

ЛИТЕРАТУРА

1. Шкурба В.В. Планирование дискретного производства в условиях АСУ, – К.: Техника, 1975. - 296 с.
2. Петров Б.Н. Теория моделей в процессах управления, – М.: Наука, 1978. - 223 с.
3. Пигнастый О.М. Статистическая теория производственных систем. – Харьков, ХНУ им.Каразина, 2007. -388с.
4. Занг З.В.-Б. Синергетическая экономика, –М.: Мир, 1999г., 335с.
5. Прыткин Б.В., Технично-экономический анализ производства, –М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2000г., 399стр.
6. Демуцкий В.П., Пигнастый О.М., Ходусов В.Д., Азаренкова М.Н. Использование методов статистической физики для исследования экономико-производственных систем с массовым выпуском продукции.// Вестник ХНУ. – Харьков, 2005. – N710– С.128-134
7. Pignasty O.M. Distinctive numbers of production systems' functioning description // Вопросы атомной науки и техники. – Харьков, 2007. –N3– С.322-325
8. Флуд Н.А. Как измерить «устойчивость развития»? / Н.А. Флуд // Вопросы статистики. – 2006. – № 10. – С. 19-29.

пост. 14.04.10

К вопросу о построении гибридных сеток для параллельных вычислительных систем

ЗИНЧЕНКО А.В., МИРНЫЙ С.С.

Институт транспортных систем и технологий НАН Украины «Трансмаг»

Рассмотрены вопросы построения гибридных сеток для параллельных вычислений в аэрогидромеханике. Проанализированы достоинства и недостатки современных методов декомпозиции гибридных сеток. На основе метода спектральной бисекции и локального алгоритма Кернигана – Лина разработан численный алгоритм построения и декомпозиции гибридных сеток для параллельных вычислительных систем.

Розглянуто питання побудови гібридних сіток для паралельних обчислень в аерогідромеханіці. Проаналізовано переваги та недоліки сучасних методів декомпозиції гібридних сіток. На основі методу спектральної бісекції та локального алгоритму Кернігана – Ліна розроблено чисельний алгоритм побудови і декомпозиції гібридних сіток для паралельних обчислювальних систем.

Questions of hybrid grid generation for parallel computations in fluid dynamics are considered. The advantages and disadvantages of modern methods for hybrid grid decomposition are investigated. The numerical algorithm based on spectral bisection and local Kernigan-Lin algorithm for generation and decomposition of hybrid grids suitable for parallel computations is developed.

Основными методами решения задач вычислительной аэрогидродинамики (ВАГД) являются сеточные методы. При этом от выбора типа расчетной сетки и метода ее построения существенно зависит качество полученного решения.

Для удовлетворения требования по сеточному числу Пекле необходимо, что бы размер пристеночных ячеек расчетной сетки в направлении нормали к поверхности тела (твердой стенки) не превышал $10^{-4} - 10^{-5}$ от характерного размера. При построении неструктурированной сетки это может привести к значительному увеличению количества ячеек, так как они представляют собой треугольники, близкие к равносторонним. Соответственно увеличится и время расчета. Применение структурированной сетки позволяет уменьшить количество узлов на поверхности тела, но при этом сохранить шаг по нормали к поверхности тела. Для получения оптимального количества узлов необходимо использовать гибридные расчетные сетки. Вокруг тел или границы строится область с регулярной сеткой, а в остальной области строится неструктурированная сетка

В общем случае процесс построения расчетной сетки можно разделить на следующие этапы [1]:

- построение границ физической области,
- дискретизация границ физической области (получение распределения узлов на границе),
- построение сетки выбранного типа внутри построенной области,
- декомпозиция расчетной сетки.

Для решения задач ВАГД на распределенных вычислительных системах, расчетную сетку и данные необходимо разделить на блоки, каждый из которых будет обрабатываться на отдельном узле. От того, как будет разделена расчетная сетка, будет зависеть объем передаваемых данных и, следовательно, время решения задачи.

Существует достаточно много методов декомпозиции расчетных сеток [2,3]. Для анализа качества полученной декомпозиции можно пользоваться следующими критериями [3]:

- количество узлов на границе блока;
- разница в количестве узлов в блоках;

- количество соседних блоков;
- сжатие блока.

Количество граничных узлов влияет на интенсивность обмена и на объем данных, которые дублируются на каждом узле. Уменьшение количества граничных узлов приводит к уменьшению издержек на обмен и к более эффективному использованию памяти.

Количество узлов в блоке определяет время, которое необходимо потратить на его обработку. Если количество узлов варьируется в широких пределах, то может возникнуть дисбаланс в процессорной нагрузке.

Количество соседних блоков определяет интенсивность обмена между узлами.

Методы декомпозиции расчетной сетки можно разделить на геометрические методы и на методы, основанные на графах. Геометрические методы производят декомпозицию расчетной сетки, используя координаты узлов. Методы, основанные на графах, производят декомпозицию на основании разбиения графа соседних элементов. Вершиной такого графа является узел расчетной сетки. Вершины графа соединяются ребрами таким образом, что бы топология графа повторяла топологию сетки. Граф соседних элементов разделяется на подграфы группированием вершин в не пересекающиеся подмножества. Качество разделения графа выражается в общем весе сечения и весах подграфов. Общий вес сечения, определяемый как общий вес ребер, пересекающих границы подграфа, характеризует количество граничных узлов блоков расчетной сетки. Вес подграфа, определяемый как общий вес всех вершин в подграфе, характеризует размер соответствующего блока. Таким образом, при использовании графа, необходимо минимизировать общий вес сечения и отклонения в весах подграфов. Наибольшее распространение получили методы декомпозиции, основанные на использовании графов, так как они используют только связи между узлами расчетной сетки и не зависят от геометрии расчетной области, а также позволяют упростить граф за счет объединения вершин и ребер.

Расчетную сетку (ее граф) можно разделить на части, используя такие стратегии декомпозиции, как рекурсивная бисекция и прямая декомпозиция. При использовании рекурсивной бисекции, сетка сначала делится на два блока. Затем, каждый блок делится на два меньших блока. Произвольное число блоков может быть получено путем создания блоков разного размера. При использовании прямой декомпозиции, расчетная сетка разделяется точно на необходимое число блоков. Хотя эту стратегию сложнее реализовать, с ее помощью можно получить более качественную декомпозицию, по сравнению с рекурсивной бисекцией.

После разделения сетки ее декомпозиция может быть улучшена с помощью какого-либо метода оптимизации. Часто, время, затрачиваемое на декомпозицию, оказывается меньшим при использовании простого метода декомпозиции и какого-либо алгоритма оптимизации, по сравнению с более сложным методом декомпозиции.

Для ускорения декомпозиции очень больших графов могут использоваться многоуровневые методы декомпозиции. Процедура декомпозиции при использовании многоуровневых методов состоит из следующих этапов:

- последовательное "огрубление" графа;

- декомпозиция графа каким-либо методом;
- последовательное восстановление подграфов.

"Огрубление" графа состоит в объединении вершин и ребер графа. Изначально всем вершинам и ребрам графа присваивается вес равный единице. При объединении вершин и ребер, вес новой вершины или ребра становится равным сумме весов объединяемых вершин и ребер. После декомпозиции упрощенного графа, он восстанавливается к исходному графу. Таким образом, по подграфам упрощенного графа восстанавливаются блоки исходной сетки.

Рассмотрим такие методы декомпозиции расчетной сетки как: "жадный" алгоритм и метод спектральной бисекции.

"Жадный" алгоритм является одним из самых простых и быстрых алгоритмов декомпозиции расчетной сетки. Алгоритм начинается с выбора начальной вершины ("зерно" блока), которая будет принадлежать первому блоку. В дальнейшем, рекурсивно, в тот же блок присоединяются соседние вершины до тех пор, пока блок не будет содержать достаточное количество вершин. С помощью "жадного" алгоритма, как правило, получается декомпозиция, содержащая компактные блоки. Число граничных узлов получается не слишком большим, но количество соседей у блока может быть большим, так как "жадный" алгоритм часто производит рассеянные блоки. Наличие рассеянных блоков может существенно увеличить время, необходимое для проведения расчета. Таким образом, стандартный "жадный" алгоритм необходимо комбинировать с каким-либо алгоритмом оптимизации для уменьшения количества рассеянных блоков. Качество полученного блока во многом зависит от выбора первоначальной вершины. Рациональным выбором в качестве начального узла является вершина, лежащая на границе графа. "Жадный" алгоритм может применяться как при рекурсивной бисекции, так и при прямой декомпозиции.

Спектральная бисекция относится к алгебраическим методам разделения графа. Декомпозиция графа на две части проводится, используя компоненты собственного вектора и собственных чисел матрицы Лапласа исходного графа. Применяя алгоритм рекурсивно, можно получить разбиение графа на любое количество подграфов.

Алгоритм спектральной бисекции, как правило, производит качественную декомпозицию с компактными блоками. Недостатками этого алгоритма являются сложность реализации (формирование разреженной матрицы, поиск собственных чисел, собственного вектора) и достаточно долгое время выполнения.

В качестве одного из методов улучшения полученной декомпозиции рассмотрим алгоритм Кернигана – Лина. Выбирается два одинаковых подмножества вершин в подграфах. Эти подмножества меняются между подграфами таким образом, что вершины перемещаются из одного блока в другой. Затем проверяются критерии качества полученной декомпозиции. Если произошло улучшение декомпозиции, то производят обмен подмножествами, если декомпозиция ухудшилась, то возвращаются к предыдущей декомпозиции. Минимальным подмножеством для обмена является одна граничная вершина подграфа.

Описанные алгоритмы реализованы в рамках единого пакета прикладных программ и использованы

для построения гибридной сетки в многосвязной области (рис. 1). На рисунках 2-4 показаны примеры применения "жадного" алгоритма в случае рекурсивной бисекции, прямой декомпозиции и спектральной бисекции к гибридной сетке (рис. 1). В каждом случае применялся алгоритм Кернигана – Лина для улучшения декомпозиции.

Анализ полученных декомпозиций (рис. 2-4) показывает что наилучшими параметрами обладает декомпозиция, полученная с помощью спектральной бисекции в случае применения локального алгоритма Кернигана – Лина (рис.4). Несмотря на большие вычислительные затраты, данный алгоритм позволяет получить декомпозицию с минимальным количеством соседствующих узлов, что является важным фактором при реализации методов ВАГД на параллельных ЭВМ.

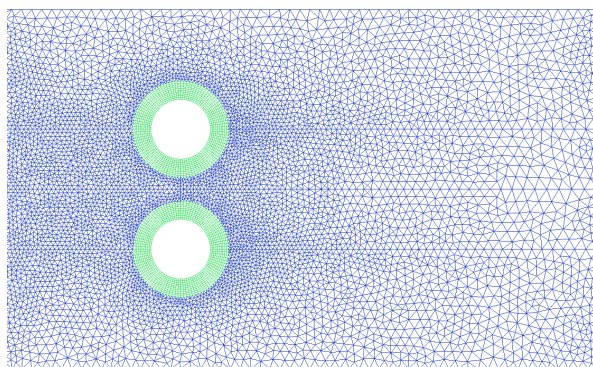


Рис. 1. Гибридная сетка вокруг двух цилиндров (двумерный случай) в прямоугольной области

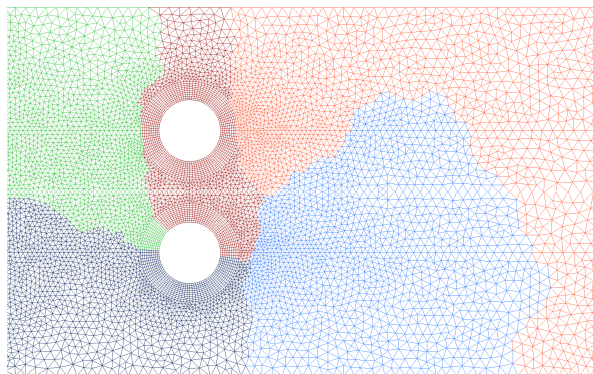


Рис. 2. Декомпозиция области с помощью рекурсивной бисекции ("жадный" алгоритм)

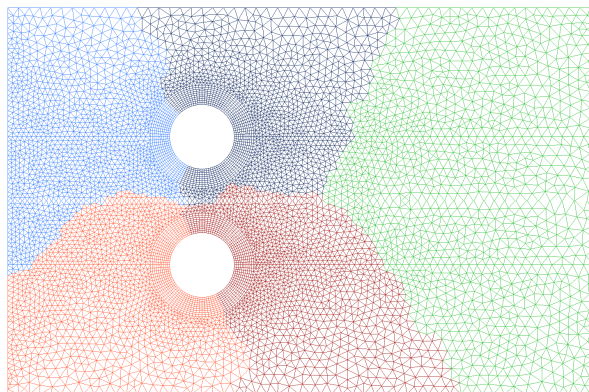


Рис. 3. Декомпозиция области с помощью прямой декомпозиции ("жадный" алгоритм)

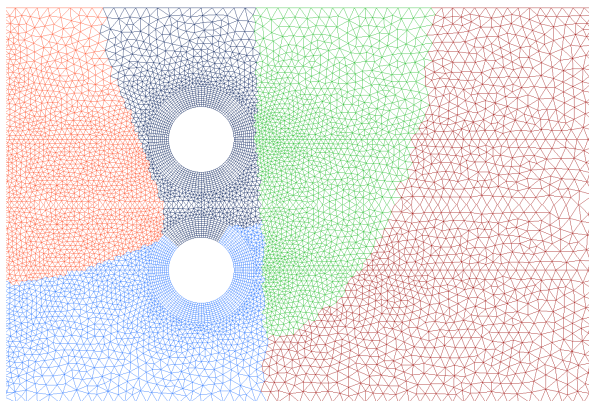


Рис. 4. Декомпозиция области с помощью спектральной бисекции

ЛИТЕРАТУРА

1. Thompson J. F. Handbook of grid generation / Thompson J. F., Soni B. K., Weatherill N. P. – USA: CRC Press LLC, - 1096 с.
2. Bruaset A. M. Numerical solution of partial differential equations on parallel computers / A. M. Bruaset, A. Tveito – Heidelberg, Germany: Springer-Verlag, 2006. – 491 с.
3. Lingen F. L. Design of an object oriented finite element package for parallel computers : Ph. D. / Frederic Jan Lingen. – Netherlands: DocVision – 2000. – 212 с.

пост. 27.04.2010