

Результаты работы. Для проведения оптимизации по каждому показателю X_i (табл. 1) получены уравнения, связывающие расчетный параметр с управляющими факторами (X_i):

$$\begin{cases} Y = 94,11 - 11,2(X - 0,167) - 6,95(X - 0,447) - 7,2(X - 0,978) - 3,47(X - 0,762) + 2,5XX; \\ Y = 0,054 + 0,055X + 0,075(X - 0,347) + 0,032(X - 1,421) + 0,057(X - 0,14) + 0,019XX - 0,02XX; \\ Y = 21,7 - 3,41X + 4,185(X - 0,45) - 5,251X + 3,435(X - 0,48) - 2,32XX - 1,638XX; \\ Y = 918 + 188X + 52X + 33(X + 0,8) - 66X + 48XX - 24XX; \end{cases} \quad (1)$$

здесь Y_1 – пористость материала, Y_2 – теплопроводность, Y_3 – прочность, Y_4 – термостойкость.

Таблица 1. Уровни варьирования значений факторов

Фактор	Код	Значение в точке					Интервал варьирования, Δ
		-1,414	-1	0	1	1,414	
Содержание глины, мас. доля	X_1	16,7	25	45	65	73,3	20
Содержание Na_2CO_3 , мас. доля	X_2	2,17	3	5	7	7,83	2
Влажность сырьевой смеси, %	X_3	11,7	20	40	60	68,3	20
Температура обработки, $^{\circ}\text{C}$	X_4	258	300	400	500	542	100

В качестве управляющих факторов для производства пористого материала приняты: процентное содержание глины (кодированные значения X_1), процентное содержание Na_2CO_3 (код X_2), влажность сырьевой смеси (код X_3) и температура обработки (код X_4). Уровни варьирования значений факторов приведены в таблице 1.

Для каждого из показателей решалась задача на max или min при ограничениях на факторы $-1,414 \leq X_i \leq 1,414$ [3].

В результате решения задачи с использованием расчетных средств Mathcad 2001 Professional получены оптимальные значения факторов в кодированной форме:

- для max Y_1 : $X_1 = 0,167$; $X_2 = 0,447$; $X_3 = 1,18$; $X_4 = 1,19$, причем при данных значениях факторов прогнозируемая величина max $Y_1 = 96,7$;
- для min Y_2 : $X_1 = 0$; $X_2 = 0,347$; $X_3 = 1,421$; $X_4 = 0$, при данных значениях факторов прогнозируемая величина min $Y_2 = 0,045$;
- для max Y_3 : $X_1 = 1,414$; $X_2 = 1,414$; $X_3 = -1,414$; $X_4 = 1,414$, при данных значениях факторов прогнозируемая величина max $Y_3 = 52,8$;
- для max Y_4 : $X_1 = 1,414$; $X_2 = 1,414$; $X_3 = 1,414$; $X_4 = 0$, при данных значениях факторов прогнозируемая величина max $Y_4 = 1530$.

Термообработка материала при указанных параметрах состава сырьевой смеси, влажности и температуры вспучивания позволяет получить пористый теплоизоляционный материал с прогнозируемыми теплофизическими свойствами.

Теперь рассмотрим эту задачу с точки зрения получения оптимизационных зависимостей, позволяющих управлять процессом вспучивания для получения материала с минимальной теплопроводностью. Так как регрессионные уравнения для всех показателей оказались адекватными (проверка выполнялась по критерию Фишера), то это позволило использовать их для управления процессом вспучивания с целью его оптимизации. В качестве функции цели взята теплопроводность λ , остальные показатели включены в ограничения. В результате получена следующая оптимизационная модель вспучивания материала с минимальной прогнозируемой теплопроводностью:

$$\begin{cases} \min Y = 0,041 - 0,052X - 0,091X - 0,016X + 0,055X + 0,075X + 0,032X + 0,057X + 0,019XX - 0,02XX; \\ Y = 83,52 + 3,736X + 6,207X + 14,085X + 5,255X - 11,2X - 6,95X - 7,2X - 3,45X + 2,5XX \geq 50; \\ Y = 23,332 - 3,796X - 5,25X - 3,345X + 3,44X + 4,185X + 3,435X - 2,325XX - 1,638XX - 2,7XX \geq 15; \\ Y = 940 + 188X + 52X + 52X + 33X - 66X + 48XX - 24XX \geq 800, \end{cases} \quad (2)$$

Численные значения ограничений приняты после суммирования средних величин с интервалами разбросов.

Учитывая принятые допущения, функция Лагранжа примет следующий вид

$$L = Y_2 + \lambda_1(Y_1 + X_5 + 50) + \lambda_2(Y_3 + X_6 + 15) + \lambda_3(Y_4 + X_7 + 1000) \quad (3)$$

Для определения оптимальных значений X_k получена система уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial X} = 0,11X + \lambda(3,74 - 22,4X) + 6,8\lambda X + \lambda(188 + 48X + 24X); \\ \frac{\partial L}{\partial X} = 0,052 + 0,15X + 0,019X + \lambda(6,21 - 6,95X) + \lambda(3,8 + 8,34X - 2,33X - 1,638X) + \lambda(52 + 48X); \\ \frac{\partial L}{\partial X} = 0,064X - 0,09 + 0,02X - 0,02X + \lambda(14,1 - 14,4X + 2,5X) + \lambda(22,3X - 5,25 - 2,7X) + \lambda(52 + 66X - 24X); \\ \frac{\partial L}{\partial X} = 0,114X - 0,016 - 0,02X + \lambda(5,26 - 6,9X + 2,5X) + \lambda(6,87X - 3,345 - 2,7X) - 132\lambda X; \\ \frac{\partial L}{\partial X} = \lambda = 0; \\ \frac{\partial L}{\partial X} = \lambda = 0; \\ \frac{\partial L}{\partial X} = \lambda = 0, \end{cases} \quad (4)$$

Эта система дополнена уравнениями

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 133,5 + 3,73X + 6,2X + 14,1X + 526X - 11,2X - \\ 6,95X - 7,2X - 3,45X + 2,5XX + X; \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 38,3 - 3,6X - 5,5X - 3,3X + 3,4X + 4,2X + 3X - \\ -2,4XX - 1,7XX - 2,7XX + X; \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 940 + 188X + 52X + 52X + 33X - 66X + 48XX - \\ -24XX + X. \end{cases} \quad (5)$$

В результате решения уравнений получены стационарные точки функции Лагранжа в кодированных значениях переменных X_i .

Для прогнозирования теплофизических свойств материала необходимо определить зависимость, которая объединяет расчетные показатели Y_i .

С целью прогнозирования теплопроводности Y_2 материала во взаимосвязи с его теплофизическими характеристиками Y_i , были получены методом множественного регрессионного анализа [3] зависимости Y_2 , как функции F от пористости ТПМ Y_1 , прочности Y_3 и термостойкости Y_4 .

Как показали расчеты, проведенные с помощью формул и мастер – функций EXCEL, между теплопроводностью и пористостью материала существует тесная обратная корреляционная зависимость (парный коэффициент корреляции $r_{FX} = 0,942$). Менее тесная прямая корреляционная зависимость существует между теплопроводностью и прочностью ($r_{FX} = 0,792$), между теплопроводностью и термостойкостью ТПМ - $r_{FX} = -0,41$.

Так как факторы системы тесно связаны между собой: парные корреляции между Y_1 и Y_3 $r_{xy} = -0,776$, между Y_1 и Y_4 $r_{xy} = 0,501$, между Y_3 и Y_4 $r_{xy} = -0,162$, то по алгоритму Фаррара – Глобера [3] система факторов проверялась на мультиколлинейность. В случае мультиколлинейности системы факторов построенная регрессионная модель не отражает истинной зависимости между показателем и факторами.

Проверка по критерию Пирсона показала мультиколлинейность системы факторов, так как расчетное значение $\chi^2 = 31,0$ больше табличного $\chi^2_{\tau} = 7,8$, найденного для уровня значимости $\alpha = 0,05$ и числа степеней свободы 3. дальнейшая проверка по критерию Стьюдента показала тесную корреляционную связь всех трех пар факторов, так как все значения расчетных t – статистик между парами факторов ($t_{Y_1 Y_3} = -6,559$, $t_{Y_1 Y_4} = -3,535$, $t_{Y_3 Y_4} = 2,134$) по модулю больше $t_{\text{табл.}} = 2,07$, найденного для уровня значимости $\alpha = 0,05$ и степени свободы $k = 25 - 3 - 1 = 21$.

Поэтому для корректировки системы факторов на мультиколлинейность в первом случае был исключен фактор – пористость материала, как наиболее тесно корреляционно связанный с другими факторами.

В результате была получена модель зависимости теплопроводности от прочности и термостойкости в стандартизированной форме

$$t_2 = 0,746t_3 - 0,288t_4. \quad (5)$$

Проверка значимости коэффициентов модели по критерию Стьюдента показала их значимость.

Перейдя в нормальную форму записи, полученная модель зависимости теплопроводности от прочности и термостойкости примет вид:

$$Y = 0,02 + 0,011Y - 0,0002Y. \quad (6)$$

Проверка по критерию Фишера показала значимость коэффициента детерминации ($D = 0,709$) так как расчетное значение критерия Фишера $F_p = 26,85$ больше табличного, найденного для уровня значимости $\alpha = 0,05$ и числа степеней свободы $k = 22$ ($F_{\text{табл.}} = 3,44$).

Это означает, что полученная модель адекватна истинной зависимости с надежностью 0,95 и может использоваться для прогнозов в технологических расчетах.

Модель зависимости в нормальной форме записи (рис.1.)

$$Y = 0,49 - 0,01Y + 0,001Y. \quad (7)$$

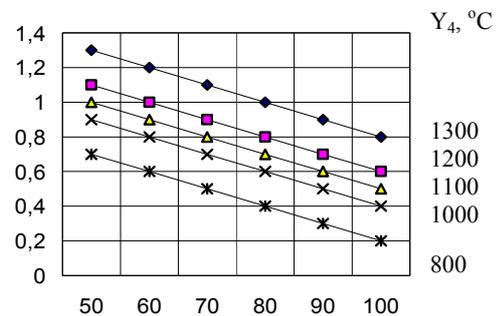


Рис.1. Уравнение (7) при различных значениях пористости и термостойкости.

Выводы

1. Из рис. 1 следует, что повышенные требования к термостойкости пористого материала при найденных оптимальных соотношениях рецептурных и технологических параметров означают снижение его теплопроводности. В данном случае термостойкостью определяется устойчивость материала к термическому воздействию, не разрушаясь механически. Если нет особых требований к продолжительности эксплуатационного периода, то указанные на графике соотношения могут быть и иными. Но, по нашему мнению, при расчете теплоизоляции следует использовать комбинации слоев материала, рассчитанных на определенные температурные условия с учетом максимальной термической стойкости, т. е. при оптимальных соотношениях факторов. Это позволит создать ТПМ с максимальным периодом эксплуатации.

Аналогичный подход можно использовать для анализа влияния и других факторов, исследуемых в работе, что дает точные и вполне обоснованные данные для управляемого получения материала с необходимыми теплофизическими характеристиками.

2. Несмотря на простой вид полученных зависимостей (линейный), они на самом деле отличаются существенно нелинейным характером, поскольку зависимость Y_i от X_i – степенная.

3. Основным фактором, определяющим теплопроводность ТПМ, является продолжительность термического воздействия при вспучивании сырьевой смеси. Очевидно, что именно этот фактор определяет интен-

сивность тепломассообменных процессов в исходном материале, которая взаимосвязана с основным технологическим показателем – температурой внешнего теплоносителя. И, тем не менее, на наш взгляд главным параметром, определяющим пористость материала, а, следовательно, его теплофизические характеристики, является начальная влажность сырья, поскольку от влагосодержания будет зависеть объем газообразователя – водяного пара. Термодинамические параметры пара - газообразователя определяются температурой и продолжительностью термического контакта с теплоносителем. Таким образом, используя полученные данные не сложно прогнозировать свойства пористого материала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кошлак А.В., Павленко А.М. Сировинна суміш для пористого матеріалу/ Патент України № 25862. Бюл. №13, 2007
2. Братуга Э.Г., Кошлак А.В. Моделирование процесса производства материала с прогнозируемой теплопроводностью/ Весник Национального технического университета «ХПИ», 47' 2008, Харьков, С. 109-116.
3. Хартман К. Планирование эксперимента в исследовании технологических процессов. – М.: Мир, 1977. -552 с.

пост. 23.12.08