

3. Блохин С.Е., Данович И.В. Улучшение динамических качеств тяговых агрегатов при движении в кривых участках малых радиусов // Изв. вузов. Горный журнал. – 1988. – № 4. – С.46–53.
4. Гарт В.К., Дуккипати Р.В. Динамика подвижного состава: Пер. с англ. / Под ред. Н.А. Панькина. – М.: Транспорт, 1988. – 391 с.
5. Зіборов К.А. Модель реалізації колесом шахтного локомотива сили тяги при нестационарному прямолінійному русі // Вісник Донбаської державної машинобудівної академії, № 2(23), 2011, С.59–63
6. Исаев И.П., Лужнов Ю.М. Проблемы сцепления колес локомотива с рельсами. – М.: Машиностроение, 1985. – 238 с.
7. Ренгевич А.А. Коэффициент сцепления шахтных электровозов // Вопросы рудничного транспорта. Под общ. ред. Н.С.Полякова. М., 1961. – Вып.5. – С.227–247.
8. Кузнецов Б.А. Геометрические параметры контакта колеса с рельсом // Вопр. руднич. трансп. – М., 1954. – Вып.1. – С. 216–228.
9. Carter F. W. On the action of locomotive driving wheel // Proceedings of Royal Society of London. Ser. A. –1926. –V. 112. – P. 151–157.
10. Kalker J. J. Survey of wheel–rail rolling contact theory // Vehicle System Dynamics. –1979. –V. 8. – P. 317–379.
11. Зиборов К.А., Таран И.А. Условия образования и реализации силы сцепления рабочих поверхностей контактирующей пары „колесо–рельс” // Науковий вісник НГУ, №6, 2006, С. 62–64
12. Зиборов К.А., Таран И.А. Относительное проскальзывание колеса и рельса при наличии промежуточной среды // Науковий вісник НГУ, №7, 2007, С. 62–6.

пост. 16.11.11

Снижение амплитуды автоколебаний (помпажа) с помощью импульсной рециркуляции расхода

ГОЦУЛЕНКО В.В., ГОЦУЛЕНКО В.Н.

Институт предпринимательства “Стратегия”

Используя экспериментальные характеристики насоса 2К - 6 с помощью математического моделирования импульсной рециркуляции потока определено уменьшение амплитуды автоколебаний (помпажа) в режиме кавитации.

Використовуючи експериментальні характеристики насоса 2К - 6 за допомогою математичного моделювання імпульсної рециркуляції потоку визначено зменшення амплітуди автоколивань (помпажа) у режимі кавітації.

Using the experimental characteristics of the pump 2 K - 6 with the help of mathematical modeling of pulse recirculation flow is defined decrease in amplitude of oscillation (surge) in the cavitation mode.

Введение. Проточный тракт центробежных нагнетателей является диффузорным как рабочего колеса, так и спирального отводящего устройства. В таких каналах при снижении производительности из-за отрыва потока образуются вихревые движения и торовый вихрь [1], интенсивность которых возрастает с уменьшением расхода. Это является причиной образования отрицательного гидравлического сопротивления, при котором с увеличением расхода уменьшаются потери. Нисходящая ветвь зависимости гидропотерь от расхода в свою очередь приводит к образованию восходящей ветви на напорной характеристике, которая является причиной самовозбуждения автоколебаний (помпажа). Для его предупреждения в практике распространен способ, заключающийся в бесполезном сбросе в атмосферу сжатого воздуха из напорной магистрали.

В доменном производстве из-за довольно частого сброса воздуха экономические потери, которые являются значительными, существенно возрастают при обогащении дутья кислородом. Поэтому в настоящее

время в системах дутья доменных печей вместо сброса воздуха при снижении его потребления осуществляется внедрение рециркуляции, т.е. сжатый воздух подается обратно на вход в нагнетатель с предварительной утилизацией его энергии.

Следует отметить, что существуют также способы защиты от помпажа, заключающиеся в плавном или ступенчатом уменьшении рабочего объема проточной части тракта нагнетателя в соответствии с уменьшением его производительности, например [2 - 4], и др. Автоколебания гармонической формы или близкие к ним существенно уменьшаются при использовании проточного динамического демпфера [5].

В гидросистемах при бескавитационной работе лопастных насосов причиной помпажа также является восходящая ветвь напорной характеристики $H(Q)$. Однако, в режиме кавитации, перед срывом подачи монотонно убывающая характеристика лопастного насоса разветвляется и помпаж самовозбуждается в области восходящих ее разветвлений $H(Q, \Delta h)$ [6, 7], где Δh – величина кавитационного запаса.

Постановка задачи. Задачей данной работы является математическое моделирование влияния импульсной рециркуляции на автоколебания, имеющие характер помпажа. Это осуществляется периодическим эжектированием расхода входящего в насос закрученными струями жидкости. В данной работе объектом исследования является центробежный насос,

работающий в режиме кавитации, перед срывом подачи.

На рис. 1. изображена схема гидросистемы, позволяющая осуществить импульсную рециркуляцию расхода, который подается ротационным насосом в узел, осуществляющий его закрутку в сторону вращения рабочего колеса центробежного насоса.

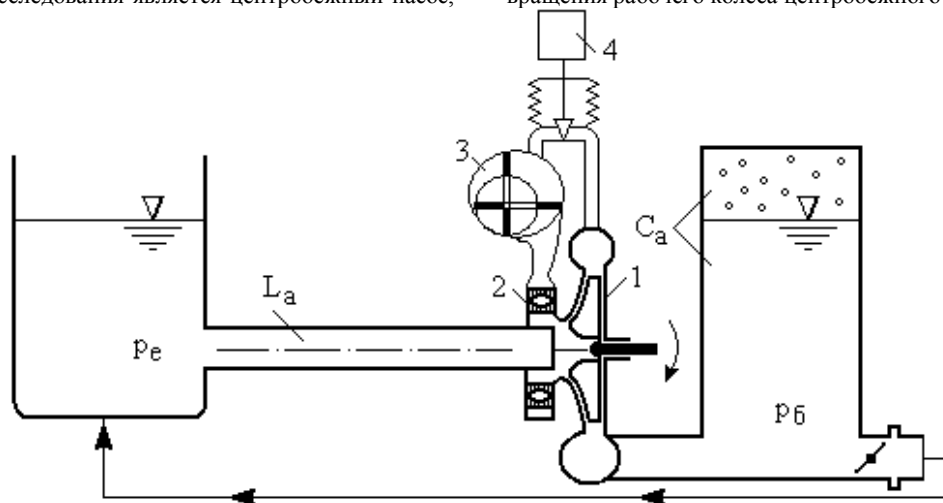


Рис. 1. Схема импульсной рециркуляции расхода жидкости, в которой: 1 – центробежный насос, 2 – узел закрутки потока, 3 – ротационный насос, 4 – регулятор импульсов

Подача эжектирующего потока на вход в центробежный насос импульсно или непрерывно повышает величину кавитационного запаса, а его закрутка способствует безотрывности течения при снижении расхода подаваемого насосом. При этом восходящие

кавитационные разветвления напорной характеристики $H(Q, \Delta h)$ преобразуются в монотонно убывающие [7], при которых стабилизируется движение жидкости в центробежном насосе.

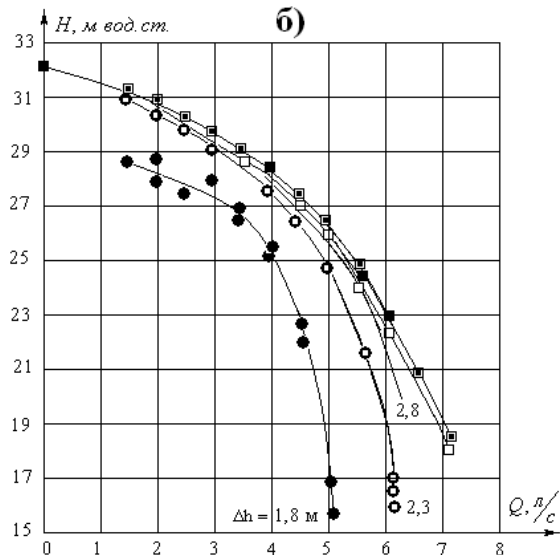
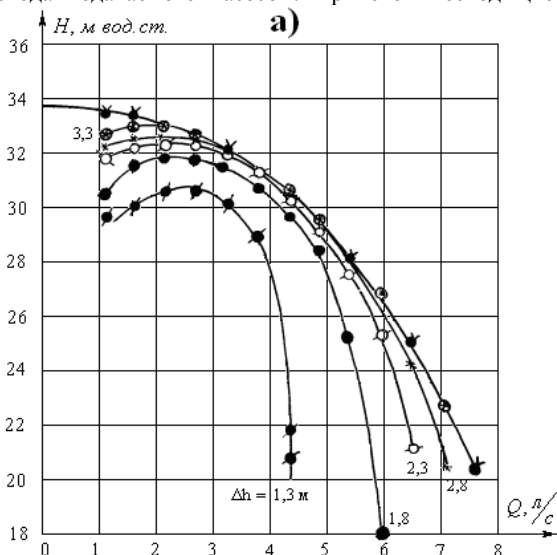


Рис. 2. Кавитационные разветвления напорной характеристики центробежного насоса 2К – 6: а) восходящие при малых подачах; б) их устранение с помощью рециркуляции

Нестационарные движения жидкости в гидросистеме при работе центробежного насоса описываются следующей системой уравнений [8]:

$$\begin{cases} \frac{L_a}{\rho g} \frac{dQ}{dt} = H(Q, \Delta h) - R(Q) - P, \\ \rho g C_a \frac{dP}{dt} = Q - \varphi(P), \end{cases} \quad (1)$$

где $P = \frac{P_б - P_e}{\rho g}$, $\varphi(P) = Q_R$ – расход жидкости, выходящий из аккумулирующей емкости, обращение функции $\varphi(P)$ есть зависимость $P = h_c(Q_R)$ – характеристика приложенной магистрали, $R(Q)$ – гидравлические потери в трубопроводах. Обозначим через $F(Q) = H(Q, \Delta h) - R(Q)$ характеристику подведенного

напора к потоку жидкости в колебательном контуре гидросистемы (рис. 1).

При последовательном изменении давления p_e как в сторону его увеличения, так и в сторону уменьшения для конкретной рассматриваемой гидросистемы (рис. 1) получается однозначная зависимость величины кавитационного запаса от расхода $\Delta h = \psi(Q)$. Эта зависимость позволяет в области разветвлений $H(Q, \Delta h)$ определить рабочий участок напорной характеристики $H[Q, \psi(Q)]$, который является однозначной зависимостью от расхода Q . Функция $\Delta h = \psi(Q)$ определяется особенностью гидросистемы и сопротивлением подводящего трубопровода.

На рис. 2, а приведены восходящие в области малых подач кавитационные разветвления $H(Q, \Delta h)$ напорной характеристики центробежного насоса 2К - 6 и их устранение (рис. 2, б) при помощи непрерывной рециркуляции потока.

При осуществлении непрерывного эжектирования потока на входе в насос [3] его напорная характеристика является монотонно убывающей. В этом случае работа насоса в режиме кавитации, перед срывом подачи является абсолютно устойчивой. Значительное уменьшение амплитуды колебаний помпажа можно осуществить и при дискретном (импульсном) эжектировании потока.

Далее будем предполагать (рис. 1), что на линии перепуска установлено устройство управления, осуществляющее наполнение жидкостью ротационного нагнетателя, которое попеременно t_1 единиц времени закрывает канал, а далее в течении времени t_2 осуществляется рециркуляция потока.

Обозначим через ξ – значение стационарного расхода, определяемое из системы (1) условиями $dQ/dt = 0$, $dP/dt = 0$. Тогда (1) запишется в виде

$$\begin{cases} \frac{L_a}{\rho g} \frac{dQ}{dt} = F(Q) - P, \\ \rho g C_a \frac{dP}{dt} = Q - \xi \sqrt{\frac{P}{F(\xi)}}. \end{cases} \quad (2)$$

Также обозначим через $F_1(Q)$ напорную характеристику, построенную на восходящих в области малых расходов разветвлениях (рис. 2, а), а $F_2(Q)$ – на монотонно убывающих разветвлениях (рис. 2, б). Согласно принятому способу рециркуляции, в системе (2) характеристика $F(Q) = F_1(Q)$ при $0 \leq t < t_1$, $F(Q) = F_2(Q)$ при $t_1 \leq t < t_1 + t_2$, $F(Q) = F_1(Q)$ при $t_1 + t_2 \leq t < 2t_1 + t_2$ и. т. д. Обозначим через $D(z)$ дробную часть (мантиссу) числа z . Тогда характеристику $F(Q)$ можно представить в виде:

$$F(Q, t, t_1, t_2) = \begin{cases} F_1(Q), & \text{при } E(t) < t_1, \\ F_2(Q), & \text{при } t_1 \leq E(t), \end{cases} \quad (3)$$

где $E(t) = (t_1 + t_2)D\left(\frac{t}{t_1 + t_2}\right)$, и система (2) преобразуется к следующей форме

$$\begin{cases} \frac{L_a}{\rho g} \frac{dQ}{dt} = F(Q, t, t_1, t_2) - P, \\ \rho g C_a \frac{dP}{dt} = Q - \xi \sqrt{\frac{P}{F(\xi, t, t_1, t_2)}}. \end{cases} \quad (4)$$

Разрывную характеристику $F(Q, t, t_1, t_2)$ динамической системы (4) можно представить в виде также в следующем виде

$$F(Q, t, t_1, t_2) = \sum_{k=1}^2 \chi_k(t, t_1, t_2) F_k(Q),$$

где $\chi_k(t, t_1, t_2)$ ($k = \overline{1, 2}$) кусочно - постоянные, $T = t_1 + t_2$ - периодические функции, которые на периоде определяются следующими условиями:

$$\begin{cases} \chi_1(t, t_1, t_2) = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 \leq t < t_1, \\ 0 & \text{при } t_1 \leq t < t_1 + t_2. \end{cases} \\ \chi_2(t, t_1, t_2) = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 \leq t < t_1, \\ 1 & \text{при } t_1 \leq t < t_1 + t_2. \end{cases} \end{cases} \quad (5)$$

Соотношения (5) с помощью разложений в ряды Фурье приводят к представлениям функций $\chi_1(t, t_1, t_2)$ и $\chi_2(t, t_1, t_2)$ в безусловной форме

$$\chi_1(t, t_1, t_2) = \frac{\mu}{2} + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \left[\sin \frac{2k\pi t}{T} + \sin \left(k\pi\mu - \frac{2k\pi t}{T} \right) \right],$$

$$\chi_2(t, t_1, t_2) = \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \left[\sin \frac{2k\pi t}{T} - \sin \left(k\pi\mu + \frac{2k\pi t}{T} \right) \right],$$

$$-\infty < t < \infty, \quad t \neq 0, t_1, t_1 + t_2 \pmod{T},$$

$$\text{где } \mu = \frac{2}{1 + t_2/t_1}.$$

Используя (5) можно показать справедливость тождеств:

$$F(Q, t, t_1, 0) \equiv F_1(Q) \quad \forall t \neq t_1 \pmod{T},$$

$$F(Q, t, 0, t_2) \equiv F_2(Q) \quad \forall t \neq t_2 \pmod{T}.$$

Отметим, что привлечение численных алгоритмов для построения аттракторов и автоколебаний динамической системы (4) в физических переменных Q и P является крайне неэффективным. Это связано с тем, что области изменения Q и P могут отличаться на несколько порядков. Из-за этого система (4) является жесткой, и расчетная область становится сильно вытянутой вдоль координатной оси давления. Для устранения этого нежелательного свойства достаточно перейти к безразмерным переменным, полагая:

$$x = Q/\xi, \quad y = P/\sigma, \quad \tau = t/t^*, \quad (6)$$

где $\sigma = F_1(\xi)t_1/T + F_2(\xi)t_2/T$, t^* – любое характерное время, например $t^* = 1$ с. После замены переменных (6) система (4) принимает вид:

$$\begin{cases} \alpha \frac{dx}{d\tau} = J(x, \tau, \tau_1, \tau_2) - y, \\ \beta \frac{dy}{d\tau} = x - \sqrt{\frac{y}{J(1, \tau, \tau_1, \tau_2)}}, \end{cases} \quad (7)$$

где

$$\alpha = \frac{L_a}{\rho g} \frac{\xi}{t^* \sigma}, \quad \beta = \rho g C_a \frac{\sigma}{t^* \xi},$$

$$J(x, \tau, \tau_1, \tau_2) = \sum_{k=1}^2 \chi_k(t^* \tau, t^* \tau_1, t^* \tau_2) F_k(\xi x) / \sigma.$$

Полагая

$$\bar{X} = [x \ y]^T, \quad \bar{p} = [\alpha \ \beta \ \tau_1 \ \tau_2]^T, \quad \bar{f}(\bar{X}, \tau, p) = [f_1 \ f_2]^T,$$

$$f_1 = \alpha^{-1} (J(x, \tau, \tau_1, \tau_2) - y), \quad f_2 = \beta^{-1} \left(x - \sqrt{\frac{y}{J(1, \tau, \tau_1, \tau_2)}} \right),$$

представим систему (7) в векторной форме

$$\frac{d\bar{X}}{d\tau} = \bar{f}(\bar{X}, \bar{p}). \quad (8)$$

Для численного построения фазовых траекторий системы (8) используем следующий вариант метода Эйлера с переменным шагом:

$$\bar{X}^{(n+1)} = \bar{X}^{(n)} + \varepsilon_n \bar{f}(\bar{X}^{(n)}, \tau_n, \bar{p}), \quad \varepsilon_n = \varepsilon \left\| \bar{f}(\bar{X}^{(n)}, \tau_n, \bar{p}) \right\|^{-1},$$

$$\tau_0 = 0, \quad \tau_{n+1} = \tau_n + \varepsilon_n, \quad \bar{X}^{(0)} = [1 + \varepsilon \ 1 \ 1]^T, \quad 0 \leq n \leq N. \quad (9)$$

Номер N , остановки работы алгоритма (9), априорно определить достаточно проблематично. Однако для диссипативных систем, зная что, в конце концов, фазовая точка “выйдет” на аттрактор его можно найти “визуальным” способом.

При непрерывной рециркуляции потока в системе (8) характеристика $J(x, \tau, 0, \tau_2) \equiv F_2(\xi x) / F_2(\xi)$ и, следовательно, равновесный стационарный режим является абсолютно устойчивым. В этом случае, ни при каких значениях параметров α и β , автоколебаний не наблюдается. В отсутствие рециркуляции в системе (8) характеристика $J(x, \tau, \tau_1, 0) \equiv F_1(\xi x) / F_1(\xi)$, положение равновесия является неустойчивым и устанавливается режим автоколебаний, определяемый восходящей ветвью напорной характеристики $F_1(Q)$.

Отметим, что рециркуляция потока приводит к дополнительным энергетическим затратам и ее использование во все время работы гидросистемы является экономически нецелесообразным. В виду этого возникает задача реализации импульсной периодической рециркуляции, так, чтобы параметры рабочего режима гидросистемы были бы достаточно близкими к равновесному стационарному режиму. Математическая формализация данного вопроса приводит к следующей экстремальной задаче:

необходимо минимизировать полное время рециркуляции

$$T_{\tau_2} \rightarrow \min, \quad (10)$$

при выполнении условия

$$\max_{0 \leq \tau \leq T_w} \left\| \bar{X}(\tau, \tau_1, \tau_2) \right\| \leq M_A, \quad (11)$$

где T_w – время работы гидросистемы (рис. 1), M_A – априорно заданное ограничение на параметры рабочего режима.

Задачу (10) – (11) можно рассматривать как задачу оптимального управления с управляющим воздействием, задаваемым вектором (τ_1, τ_2) .

Получим явное представление для величины T_{τ_2} . Очевидно, что

$$T_w = n(\tau_1 + \tau_2) + \tau_1 + \nu_1 \tau_2 \quad \text{или} \quad T_w = n(\tau_1 + \tau_2) + \nu_2 \tau_1,$$

где n – некоторое целое неотрицательное число, $0 \leq \nu_1, \nu_2 < 1$. Обозначив через $I(z) = z - D(z)$ целую

часть числа z , получим $n = I\left(\frac{T_w}{\tau_1 + \tau_2}\right)$. Далее, учиты-

вая, что

$$\frac{T_w - (\tau_1 + \tau_2)n}{\tau_1} = 1 + \nu_1 \frac{\tau_2}{\tau_1} \quad \text{или} \quad \frac{T_w - (\tau_1 + \tau_2)n}{\tau_1} = \nu_2,$$

получаем

$$\theta\left(\frac{T_w - (\tau_1 + \tau_2)n}{\tau_1}\right) = 1 \quad \text{или} \quad \theta\left(\frac{T_w - (\tau_1 + \tau_2)n}{\tau_1}\right) = \nu_2,$$

где $\theta(z) = 1$ при $z \geq 1$ и $\theta(z) = z$ при $z < 1$.

Таким образом, для величины T_{τ_2} , окончательно получаем следующее выражение

$$T_{\tau_2} = (\tau_1 + \tau_2) I\left(\frac{T_w}{\tau_1 + \tau_2}\right) + \theta\left(\frac{T_w - (\tau_1 + \tau_2) I\left(\frac{T_w}{\tau_1 + \tau_2}\right)}{\tau_1}\right).$$

Далее, обозначим через $O_{\xi, \eta}(r)$ – окружность с центром в точке с координатами (ξ, η) и радиусом r .

Также введем в рассмотрение следующие величины

$$\tau_{\varepsilon, 1}^{(M_A)}: \bar{X}(\tau_{\varepsilon, 1}^{(M_A)}, \tau_1, 0) \in O_{\xi, F_1(\xi)}(M_A),$$

$$\bar{X}(0, \tau_1, 0) \in O_{\xi, F_1(\xi)}(\varepsilon), \quad \tau_{\varepsilon, 1}^{max} = \max\{\tau_{\varepsilon, 1}^{(M_A)}\}, \quad (12)$$

$$\tau_{\varepsilon, 2}^{(M_A)}: \bar{X}(\tau_{\varepsilon, 2}^{(M_A)}, 0, \tau_2) \in O_{\xi, F_2(\xi)}(\varepsilon),$$

$$\bar{X}(0, 0, \tau_2) \in O_{\xi, F_2(\xi)}(M_A), \quad \tau_{\varepsilon, 2}^{max} = \max\{\tau_{\varepsilon, 2}^{(M_A)}\}. \quad (13)$$

С помощью (12) – (13), основываясь на принципе оптимальности Беллмана [10], решение задачи (10) – (11) можно записать в виде

$$T_{\tau_2}^{min} = \min\{T_{\tau_2}\} = (\tau_{\varepsilon, 1}^{max} + \tau_{\varepsilon, 2}^{max}) I\left(\frac{T_w}{\tau_{\varepsilon, 1}^{max} + \tau_{\varepsilon, 2}^{max}}\right) +$$

$$+ \theta\left(\tau_{\varepsilon, 1}^{max}\right)^{-1} \left[T_w - (\tau_{\varepsilon, 1}^{max} + \tau_{\varepsilon, 2}^{max}) I\left(\frac{T_w}{\tau_{\varepsilon, 1}^{max} + \tau_{\varepsilon, 2}^{max}}\right) \right], \quad (14)$$

а вектор оптимального управления $(\tau_1, \tau_2) = (\tau_{\varepsilon, 1}^{max}, \tau_{\varepsilon, 2}^{max})$.

Выражение (14) определяет минимальное полное время импульсной рециркуляции, так что на протяжении всего времени T_w будет выполняться априорное соотношение (11). На рис. 3 иллюстрировано применение рассматриваемой математической модели импульсной рециркуляции

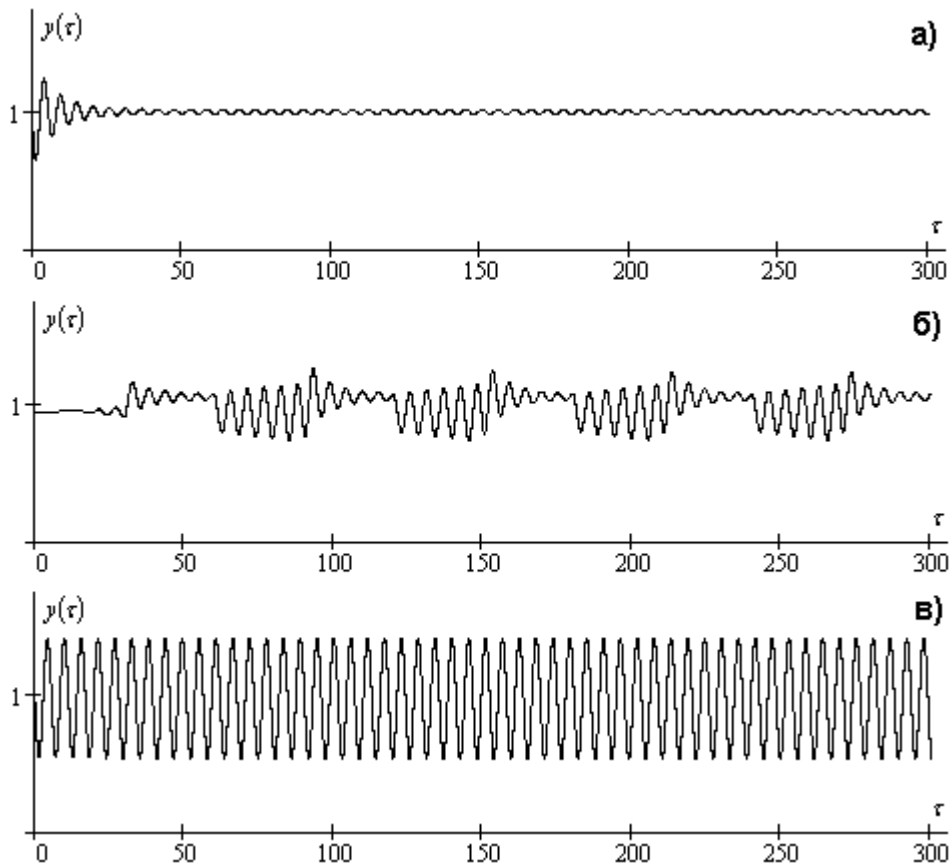


Рис. 3. Форма установившегося режима в системе (8) при: а) непрерывной; б) импульсной; в) отсутствие рециркуляции, когда $T_w = 300$

Таким образом, в отличие от непрерывной рециркуляции, осуществляемой все время T_w , оптимальная в смысле условия (10) импульсная рециркуляция осуществляется лишь $T_{\tau_2}^{min}$ единиц времени.

Обозначим через $A(\tau_1, \tau_2)$ амплитуду автоколебаний, определяемых системой (8). Характер зависимости $A(\tau_1, \tau_2)$ при варьировании параметров τ_1 и τ_2 приведен на рис. 4.

При увеличении времени τ_2 одного импульса рециркуляции потока амплитуда автоколебаний уменьшается (рис. 4, а). Зависимость, приведенная на рис. 4, а позволяет при заданной максимально допустимой амплитуде колебаний A_{max} найти минимальное время импульса рециркуляции τ_2^{min} , при котором выполняется неравенство $A(\tau_1, \tau_2^{min}) \leq A_{max}$.

При фиксированном времени импульса рециркуляции $\tau_2 = const$ кривая $A = A(\tau_1, \tau_2 = const)$ (рис. 4, б) позволяет определить максимальное время τ_1^{max} работы насоса в режиме помпажа, так чтобы выполнялось неравенство $A(\tau_1^{max}, \tau_2) \leq A_{max}$, т.е.

функционирование гидросистемы (рис. 1) было бы допустимым.

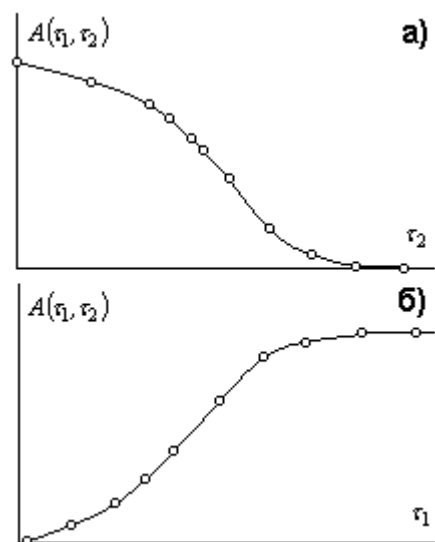


Рис. 4. Зависимость амплитуды $A(\tau_1, \tau_2)$ автоколебаний в гидросистеме (рис. 1) при: а) $\tau_1 = const$, $\tau_2 = var$; б) $\tau_1 = var$, $\tau_2 = const$

Выводы

Автоколебания, возникающие при работе конденсатных насосов паросиловых установок и насосов малых ресурсов, работающих в режиме кавитации, перед срывом подачи [9] возбуждаются из-за восходящих кавитационных разветвлений напорной характеристики $H(Q, \Delta h)$.

В данной работе определено снижение амплитуды таких автоколебаний с использованием эжектирования потока на входе в центробежный насос струями, закрученными в сторону вращения его рабочего колеса, которые осуществляют непрерывную или импульсную рециркуляцию, возможность использования которой предлагается впервые.

Решена задача определения полного минимального времени эжектирования потока и минимального времени одного импульса рециркуляции для снижения амплитуды демпфированных колебаний до заданной ее величины, что позволяет осуществить управление амплитудой автоколебаний.

Стабилизация неустойчивости потока при работе лопастного насоса в режиме кавитации перед срывом подачи осуществляется инерционным механизмом демпфирования, действие которого импульсное или непрерывное является противоположным инерционному механизму возбуждения и поддержания автоколебаний [11].

ЛИТЕРАТУРА

- Поликовский В. И. Исследование работы насосов и воздухоудных машин на режимах пониженных подач / В. И. Поликовский, А. А. Левин // Теплоэнергетика. – 1966. – № 3. – С. 49 – 53.
- Пат. 29424 Україна, МПК (2006) F04D 17/00. Одноступеневый відцентровий компресор / Гоцуленко В. В., Гоцуленко В. М.; заявник і патентоволодар. – Дніпродзерж. держ. техн. ун-т. – № 200710800; заявл. 01.10.2007; опубл. 10.01.2008. Бюл. № 1.
- Пат. 4208 Україна, 7 F04D17/00. Одноступеневий відцентровий компресор / Гоцуленко В. В., Долгополов І. С., Гоцуленко В. М.; заявник і патентоволодар. – Дніпродзерж. держ. техн. ун-т. – № 2004031871; заявл. 15.03.2004; опубл. 17.01.2005. Бюл. № 1.
- Пат. 41770 Україна, МПК (2009) F04D 17/00. Багатоступеневий відцентровий компресор / Гоцуленко В. В., Гоцуленко В. М.; заявник і патентоволодар. – Дніпродзерж. держ. техн. ун-т. – № 200814431; заявл. 15.12.2008; опубл. 10.06.2009. Бюл. № 11.
- Гоцуленко В. В. Математическое моделирование снижения амплитуд колебаний вибрационного горения в крупных промышленных агрегатах / В. В. Гоцуленко // Математическое моделирование, РАН. – 2005. – Т. 17, № 11. – С. 16 – 24.
- Гоцуленко В. Н. Экспериментальное исследование автоколебаний в системе, включающей лопастной насос с монотонно убывающей напорной характеристикой / В. Н. Гоцуленко, Н. Н. Гоцуленко // Энергомашиностроение. – 1978. – № 5. – С. 44 – 45.
- Гоцуленко В. В. К проблеме неустойчивости лопастных насосов при малых величинах кавитационного запаса / В. В. Гоцуленко, В. Н. Гоцуленко // Наукові праці ДонНТУ. – 2002. – Вип. 51. – С. 64 – 68.
- Гоцуленко В. В. Особенности помпажа центробежного насоса при кавитации / В. В. Гоцуленко, В. Н. Гоцуленко // Горная энергомеханика и автоматика: междунар. науч.-техн. конф., 19 – 21 ноября 2003 г. : тезисы докл. – Д., 2003. – Т. 2. – С. 60 – 67.
- Чебаевский В.Ф. Кавитационные характеристики высокооборотных шнеко - центробежных насосов / В. Ф. Чебаевский, В. И. Петров. – М.: Машиностроение, 1973. – 152 с.
- Алексеев В.М. Оптимальное управление / Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С. В. – М.: Наука, 1979. – 432 с.
- Ланда П. С. Нелинейные колебания и волны / Ланда П. С. – М.: Книжный дом “ЛИБРОКОМ”, 2010. – 552 с.

пост. 22.11.2011

