

Рис. 2. Диаграмма распределения температуры по толщине сляба в момент времени равном 2400с

### Выводы

Таким образом, выполнено моделирование нагрева металла в методической печи с помощью прикладной программы Matlab с использованием конечно-разностной двухмерной схемы. Моделирование нагрева металла позволяет проследить распределение температуры по сечению заготовки в любой момент времени. Данная программа позволяет изменять толщину заготовок, а следовательно и время нагрева, что является актуальным преимуществом в современных условиях

работы, характеризующихся непостоянством нагреваемых заготовок.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Методические нагревательные печи / Ю. И. Розенгарт, Н. Ю. Тайц. — Москва : 1964. — 296 с.
2. Самарский. А. А. Теория разностных схем — 3-е издание исправленное. — М. : Наука. Главный редактор физ.-мат. лит., 1989 — 616 с. — ISBN 5-02-014576-9.
3. Расчет нагревательных и термических печей. Справочник. / В. М. Тымчак, В. Л. Гусовский — Москва : Металлургия, 1983, — 481 с.
4. С. И. Гинкул, А. Н. Лебедев, Ю. В. Подопед, Ю. М. Сапронова. Исследование температурного режима нагревательных печей прокатных станов при измерении сортамента нагреваемого металла. Наукові праці ДонНТУ. Металургія. Випуск 12 (177) — ISSN 2077-1908.
5. Матрюков В. С. Теория, конструкция и расчеты металлургических печей / В.С. Матрюков. — М : Металлургия, 1986. — Т.2. — 376 с.
6. Ткаченко В. Н. Математическое моделирование, идентификация и управление технологическими процессами тепловой обработки материалов / В. Н. Ткаченко. — К. : Наукова думка, 2008. — 243 с. — ISBN 978-966-00-1025-7.

пост.18.01.13

## Математическая модель гидродинамических и тепломассообменных процессов для электронного учебника

Ф. В. НЕДОПЕКИН, В. В. БЕЛОУСОВ, В. И. БОНДАРЕНКО

Донецкий национальный университет

Рассматривается электронный учебник «Математическое моделирование гидродинамических и теплообменных процессов в стальных слитках». Приведена обобщенная математическая модель для указанных процессов, проанализированы особенности ее использования, описана реализация лабораторных работ.

Розглядається електронний підручник «Математичне моделювання гідродинамічних і теплообмінних процесів в сталевих злитках». Наведено узагальнену математичну модель для зазначених процесів, проаналізовано особливості її використання, описано реалізацію лабораторних робіт.

The article describes the electronic book "Mathematical modeling of the hydrodynamic and heat transfer processes in the steel bars." The author presented a generalized mathematical model for this processes, analyze features, a description of the implementation of laboratory work.

Процесс информатизации учебных заведений открывает путь электронным учебникам (ЭУ). Электронные учебники имеют общие признаки с печатными[1], а именно:

- Учебный материал излагается из определенной области знаний;
- Этот материал освещен на современном уровне достижений науки;
- Материал в учебниках излагается систематически, т.е. представляет собой целое завершённое произведение, состоящее из многих элементов, имеющих смысловые отношения и связи между собой, которые обеспечивают целостность учебника.

При этом электронные учебники обладают рядом преимуществ:

- Наглядность в ЭУ значительно выше, чем в печатном. Она обеспечивается использованием при создании электронных учебников мультимедийных технологий.
- Электронный учебник обеспечивает многовариантность и разнообразие проверочных заданий, тестов. Электронный учебник позволяет все задания и тесты давать в интерактивном и обучающем режиме.
- Электронный учебник является мобильным: при его создании и распространении выпадают стадии типографской работы. Электронные учебники являются по своей структуре открытыми системами. Их можно дополнять, корректировать, модифицировать в процессе эксплуатации.
- Доступность ЭУ выше, чем у печатных. При спросе на ЭУ легко можно увеличить его тираж, можно переслать по сети, распространить через интернет.

Подробное изложение математических моделей для различных видов гидродинамических и теплообменных процессов доступно в теоретической части электронного учебника. При этом учтены следующие особенности восприятия текста с экрана электронного устройства (рис. 1):

1. На экране текст учебника располагается во фреймах;
2. Для лучшего понимания, усвоения и запоминания материала используются технические возможности: анимация, звук, цвет, иллюстрации. Включение специальных фрагментов помогают смоделировать сложные физические и технические процессы;
3. Главы более короткие по сравнению с книжными и разбиты на дискретные фрагменты, которые содержат один узкий вопрос;
4. В одном из фреймов постоянно доступно оглавление книги, что позволяет, не листая страницы, быстро переходить к нужному разделу или фрагменту и также быстро возвращаться назад;
5. Ключевые слова, термины и другие ссылки визуально выделены, чтобы, щелкая по ним кнопкой мыши, вызывать гиперссылки с объяснениями значений этих слов или комментарием на экран компьютера;
6. Чтобы студент не терял ориентации в учебнике, на каждой электронной странице использованы нижний колонтитул и заголовок главы.

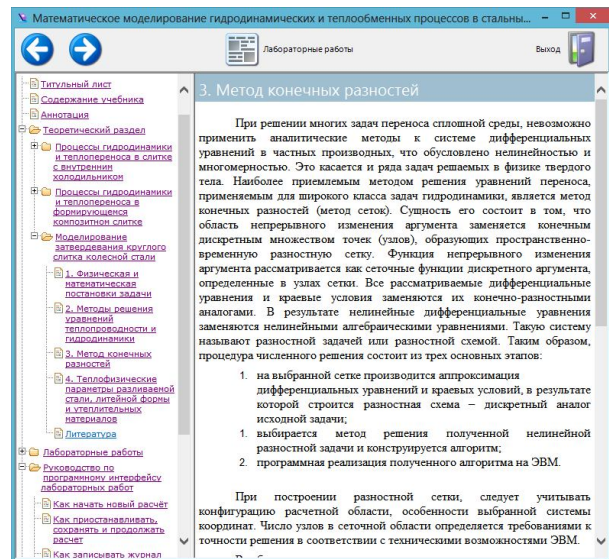


Рис. 1. Экран электронного учебника

Существенную часть учебника составляют лабораторные работы. Запуск лабораторных работ осуществляется с помощью отдельной программы-оболочки, входящей в состав ЭУ (рис. 2).

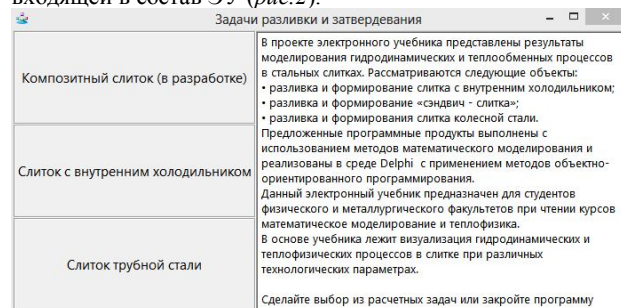


Рис. 2. Программная оболочка для запуска лабораторных работ

Данная оболочка является легко расширяемой и позволяет редактировать список лабораторных работ, добавлять работы или удалять.

В разрабатываемом электронном учебнике «Математическое моделирование гидродинамических и теплообменных процессов в стальных слитках», основанном на результатах работы [2], предложены теоретические основы и лабораторные работы по расчету гидродинамических и теплофизических процессов в:

1. биметаллическом слитке;
2. слитке с внутренним холодильником;
3. круглом стальном слитке колесной стали.

Выбор этих трех технологий объясняется взаимобуловленным влиянием гидродинамики на теплофизику формирования слитка.

В первом случае наблюдается следующая картина. В изложницу, наполненную до прибыльной надставки металлом (маточный расплав), добавляется металл с другими теплофизическими параметрами и определяются параметры скорости, температуры и доли твердой фазы.

Во втором – в расплав вставляется внутренний холодильник (круглый или квадратный металлический

стержень, сделанный из того же металла, что и маточный расплав или из другого металла) и моделируется гидродинамическая, теплофизическая обстановка.

В третьем – моделируется гидродинамика заливки и формирование стали в круглом стальном слитке с расчетом последующего образования открытой и закрытой усадочной раковины.

В основу математического моделирования указанных процессов положена следующая обобщенная модель.

Процессы, происходящие в расплаве и в стенках изложницы, описываются системой уравнений в цилиндрических координатах и краевыми условиями: уравнение Навье – Стокса[3]:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \nabla) \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nabla \nu \nabla \vec{V} + \vec{g} \beta (T - T^0); \quad (1)$$

уравнение теплопереноса

$$C_p \rho \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{V} \nabla) T \right] = \nabla \lambda \nabla T; \quad (2)$$

уравнение неразрывности

$$\frac{\partial (rV_r)}{\partial r} + \frac{\partial (rV_z)}{\partial z} = 0; \quad (3)$$

где  $\vec{V}$  – вектор скорости, м/с;  $t$  – размерное время, с;  $\rho$  – плотность, кг/м<sup>3</sup>;  $P$  – давление, н/м<sup>2</sup>;  $\nu$  – кинематический коэффициент вязкости, м<sup>2</sup>/с;  $\vec{g}$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  $\beta$  – коэффициент объемного расширения 1/К;  $r, z$  – текущие координаты, м;  $C_p$  – коэффициент удельной теплоемкости при постоянном давлении, Дж/кг К;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности Вт/мК;  $T^0$  – начальная температура, К.

Краевые условия формируются следующим образом:

Начальные условия

$$t = 0: V_r = V_z = 0; \quad T \Big|_{\substack{0 \leq r \leq l_r \\ 0 \leq z \leq l_z}} = T^0; \quad T \Big|_{\substack{l_r \leq r \leq l_r \\ l_z \leq z \leq l_z}} = T_{uzl}, \quad (4)$$

где  $V_r$  и  $V_z$  – горизонтальная и вертикальная компоненты скорости;

$l_r$  и  $l_z$  – левая и нижняя границы слитка;

$l'_r$  и  $l'_z$  – левая и нижняя границы изложницы.

Граничные условия для скорости и температуры в период разлива стали записываются в виде:

$$r=0: \quad V_r=0 \quad \frac{\partial V_z}{\partial r} = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0; \quad (5)$$

$$z=H: \quad V_r=0 \quad V_z=0 \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0; \quad (6)$$

$$r=L_r: \quad V_r=0 \quad V_z=0 \quad (7)$$

$$z=L_z \quad V_r = \begin{cases} V_m, & 0 \leq r < R \\ 0, & R \leq r \leq L \end{cases} \quad T = \begin{cases} T_0, & 0 \leq r < R \\ \lambda_{жс} \frac{\partial T}{\partial r_{жс}} = \lambda_{из} \frac{\partial T}{\partial r_{из}} : T_{жс} = T_{из}, & R \leq r \leq L_z \end{cases} \quad (8)$$

$$V_r = 0$$

Индексы  $m, жс, из$  соответствуют параметрам, относящимся к твердой, жидкой фазе металла и материала изложницы соответственно.

На границе изложница – окружающая среда, как для периода разлива, так и для периода затвердевания, работают следующие граничные условия:

на внешней стенке изложницы:

$$\lambda_{из} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{из} = -\alpha_6 (T - T_{cp}); \quad (9)$$

на поддоне:

$$\frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{из} = 0, \quad (10)$$

$$z=L_z: \quad V_r=0 \quad V_z=0 \quad \lambda_{жс} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{жс} = \lambda_{из} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{из}; \quad T_{жс} = T_{из} \quad (11)$$

где  $\alpha_6$  – коэффициент теплообмена с окружающей средой;  $R$  – радиус стакана, м;  $\lambda_{жс}$  и  $\lambda_{из}$  – теплопроводность жидкой фазы и материала изложницы, Вт/мК;  $T_{cp}$  – температура окружающей среды.

В период затвердевания граничные условия (5)–(8) не изменяются, а граничные условия (9) преобразуются к виду:

Модель основана на конечно-разностной аппроксимации нелинейных уравнений в частных производных переноса импульса, энергии, неразрывности и условий однозначности.

На основании анализа гидродинамических, теплофизических и кинетических процессов формирования стальных слитков выбрана модель расчета открытой и закрытой усадочной раковины. Модель основана на предположениях А.А. Бочвара и Ю.А. Нехендзи, что линейная усадка начинается не от температуры солидус, а несколько раньше, в тот период, когда образуется достаточно прочный скелет полузатвердевших дендритов, т.е. от линии эффективного интервала кристаллизации, расположенного выше температуры солидус.

Ранее считалось, что усадка начинается при 75% твердой фазы, однако последние исследования показывают, что эта цифра изменяется в широких пределах, в зависимости от состава стали. Это заставило положить в основу кинетики затвердевания теорию квазиравновесной двухфазной зоны, предложенной Борисовым и записанной в виде[4]:

$$\xi = 1 - \left( 1 + \frac{c_p}{L} (T_l - T_s) \right) \left[ 1 - \left( \frac{T_l - T}{T_l - T_s} \right)^{2/3} \right] + \frac{c_p}{L} (T_l - T_s), \quad (12)$$

где  $T$  – текущая температура, К;  $\xi$  – доля твердой фазы;  $L$  – скрытая теплота кристаллизации, Дж/м<sup>3</sup>;  $T_l, T_s$  – температуры ликвидус и солидус, К.

Лабораторные работы представляют собой прикладные расчетные программы, созданные с помощью разработанной авторами информационной технологии[5].

Моделируя затвердевание слитка с внутренним холодильником, студент должен задать теплофизические параметры расплава, охлаждающего стержня, стенок изложницы и прибыли, а также параметры струи: скорость поступления, начальную температуру расплава (рис.3). В ходе расчета студент получает распределение линий тока, изотермы, эпюры компонент скорости, температуры и доли твердой фазы (рис.4).

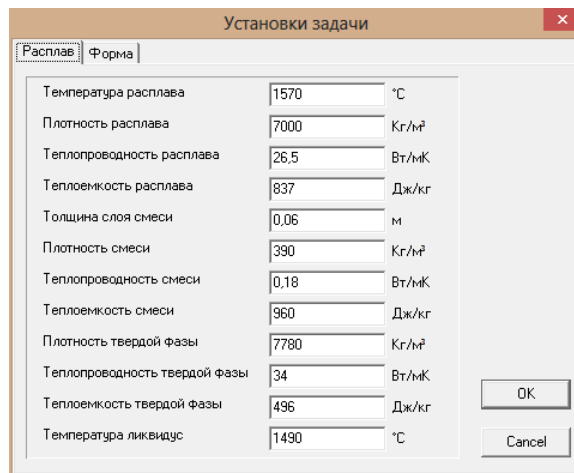


Рис.3. Задание начальных параметров для выполнения лабораторной работы на примере моделирования затвердевания слитка с внутренним холодильником

Моделируя затвердевание биметаллического слитка, студент должен задать теплофизические параметры маточного расплава, доливаемого расплава, стенок изложницы и прибыли, а также параметры струи:

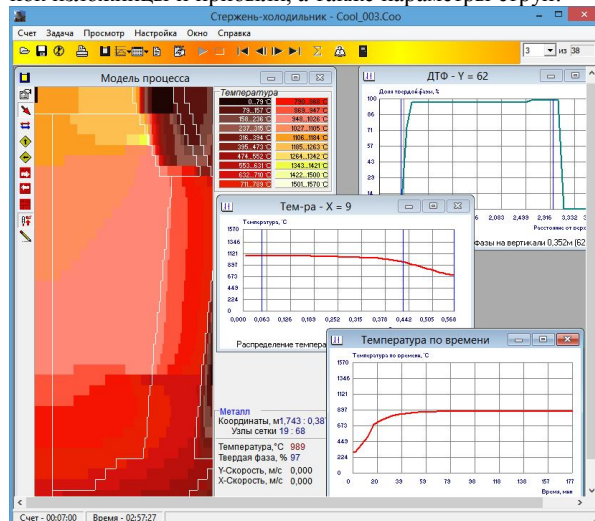


Рис.4. Выходной поток данных в ходе выполнения лабораторной работы на примере моделирования затвердевания слитка с внутренним холодильником

скорость поступления, начальную температуру расплава. В ходе расчета студент получает распределение линий тока, изотермы, эпюры компонент скорости, температуры и доли твердой фазы.

Моделируя затвердевание круглого слитка колесной стали, студент должен задать теплофизические параметры расплава, стенок изложницы, утепляющего вкладыша и геометрию его расположения на стенке изложницы, а также параметры струи: скорость поступления, начальную температуру расплава. В ходе расчета студент получает распределение линий тока, изотермы, эпюры компонент скорости, температуры и доли твердой фазы, определяет величину открытой и закрытой усадочной раковины.

Проект электронного учебника утвержден Ученым советом физико-технического факультета ДонНУ и рекомендован для внедрения в учебном процессе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Родин В. П. Создание электронного учебника. Учебное пособие. — Ульяновск: изд. УлГУ, 2003. — 30с.
2. Затвердевание металлов и металлических композиций // Недопекин Ф. В., Белоусов В. В., Кондратенко В. М., и др. — Киев. Наукова думка, Киев, 2009. — 412 с.
3. Недопекин Ф. В. Математическое моделирование гидродинамики и теплопереноса в слитках. — Ижевск: изд. Удмуртского университета, 1995. — 236 с.
4. Огурцов А. П., Недопекин Ф. В., Белоусов В. В. Процессы формирования стального слитка: математическое моделирование заполнения и затвердевания. — Днепропетровск: ДГТУ, 1994. — 180 с.
5. Программная система для моделирования задач теплопереноса. / Бондаренко В. И. — Вестник Донецкого университета. Серия А. Естественные науки, №2. 2009 — С.103—111.