

Синтез математических моделей авиационного оптического угломера

КОШЕВОЙ Н.Д., ОГАНЕСЯН А.С., КОСТЕНКО Е.М.

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

Приведены результаты исследования оптического устройства для измерений угловых отклонений рулевых поверхностей самолета методом планирования эксперимента. Применялись полный факторный эксперимент 2^3 и ортогональный центральный композиционный план на основе полного факторного эксперимента 2^3 , оптимальные по стоимостным затратам на их реализацию. Оценены адекватности синтезированных моделей, получены относительные погрешности в контрольных точках.

Наведено результати дослідження оптичного пристрою для вимірювання кутових відхилень рулевих поверхонь літака методом планування експерименту. Застосовувалися повний факторний експеримент 2^3 і ортогональний центральний композиційний план на основі повного факторного експерименту 2^3 , оптимальні за вартісними витратами на їх реалізацію. Оцінено адекватності синтезованих моделей, отримані відносні похибки в контрольних точках.

The results of studies of the optical device for measuring the angular deviations of the aircraft control surfaces by the method of experiment planning. We used a full factorial experiment 2^3 and orthogonal central composite plan based on full factorial experiment 2^3 , the best on-cost to implement them. Evaluate the adequacy of the synthesized models were obtained relative errors in the control points.

Постановка проблемы. Решение задачи измерения углов отклонений рулевых поверхностей летательного аппарата при проведении технических осмотров является острым вопросом современной отечественной авиационной промышленности. В виду невозможности установки датчика на валы рулевых поверхностей, необходимо разрабатывать угломеры, измеряющие отклонение плоскости, производя при этом математическое описание отклика данных устройств.

Анализ последних исследований и публикаций. Существуют разработки авиационных оптических угломеров [1,2], принцип действия которых заключается в определении угла отклонения рулевой поверхности при помощи установленного на окончании плоскости источника света и ряда оптических приемников, расположенных вдоль дуги, очерчиваемой двигающейся рулевой поверхностью. Также изложена методика синтеза математических моделей первого порядка для данных угломеров [3].

Цель статьи. Синтез математических моделей исследуемого устройства, проверка гипотезы об адекватности данных моделей.

Основные результаты исследований. При математическом описании авиационного оптического угломера, служащего для измерения угловых отклонений рулевых поверхностей самолета, необходимо составить математические модели откликов трех расположенных рядом оптических приемников. В качестве принимающих элементов рекомендуется [1] использовать фототранзисторы ВРТ-ВР2331 и ВРТ-ВР2931.

Таким образом, необходимо получить шесть зависимостей. Искомой функцией для каждой зависимости будет являться напряжение на выходе фототранзисторов, измеряемое с последовательно включенной нагрузкой сопротивлением 10 кОм.

В качестве метода получения математических моделей предлагается планирование эксперимента. Для проведения опытов необходимо выбрать влияющие факторы и параметр оптимизации. Естественно, параметром оптимизации будет являться напряжение U , мВ. Влияющими факторами целесообразно выбрать: x_1 - угол отклонения центральной оси излучающего

элемента от центральной оси принимающего элемента (β); x_2 - интервал между центральными осями излучающего и принимающего элементов (Δy); x_3 - дистанция между излучающим и принимающим элементами (Δx).

Тогда для построения шести линейных математических моделей в виде $U = f(x_1, x_2, x_3)$ достаточно применить планирование полного факторного эксперимента (ПФЭ) 2^3 . Имея габаритные размеры фотопринимающих элементов (для ВРТ-ВР2331 и ВРТ-ВР2931 они одинаковы) и предполагая значения неточности установки инфракрасного излучателя и приемников, можно определить уровни влияющих факторов и, соответственно, установить интервалы их варьирования (табл. 1).

Таблица 1. Уровни и интервалы варьирования для ПФЭ 2^3

Фактор	Уровни фактора			Интервал варьирования	Размерность
	-1	0	+1		
$x_1(\beta)$	-3,5	0	3,5	3,5	град
$x_2(\Delta y)$	-2,5	0	2,5	2,5	мм
$x_3(\Delta x)$	0	2	4	2	мм

По итогам ПФЭ 2^3 будут определены шесть зависимостей вида:

$$U = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3$$

Коэффициенты регрессии вычисляются по формулам [4]:

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^N U_i}{N}; \quad b_j = \frac{\sum_{i=1}^N x_{ji}U_i}{N},$$

здесь U_i - значения выходного сигнала в i -ой точке плана, x_{ji} - значение j -го фактора в i -ой точке плана, N - количество точек плана (8 для ПФЭ 2^3).

Матрица планирования ПФЭ 2^3 представлена в табл. 2.

Таблица 2. Матрица планирования ПФЭ 2³

№	x ₁	x ₂	x ₃	x ₁ x ₂	x ₁ x ₃	x ₂ x ₃	x ₁ x ₂ x ₃
1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1
2	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
3	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
4	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1
5	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
6	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1
7	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1

Учитывая стоимости изменений значений уровней факторов (табл. 3) с помощью пакета прикладных программ [5] синтезирован оптимальный по стоимости реализации план эксперимента, полученный методом анализа перестановок строк исходной матрицы планирования (см. табл. 2). Стоимости затрат на реализацию экспериментов составляют: по оптимальному плану – 22,2 усл. ед.; по исходному плану – 35,85 усл. ед.

Таким образом, при реализации эксперимента по оптимальному плану имеем выигрыш по стоимости в 1,6 раза.

Таблица 3. Стоимости изменений значений уровней факторов

Факторы	Стоимости изменений, усл. ед.			
	из "-1" в "+1"	из "+1" в "-1"	из "0" в "-1"	из "0" в "+1"
x ₁	2,20	2,20	1,10	1,10
x ₂	5,50	5,50	2,75	2,75
x ₃	3,95	3,95	1,75	2,20

В оптимальном по стоимости реализации плане эксперимента строки матрицы планирования, приведенной в таблице 2, расположены в следующем порядке: 1;2;6;5;7;8;4;3.

В результате проведения трех серий опытов были получены следующие значения напряжений для двух видов применяемых фототранзисторов (табл. 4, табл. 5).

Таблица 4. Результаты ПФЭ 2³ для фототранзисторов ВРТ-ВР2331

№	Серия опытов №1			Серия опытов №2			Серия опытов №3		
	U ₁	U ₂	U ₃	U ₁	U ₂	U ₃	U ₁	U ₂	U ₃
1	12,6	39,6	103,1	14,3	45,6	107,7	14	45,3	106,6
2	15	22	109,1	14,4	29,6	108,6	15,5	26,3	109
6	20	29,9	114,1	20,6	32	118,2	20,7	33,4	118
5	22,6	37	107,9	22,7	48,6	110,5	23,3	45	111
7	112,7	24,9	32,7	107,9	25,8	34,8	113,4	25,2	32,3
8	112,5	22,2	24,7	114,3	22,6	25,9	114,6	22,6	26,8
4	110,6	47,2	12,7	111,5	38,5	14,3	114,7	26,7	16,6
3	114,6	25,3	21,1	116,7	25,6	22,3	109,4	24,4	22,3

Таблица 5. Результаты ПФЭ 2³ для фототранзисторов ВРТ-ВР2331

№	Серия опытов №1			Серия опытов №2			Серия опытов №3		
	U ₁	U ₂	U ₃	U ₁	U ₂	U ₃	U ₁	U ₂	U ₃
1	14,1	36,5	110,6	14,7	37,8	112,3	13,8	47,8	113,9
2	17,2	23	110,5	17,9	23	111,1	17,1	24,9	112,1
6	23,5	30,3	117,4	23,7	30,2	124,6	25,4	28,3	111,6
5	24,5	31,3	109,2	25,7	45,8	113,7	25,6	35,3	114,4
7	111,2	23,6	27,3	113,5	25,8	26,6	108,8	23,9	29,8
8	107,8	31,2	21,9	108,2	26	24,7	109,4	26,9	24,7
4	114	47,6	11,6	112,7	39,6	12,9	114,5	43,2	13,3
3	119,1	23,7	20,7	120,3	28,5	18	116	32,2	16,7

По экспериментальным данным были синтезированы математические модели для каждого из трех фотоприемников:

1. Фототранзисторы ВРТ-ВР2331:

$$U_1 = 65,36 - 0,55x_1 + 47,53x_2 + 1,87x_3 - 0,50x_1x_2 - 0,15x_1x_3 - 1,87x_2x_3 + 1,10x_1x_2x_3;$$

$$U_2 = 31,90 - 0,69x_1 - 1,11x_2 - 2,51x_3 + 5,49x_1x_2 - 3,84x_2x_3 - 4,39x_1x_2x_3;$$

$$U_3 = 67,10 - 0,52x_1 - 42,87x_2 + 4,17x_3 - 3,57x_1x_2 + 0,07x_1x_3 + 1,72x_2x_3 + 0,02x_1x_2x_3.$$

2. Фототранзисторы ВРТ-ВР2931:

$$U_1 = 66,62 - 0,80x_1 + 46,60x_2 + 0,32x_3 - 1,32x_1x_2 - 0,30x_1x_3 - 3,85x_2x_3 + 0,72x_1x_2x_3;$$

$$U_2 = 31,92 + 2,12x_1 + 0,62x_2 - 1,80x_3 + 5,75x_1x_2 - 0,47x_1x_3 - 2,32x_2x_3 - 3,60x_1x_2x_3;$$

$$U_3 = 67,07 - 0,80x_1 - 45,77x_2 + 2,80x_3 - 2,82x_1x_2 + 1,50x_1x_3 + 1,42x_2x_3 - 0,57x_1x_2x_3.$$

Для данных математических моделей была проверена гипотеза об их адекватности, основываясь на критерии Фишера. Значения данного критерия для каждой модели не превосходили табличного значения равного 19,3 (для фототранзистора ВРТ-ВР2331: $F_1 = 0,53, F_2 = 1,93, F_3 = 0,70$, а для ВРТ-ВР2931: $F_1 = 0,26, F_2 = 1,36, F_3 = 0,52$). Но при этом для 2-го транзистора первого типа и 3-го транзистора второго типа дисперсии оказались неоднородны. Проверка однородности проводилась по критерию Кохрена. Величины G для данных элементов ($G_2 = 0,6196$ (ВРТ-ВР2331), $G_3 = 0,6611$ (ВРТ-ВР2931)) превосходили табличное значение, равное 0,5157. Кроме того, проводилась экспериментальная проверка адекватности моделей в точке эксперимента (0;0;0). Результаты приведены в табл. 6.

Таблица 6. Результаты эксперимента в точке (0;0;0)

Приемник	U ₁	U ₂	U ₃
ВРТ-ВР2331	83,4	21,4	95,3
ВРТ-ВР2931	86,7	24,2	80,5

Учитывая полученные математические модели, можно заключить, что в точке эксперимента (0;0;0) значения напряжения должны быть равными свободным членам b_0 уравнений. Как видно из таблицы 6, экспериментальные данные существенно отличаются от величин свободных членов b_0 математических моделей.

Так как критерий Фишера показал адекватность моделей, а экспериментальные данные в точке (0;0;0) разошлись с полученными по указанным моделям, можно сделать вывод, что для более корректного описания влияния факторов на выходное напряжение транзисторов данный процесс необходимо аппроксимировать полиномом более высокого порядка.

Для синтеза математической модели 2-го порядка предлагается применять ортогональный центральный композиционный план (ОЦКП) на основе ПФЭ 2^3 .

Применяя ОЦКП на основе ПФЭ 2^3 , необходимо расширять факторное пространство по каждой оси на величину звездного плеча α в положительном и отрицательном направлении. Данное условие выполнимо только лишь в случае неограниченности факторного пространства. В решаемой задаче фактор x_3 ограничен в точке $\Delta x = 0$ мм. Таким образом, расширять факторное пространство следует так, чтобы граничное значение дистанции, равное 0 мм, соответствовало уровню данного фактора $-\alpha$. Т.е. произойдет смещение центра эксперимента по оси фактора x_3 на величину α .

Для ОЦКП на основе ПФЭ 2^3 звездное плечо $\alpha = 1,2154$ [4]. Основываясь на вышеизложенном, можно определить уровни факторов и интервалы их варьирования для расширенного факторного пространства (табл. 7), а также матрицу планирования эксперимента (табл. 8).

Таблица 7. Уровни и интервалы варьирования для ОЦКП

Фактор	Уровни фактора					Интервал варьир.	Разм.
	$-\alpha$	-1	0	+1	$+\alpha$		
$x_1(\beta)$	-4,25	-3,50	0,00	3,50	4,25	3,50	град
$x_2(\Delta y)$	-3,00	-2,50	0,00	2,50	3,00	2,50	мм
$x_3(\Delta x)$	0,00	0,40	2,40	4,40	4,80	2,00	мм

В таблице 8 величина a – параметр смещения, для случая ОЦКП на основе ПФЭ 2^3 $a = 0,7303$ [4].

Учитывая стоимости изменений значений уровней факторов (табл. 9), с помощью программы, которая реализует оптимизацию планов эксперимента методом ветвей и границ, синтезирован оптимальный по стоимости затрат план ОЦКП. Стоимостные затраты на реализацию экспериментов составляют: 69,25 усл.ед., для исходного плана; 41,5 усл.ед. для оптимального плана. При этом имеем выигрыш по стоимостным затратам на реализацию эксперимента в 1,67 раза по сравнению с исходным планом.

В оптимальном по стоимости затрат плане ОЦКП строки матрицы планирования, приведенной в таблице 8, расположены в следующем порядке: 5;6;12;1;2;14;10;15;9;13;7;8;11;4;3.

Таблица 8. Матрица планирования для ОЦКП

№	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z_6	Z_7	Z_8	Z_9
	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	x_1^2-a	x_2^2-a	x_3^2-a
1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	1-a	1-a	1-a
2	+1	-1	-1	-1	-1	+1	1-a	1-a	1-a
3	-1	+1	-1	-1	+1	-1	1-a	1-a	1-a
4	+1	+1	-1	+1	-1	-1	1-a	1-a	1-a
5	-1	-1	+1	+1	-1	-1	1-a	1-a	1-a
6	+1	-1	+1	-1	+1	-1	1-a	1-a	1-a
7	-1	+1	+1	-1	-1	+1	1-a	1-a	1-a
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	1-a	1-a	1-a
9	$+\alpha$	0	0	0	0	0	α^2-a	-a	-a
10	$-\alpha$	0	0	0	0	0	α^2-a	-a	-a
11	0	$+\alpha$	0	0	0	0	-a	α^2-a	-a
12	0	$-\alpha$	0	0	0	0	-a	α^2-a	-a
13	0	0	$+\alpha$	0	0	0	-a	-a	α^2-a
14	0	0	$-\alpha$	0	0	0	-a	-a	α^2-a
15	0	0	0	0	0	0	-a	-a	-a

Таблица 9. Стоимости изменений значений уровней факторов

Изменения факторов		Стоимости изменений факторов, усл. ед.		
из	в	x_1	x_2	x_3
$-\alpha$	-1	0,30	0,55	0,20
$-\alpha$	0	1,40	3,30	2,20
$-\alpha$	+1	2,50	6,05	4,70
$-\alpha$	$+\alpha$	2,80	6,60	4,95
-1	$-\alpha$	0,30	0,55	0,20
-1	0	1,10	2,75	2,00
-1	+1	2,20	5,50	4,50
-1	$+\alpha$	2,50	6,05	4,75
0	$-\alpha$	1,40	3,30	2,20
0	-1	1,10	2,75	2,00
0	+1	1,10	2,75	2,50
0	$+\alpha$	1,20	3,30	2,75
+1	$-\alpha$	2,50	6,05	4,70
+1	-1	2,20	5,50	4,50
+1	0	1,10	2,75	2,50
+1	$+\alpha$	0,30	0,55	0,25
$+\alpha$	$-\alpha$	2,80	6,60	4,95
$+\alpha$	-1	2,50	6,05	4,75
$+\alpha$	0	1,40	3,30	2,75
$+\alpha$	+1	0,30	0,55	0,25

Используя приведенную матрицу планирования эксперимента, были получены экспериментальные значения выходных напряжений двух видов принимающих элементов (табл. 10, табл. 11).

Таблица 10. Результаты ОЦКП для фототранзисторов ВРТ-ВР2331

№	Серия опытов №1			Серия опытов №2			Серия опытов №3		
	U ₁	U ₂	U ₃	U ₁	U ₂	U ₃	U ₁	U ₂	U ₃
5	32,3	25,3	117,9	25,6	37,6	138,9	27,7	31,2	130,0
6	31,6	24,8	127,4	25,7	35,6	143,0	26,2	33,3	146,7
12	25,4	34,0	145,6	25,1	33,0	145,0	27,1	42,3	151,2
1	24,1	21,8	125,1	28,1	20,6	128,0	21,2	37,1	131,5
2	21,8	21,1	125,9	22,7	25,1	129,7	21,8	34,8	134,1
14	88,0	15,3	113,3	89,4	15,1	104,4	91,0	16,0	102,3
10	92,4	22,1	74,4	87,0	22,5	79,7	82,3	21,8	105,7
15	77,1	20,8	107,1	78,0	22,2	106,4	80,0	23,9	100,3
9	62,3	20,1	109,3	54,6	20,8	116,1	75,8	19,5	112,6
13	62,0	29,7	94,4	63,5	29,4	84,4	64,1	28,5	92,0
7	146,8	40,0	23,1	124,5	27,7	29,9	134,4	33,4	25,9
8	143,3	36,5	23,3	137,3	28,7	30,2	129,4	33,5	27,8
11	131,9	29,6	24,7	148,2	30,4	25,0	145,8	47,5	22,4
4	146,8	27,2	19,8	135,4	45,1	17,4	126,3	42,6	18,6
3	154,8	45,9	16,9	132,0	68,8	15,7	128,9	38,3	18,5

Таблица 11. Результаты ОЦКП для фототранзисторов ВРТ-ВР2931

№	Серия опытов №1			Серия опытов №2			Серия опытов №3		
	U ₁	U ₂	U ₃	U ₁	U ₂	U ₃	U ₁	U ₂	U ₃
5	34,4	41,0	125,4	37,7	36,0	114,9	38,4	39,9	113,6
6	32,4	40,8	128,2	34,8	34,6	120,5	36,6	34,9	123,1
12	32,1	36,8	129,3	28,6	50,8	149,0	29,2	52,0	138,1
1	23,3	52,1	135,8	40,3	28,9	130,4	30,2	37,4	149,1
2	21,8	49,9	138,6	29,3	33,3	135,1	27,6	44,1	138,6
14	102,5	18,7	98,1	104,3	19,4	96,0	98,1	21,3	110,1
10	113,3	26,0	58,9	105,1	26,7	80,3	87,7	28,5	101,4
15	85,8	23,6	87,7	97,5	24,6	75,6	87,6	26,3	92,0
9	89,4	25,2	95,6	83,1	26,0	107,1	81,0	26,5	102,7
13	72,8	36,6	65,0	77,6	38,0	64,1	82,8	32,7	84,5
7	121,1	35,9	35,5	146,5	39,3	34,6	150,6	41,7	35,7
8	130,5	35,2	35,4	135,2	36,7	35,2	138,0	40,2	37,3
11	140,7	61,2	25,3	137,0	36,2	28,7	141,6	51,3	29,3
4	138,2	29,6	30,2	150,6	33,0	30,3	153,4	39,1	28,4
3	136,1	37,6	27,7	141,6	49,3	25,7	141,3	42,0	32,3

Обработка данных эксперимента приведет к составлению шести математических моделей вида:

$$U = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{11}(x_1^2 - a) + b_{22}(x_2^2 - a) + b_{33}(x_3^2 - a).$$

Коэффициенты регрессии для математических моделей данного вида вычисляются по следующим формулам [4]:

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^N U_i}{N}; \quad b_p = \frac{\sum_{i=1}^N z_i U_i}{2^3 + 2\alpha^2}; \quad b_s = \frac{\sum_{i=1}^N z_i^2 U_i}{2^3}; \quad b_u = \frac{\sum_{i=1}^N z_i^4 U_i}{2\alpha^4}.$$

Здесь b_p – коэффициенты при линейных членах, b_s – коэффициенты при взаимодействиях, b_u – коэффициенты при квадратичных членах.

В итоге получены квадратичные зависимости следующего вида:

1. Фототранзисторы ВРТ-ВР2331:

$$U_1 = 80,00 - 2,92x_1 + 53,39x_2 - 2,30x_3 + 0,27x_1x_2 + 0,70x_1x_3 - 1,57x_2x_3 - 0,71(x_1^2 - a) + 4,87(x_2^2 - a) - 0,27(x_3^2 - a);$$

$$U_2 = 30,23 - 1,43x_1 + 3,57x_2 + 0,28x_3 - 1,72x_1x_2 + 1,40x_1x_3 - 3,97x_2x_3 + 0,74(x_1^2 - a) + 10,89(x_2^2 - a) + 1,58(x_3^2 - a);$$

$$U_3 = 85,81 + 4,19x_1 - 53,57x_2 + 0,70x_3 - 1,17x_1x_2 + 0,95x_1x_3 + x_2x_3 - 7,02(x_1^2 - a) - 16,50(x_2^2 - a) - 7,80(x_3^2 - a).$$

2. Фототранзисторы ВРТ-ВР2931:

$$U_1 = 87,73 - 2,34x_1 + 51,64x_2 - 2,58x_3 + 1,27x_1x_2 - 1,20x_1x_3 - 3,37x_2x_3 + 1,03(x_1^2 - a) - 4,62(x_2^2 - a) - 1,41(x_3^2 - a);$$

$$U_2 = 36,03 - 1,05x_1 - 0,06x_2 + 1,17x_3 - 1,42x_1x_2 + 0,30x_1x_3 + 0,70x_2x_3 - 1,24(x_1^2 - a) + 13,34(x_2^2 - a) - 0,36(x_3^2 - a);$$

$$U_3 = 83,57 + 3,00x_1 - 47,75x_2 - 5,25x_3 - 0,40x_1x_2 + 0,82x_1x_3 + 5,87x_2x_3 + 0,14(x_1^2 - a) - 5,07(x_2^2 - a) - 3,04(x_3^2 - a).$$

Табличное значение критерия Фишера F для данного эксперимента составляет 19,35. Расчетные значения F для данных моделей составляют: для ВРТ-ВР2331 $F_1 = 2,43$, $F_2 = 0,82$, $F_3 = 2,16$; для ВРТ-ВР2931 $F_1 = 2,13$, $F_2 = 0,88$, $F_3 = 1,19$. Таким образом, можно сделать заключение об адекватности данных моделей по критерию Фишера.

Таблица 12. Доверительные интервалы коэффициентов регрессии

b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9
ВРТ-ВР2331									
2,13	2,50	2,50	2,50	2,92	2,92	2,92	3,96	3,96	3,96
2,13	2,49	2,49	2,49	2,92	2,92	2,92	3,95	3,95	3,95
2,00	2,35	2,35	2,35	2,74	2,74	2,74	3,72	3,72	3,72
ВРТ-ВР2931									
2,10	2,46	2,46	2,46	2,88	2,88	2,88	3,90	3,90	3,90
1,83	2,14	2,14	2,14	2,51	2,51	2,51	3,40	3,40	3,40
2,51	2,93	2,93	2,93	3,43	3,43	3,43	4,65	4,65	4,65

Чтобы окончательно подтвердить адекватность полученных зависимостей, следует провести оценку значимости коэффициентов регрессии, отбросить незначимые из них. Далее при помощи экспериментальной проверки в трех точках, не вошедших в ОЦКП, но находящихся внутри факторного пространства, оценить адекватность полученных математических моделей.

Оценку значимости коэффициентов проводится с применением критерия Стьюдента, значение которого для данного случая $t = 2,04$ [4].

Используя полученные доверительные интервалы (табл. 12), можно отбросить коэффициенты, абсолютные значения которых меньше соответствующего доверительного интервала.

Таким образом, математические модели можно записать в следующем виде:

1. Фототранзисторы ВРТ-ВР2331:

$$U_1 = 76,44 - 2,92x_1 + 53,39x_2 + 4,87x_2^2;$$

$$U_2 = 22,27 + 3,57x_2 - 3,98x_2x_3 + 10,89x_2^2;$$

$$U_3 = 108,67 + 4,19x_1 - 53,57x_2 - 7,02x_1^2 - 16,50x_2^2 - 7,80x_3^2;$$

2. Фототранзисторы ВРТ-ВР2931:

$$U_1 = 91,10 + 51,64x_2 - 2,58x_3 - 3,38x_2x_3 - 4,62x_2^2;$$

$$U_2 = 26,29 + 13,34x_2^2;$$

$$U_3 = 87,27 + 3,00x_1 - 47,75x_2 - 5,25x_3 + 5,88x_2x_3 - 5,07x_2^2.$$

Экспериментальные точки, в которых должна проводиться проверка моделей, были выбраны со следующими координатами в факторном пространстве: (-0,57; -0,60; -0,45); (0,57; 0,60; 0,55); (-1,14; -1,08; 1,10). Они соответствуют следующим натуральным значениям факторов: (-2°; -1,5мм; 1,5мм); (2°; 1,5мм; 3,5мм); (-4°; -2,7мм; 4,6мм). Первые две контрольные точки содержатся внутри факторного пространства ПФЭ 2³, третья точка выходит за рамки данного пространства, но остается внутри границ области ОЦКП. Результаты исследования в контрольных точках приведены в табл. 13.

Таблица 13. Результаты экспериментальной проверки адекватности

№	Серия опытов №1			Серия опытов №2			Серия опытов №3		
	U ₁	U ₂	U ₃	U ₁	U ₂	U ₃	U ₁	U ₂	U ₃
ВРТ-ВР2331									
1	47,5	23,6	138,2	48,1	24,2	134,5	47,8	24,1	136,1
2	114,8	27,2	65,2	114,8	27,7	63,6	112,2	26,9	64,3
3	29,3	37,0	132,2	29,4	36,4	129,8	29,1	36,5	126,8
ВРТ-ВР2931									
1	59,2	30,9	123,0	60,6	30,6	124,6	56,8	31,4	118,2
2	121,0	32,8	57,2	121,9	32,7	55,9	116,8	31,8	59,2
3	33,1	43,5	122,4	33,3	42,0	124,2	30,2	43,5	120,5

Учитывая экспериментальные данные, можно оценить относительную погрешность в каждой из исследуемых точек, считая расчетные значения по математическим моделям действительными.

В табл. 14 приведены величины напряжения, полученные по математическим моделям для экспериментальных точек, средние значения в этих точках на основании данных из табл. 13 и относительные погрешности измеряемого напряжения.

Выводы

В результате исследования авиационного оптического угломера методом полного факторного эксперимента были получены математические модели, адекватность которых подверглась сомнению вследствие несовпадения данных, получаемых в точках, не входя-

щих в исходную матрицу планирования эксперимента, и результатов расчета по синтезированным функциональным зависимостям.

Таблица 14. Сводная таблица результатов эксперимента

№	Действительные значения, мат. модель (мВ)			Средние значения, эксперимент (мВ)			Относительная погрешность (%)		
	U ₁	U ₂	U ₃	U ₁	U ₂	U ₃	∂U ₁	∂U ₂	∂U ₃
ВРТ-ВР2331									
1	47,8	23,0	128,6	47,8	24,0	136,3	0,0	4,3	5,9
2	108,6	27,0	68,3	113,9	27,3	64,4	4,9	0,9	5,8
3	27,8	35,8	123,9	29,3	36,6	129,6	5,3	2,2	4,6
ВРТ-ВР2931									
1	58,7	31,1	116,2	58,9	31,0	121,9	0,3	0,4	4,9
2	117,9	31,1	57,7	119,9	32,4	57,4	1,7	4,3	0,4
3	31,1	41,8	116,6	32,2	43,0	122,4	3,5	2,7	5,0

С целью получения адекватных моделей был проведен эксперимент с использованием ортогонального центрального композиционного плана, результатом которого явились шесть математических моделей второго порядка для фотоприемников, используемых в данном угломере. Адекватность всех моделей подтверждена критерием Фишера, отброшены незначимые коэффициенты при членах уравнений, проверено экспериментальное соответствие математических моделей реальным результатам в точках, не учитывавшихся в исходном плане. Оценены относительные погрешности в экспериментальных точках, служивших для проверки адекватности математических моделей. Как видно из таблицы 14, для фототранзисторов ВРТ-ВР2331 относительные погрешности не превосходят 6%, а для ВРТ-ВР2931 – 5%.

Таким образом, можно сделать вывод об адекватности синтезированных математических моделей. Основываясь на приведенных данных, также можно сделать заключение, что применение фототранзисторов ВРТ-ВР2931 более целесообразно в виду более точного математического описания устройства с использованием данных элементов.

ЛИТЕРАТУРА

- Кошевой Н.Д., Оганесян А.С. Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: Сб. науч. трудов. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Вып. 38. – X., 2008. – С. 223 – 229.
- Оганесян А.С., Кошевой Н.Д., Цеховской М.В. Світлотехніка та електроенергетика. – № 3. – X., 2009. – С. 75 – 78.
- Оганесян А.С., Кошевой Н.Д., Цеховской М.В., Гордиенко В.А. Авиационно-космическая техника и технология. – Вып. 6. – X., 2009. – С. 48–53.
- Давиденко А.П. Организация и планирование научных исследований, патентоведение. – X.:НТУ «ХПИ», 2004. – 320 с.
- Кошевой Н.Д., Костенко Е.М. Збірник наукових праць Військового інституту Київського національного університету імені Тараса Шевченка. – К.:ВІКНУ, 2009. – Вип.19. – С. 44–48.