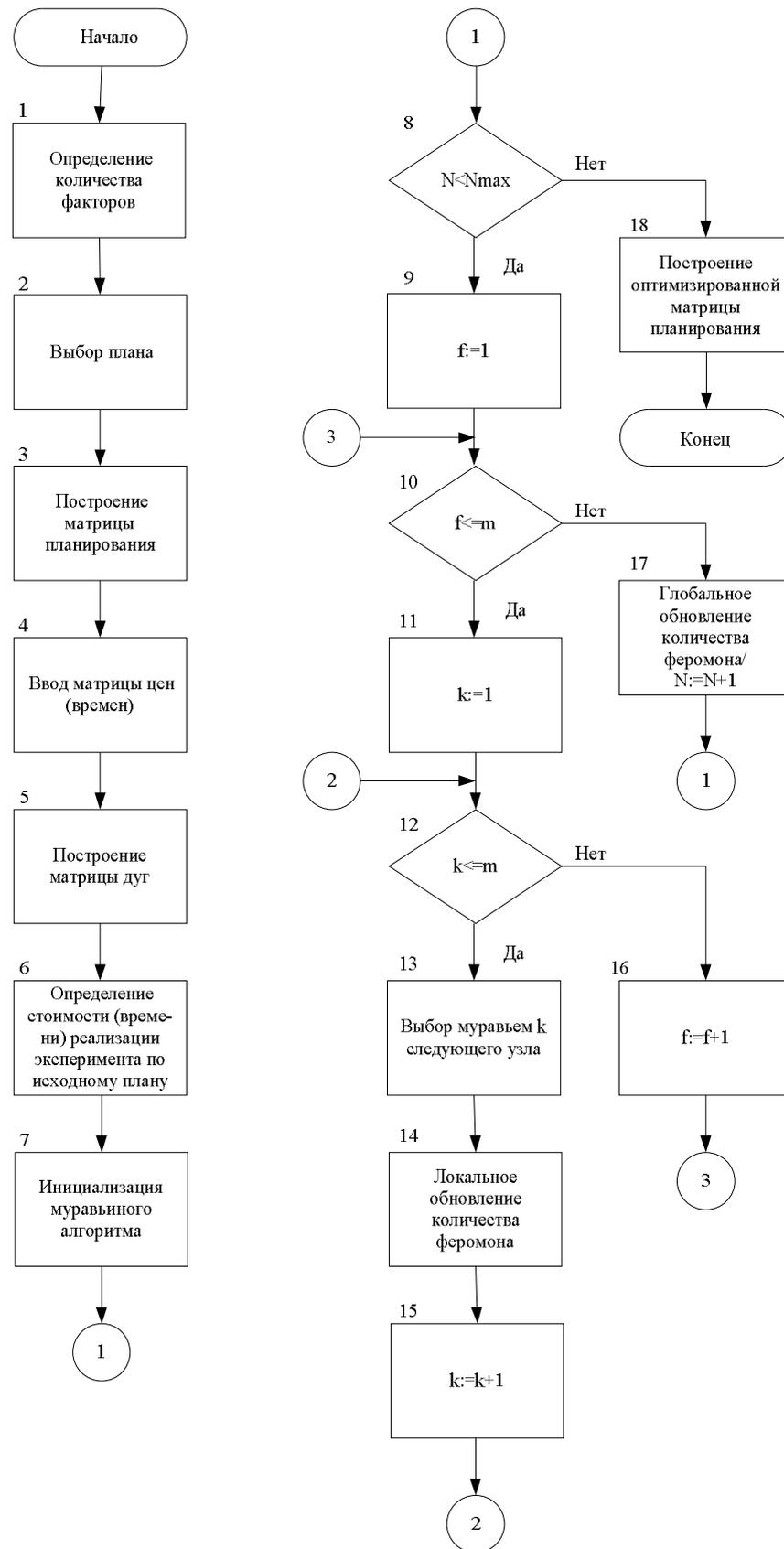


Рис. 1. Алгоритм оптимизации

$$\frac{Q}{L_k}, \text{ если муравей } k \text{ использует дугу } (i, j) \\ \text{при построении пути;} \quad (4)$$

$$\Delta\tau_{ij}^k = 0, \text{ в противном случае,}$$

где  $L_k$  – длина пути пройденного муравьем  $k$ .

При использовании МАКС-МИН муравьиной системы только лучший в данном цикле муравей (длина пройденного пути минимальна) увеличивает количество феромона на пройденных ветвях. Количество феромона обновляется по следующей зависимости:

$$\tau_{ij} = [(1 - \rho) \cdot \tau_{ij} + \Delta\tau_{ij}^{best}] \cdot \tau_{min}^{max}, \quad (5)$$

где  $\tau_{min}$  и  $\tau_{max}$  – нижняя и верхняя граница феромона на ветвях.

Оператор  $[x]_b^a$  определяется следующим образом

$$a, \text{ если } x > a; \\ [x]_b^a = b, \text{ если } x < b; \\ x, \text{ в противном случае;} \quad (6)$$

$$\frac{1}{L_{best}}, \text{ если дуга } (i, j) \text{ принадлежит} \\ \text{пути лучшего муравья;} \quad (7)$$

$$\Delta\tau_{ij}^{best} = 0, \text{ в противном случае,}$$

где  $L_{best}$  – длина пути пройденного лучшим муравьем.

При использовании метода муравьиной колонии также только лучший в данном цикле муравей увеличивает количество феромона на пройденных ветвях, но при этом количество феромона обновляется по следующей зависимости:

$$\tau_{ij} = (1 - \rho) \cdot \tau_{ij} + \rho \cdot \Delta\tau_{ij}^{best}, \quad (8)$$

Шаг 18. Выполняется выбор наилучшего решения и построение оптимизированного план эксперимента.

Проверка этого алгоритма, с использованием методов муравьиной системы, МАКС-МИН муравьиной системы и муравьиной колонии, была проведена

при оптимизации исследования емкостных микро-электромеханических датчиков температуры [8]. При этом исследовалось влияние следующих параметров на чувствительность датчика:  $X_1$  – коэффициент температурного расширения нижнего материала;  $X_2$  – коэффициент температурного расширения верхнего материала;  $X_3$  – толщина нижней прокладки;  $X_4$  – толщина верхней прокладки;  $X_5$  – длина биметаллической консольной балки. Исходный план эксперимента представлен в *табл. 1*.

Проведем оптимизацию исходного плана по критерию суммарной стоимости реализации эксперимента, с использованием прикладной программы, реализующей указанный метод оптимизации. Стоимости изменений значений уровней факторов приведены в *табл.2*. Стоимость реализации эксперимента по исходному плану составляет 470,5 у. е.

В результате оптимизации методом муравьиной системы при  $\alpha=1, \beta=3, \rho=0,95, N=2000$  был получен оптимальный план: 32 → 28 → 26 → 25 → 17 → 19 → 20 → 18 → 22 → 24 → 23 → 29 → 31 → 27 → 9 → 13 → 5 → 1 → 2 → 4 → 3 → 11 → 15 → 7 → 8 → 6 → 14 → 10 → 12 → 16 → 30 → 21. Стоимость реализации эксперимента по этому плану 257,2 у. е. То есть выигрыш составил 1,75 раза.

При оптимизации методом МАКС-МИН муравьиной системы при  $\alpha=1, \beta=4, \rho=0,05, \tau_{min}=0, \tau_{max}=0,7, N=2000$  был получен оптимальный план: 16 → 15 → 11 → 9 → 1 → 17 → 21 → 29 → 25 → 27 → 19 → 20 → 18 → 26 → 30 → 14 → 13 → 5 → 7 → 3 → 4 → 2 → 6 → 8 → 22 → 24 → 23 → 31 → 32 → 28 → 12 → 10. Стоимость реализации эксперимента по этому плану 243,7 у. е., выигрыш – 1,93.

Оптимизация методом муравьиной колонии при  $\alpha=1, \beta=1, \rho=0,75, \varphi=0,5, q_0=0,9, \tau_0=0,15, N=2000$  позволила сформировать следующий план проведения эксперимента: 32 → 28 → 26 → 30 → 29 → 25 → 17 → 1 → 9 → 11 → 3 → 19 → 27 → 31 → 23 → 21 → 5 → 13 → 15 → 7 → 8 → 4 → 2 → 10 → 12 → 16 → 14 → 6 → 22 → 24 → 20 → 18. Стоимость реализации эксперимента по этому плану 232,8 у. е., выигрыш – 2,02.

Таблица 1. План полного факторного эксперимента (ПФЭ)

Номер опыта	Обозначение факторов				
	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>
I	II	III	IV	V	VI
1	-1	-1	-1	-1	-1
2	-1	-1	-1	-1	+1
3	-1	-1	-1	+1	-1
4	-1	-1	-1	+1	+1
5	-1	-1	+1	-1	-1
6	-1	-1	+1	-1	+1
7	-1	-1	+1	+1	-1
8	-1	-1	+1	+1	+1

I	II	III	IV	V	VI
9	-1	+1	-1	-1	-1
10	-1	+1	-1	-1	+1
11	-1	+1	-1	+1	-1
12	-1	+1	-1	+1	+1
13	-1	+1	+1	-1	-1
14	-1	+1	+1	-1	+1
15	-1	+1	+1	+1	-1
16	-1	+1	+1	+1	+1
17	+1	-1	-1	-1	-1
18	+1	-1	-1	-1	+1
19	+1	-1	-1	+1	-1
20	+1	-1	-1	+1	+1
21	+1	-1	+1	-1	-1
22	+1	-1	+1	-1	+1
23	+1	-1	+1	+1	-1
24	+1	-1	+1	+1	+1
25	+1	+1	-1	-1	-1
26	+1	+1	-1	-1	+1
27	+1	+1	-1	+1	-1
28	+1	+1	-1	+1	+1
29	+1	+1	+1	-1	-1
30	+1	+1	+1	-1	+1
31	+1	+1	+1	+1	-1
32	+1	+1	+1	+1	+1

Таблица 2. Стоимости изменения уровней факторов

Стоимость изменений уровней факторов, у. е.	Обозначение факторов				
	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>
из "-1" в "+1"	11,00	9,00	12,00	12,00	15,00
из "+1" в "-1"	10,00	8,00	1,50	1,50	2,30

**Выводы**

Разработан алгоритм, реализующий оптимизацию факторных планов проведения экспериментов с использованием муравьиных алгоритмов, таких как: муравьиная система, МАКС-МИН муравьиной системы, муравьиная колония. На примере исследования емкостных микро-электромеханических датчиков температуры показана эффективность применения разработанного алгоритмического обеспечения. Дальнейшие исследования будут направлены на исследование влияния параметров работы муравьиных алгоритмов на результаты оптимизации.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Филлипс Д., Гарсиа-Диас А. Методы анализа сетей. Пер. с англ. — М.: Мир, 1984. — 496 с.
2. Кошевой Н. Д., Чуйко А. С. Метод последовательного приближения для решения задачи коммивояжера // Математичне моделювання. — 2012. — №1(26). — С. 58—61.
3. Кошевой Н. Д., Костенко Е. М., Чуйко А. С. Применение метода ветвей и границ для оптимизации композиционных планов второго порядка // Збірник наукових праць Військового інституту Київського національного університету імені Тараса Шевченка. — К.: ВІКНУ, 2010. — Вип. 25. С. 95—101.

