## Радиационный-конвективный теплообмен при росте полупрозрачных кристаллов - из расплава

## ДЕШКО В.И., КАРВАЦКИЙ А.Я., ЛОХМАНЕЦ Ю.В.

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»

Разработана двухмерная осесимметричная модель для численного моделирования процессов выращивания полупрозрачных кристаллов из расплава. В кристалле рассматривается радиационно-кондуктивный теплообмен, в расплаве – радиационно-конвективный. Для численного решения модели используется метод конечных объемов и метод дискретных ординат. Модель предусматривает динамическое перемещение границы кристалл-расплав в соответствии с распределением температурных полей в системе.

Розроблено двовимірну осесиметричну модель для чисельного моделювання процесів вирощування напівпрозорих кристалів з розплаву. У кристалі розглядається радіаційно-кондуктивний теплообмін, у розплаві - радіаційно-конвективний. Для чисельного розв'язку моделі використовується метод скінчених об'ємів і метод дискретних ординат. Модель дозволяє динамічне переміщення границі кристал-розплав відповідно до розподілу температурних полів у системі.

A two-dimensional axisymmetric model for numerical simulation of processes of semitransparent crystal growth from melt is developed. The radiation-conductive heat transfer is considered in the crystal area, and the radiation convective one – in the melt area. The finite volume method and discrete ordinates method are used for numerical solution. The model provides dynamical movement of crystal-melt interface in accordance with temperatures distribution in the system.

Введение. Развитие исследований в области численного моделирования сложного теплообмена тесно связано с производством и обработкой полупрозрачных материалов при высоких температурах. Рост качественных оптических кристаллов невозможен без детального изучения теплообмена при направленной кристаллизации.

Существует большое количество достаточно сложных численных моделей теплообмена при росте кристаллов из расплава, в которых расплав рассматривается как непрозрачная среда [1], а в кристалле учитывается радиационно-кондуктивный теплообмен [2, 3]. Такие подходы использованы в глобальных моделях теплообмена в кристаллизационных установках. Вместе с тем, при кристаллизации галогенидов, наряду с конвекцией, необходимо учитывать прозрачность расплава [4]. Целью работы является разработка и реализация численных моделей, для исследования сложного радиационно-конвективного теплообмена в системе кристалл-расплав, который в настоящее время изучен недостаточно полно.

Математическая постановка задачи. Рассматривается задача радиационно-конвективного теплообмена в цилиндрической зоне, состоящей из областей кристалла и расплава, границы которых есть объединение кусочно-плоских множеств. Вследствие цилиндрической формы рассматриваемой области, задача сводиться к двухмерной осесимметричной постановке. Форма и положение (координаты) границы кристаллрасплав зависят от температурных полей в системе, т.е. положение этой границы совпадает с изотермой температуры кристаллизации.

Поле температуры *T* в рассматриваемой зоне с учетом сложного теплообмена можно описать следующей системой уравнений (энергии, движения и неразрывности):

$$\begin{cases} c_{p}(T)\rho(T) \left[ \frac{\partial T}{\partial \tau} + (\mathbf{V} \cdot \nabla)T \right] = div \left[ \lambda(T) \nabla T \right] + E(X) \\ \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \tau} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = div \left[ \frac{\mu(T) \nabla \mathbf{V}}{\rho(T)} \right] - \frac{\nabla P}{\rho(T)} + \mathbf{f} \qquad (1) \\ \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \nabla(\rho \mathbf{V}) = 0 \end{cases}$$

где  $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$  – оператор Гамильтона;  $c_p$  – удельная изобарная теплоемкость, Дж/(кг-К);  $\rho$  – плотность, кг/м<sup>3</sup>; T – температура, K;  $\tau$  – время, c;  $X(x, y, z) \in \omega$  – декартовы координаты, м;  $\lambda$  – теплопроводность, Вт/(м-К);  $E(X) = \int_{\Omega=4\pi} kI(\Omega) d\Omega - 4n^2 k\sigma (T(X))^4$  – объемная плотность излучения, Вт/м<sup>3</sup>;  $\mathbf{V} = (V_x, V_y, V_z)$  – вектор скорости, м/с;  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости, кг/(м·с); P – давление, Па;  $\mathbf{f} = (0, 0, \beta_T (T - T^*)g)$  – вектор плотности массовых сил, м/с<sup>2</sup>;  $\beta_T = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T}$  – коэффициент объемного температурного расширения, К<sup>-1</sup>; g – вектор ускорения свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  $T^*$  – температура окружающей среды, K; k – коэффициент поглощения, м<sup>-1</sup>; I –

интенсивность падающего излучения как характеристика передачи излучения в направлении **s** телесного угла  $\Omega$ , зависящая от поглощения, распределения температуры и эффективного излучения на границе, определяется интегрированием уравнения переноса

$$\frac{\partial I}{\partial s} = k \left( n^2 \cdot I_0 - I \right) \tag{2}$$

где  $I_0$  - интенсивность излучения абсолютно черного тела при температуре, соответствующей координате s;  $\Omega$  – телесный угол; n – показатель преломления;  $\sigma$  – постоянная Стефана-Больцмана, Вт/(м<sup>2</sup>·K<sup>4</sup>).

Граничные условия (ГУ) для теплового баланса предполагают сопряжение по тепловым потокам и температурам. Следующие уравнения описывают ГУ 1-го рода ( $\Gamma_1$ ), ГУ на оси симметрии ( $\Gamma_2$ ), ГУ 3-го рода ( $\Gamma_3$ ) и ГУ с условием Стефана на межфазной границе ( $\Gamma_{45i}$ ):

$$\Gamma_1: \quad T = T(X) \tag{3}$$

$$\Gamma_{2}: \quad \begin{cases} \mathbf{n} \cdot \mathbf{q}_{\lambda} = 0 \\ \mathbf{n} \cdot \nabla \mathbf{V} = 0 \\ \mathbf{n} \cdot \mathbf{q}_{r} = 0 \end{cases}$$
(4)

$$\Gamma_{3}: \mathbf{n} \cdot \mathbf{q}_{\lambda} - \mathbf{n} \cdot \mathbf{q}_{r} = \alpha_{\text{eff}} \left( T \big|_{\Gamma_{3}} - T_{\text{d}} \right)$$
(5)  
$$\left\{ T \right\} = 0$$

$$\Gamma_{4\text{St}}:\left\{\left\{\mathbf{n}\cdot\mathbf{q}_{\lambda}-q_{r}\right\}=\rho\left(T\right)L_{ph}\frac{\partial\mathbf{n}}{\partial\tau}$$
(6)

где

$$q_r = q_0 - (1 - R) \int_{\Omega = 2\pi} I \cdot \cos \varphi d\Omega \tag{7}$$

$$q_0 = (1 - R_-) \int_{\Omega = 2\pi} I_- \cdot \cos \varphi d\Omega \tag{8}$$

$$\mathbf{q}_{\lambda} = -\lambda(T)\nabla T \tag{9}$$

**n** — внешняя нормаль к границе  $\Gamma$ ;  $\{T\} = T_+ - T_-$ ,  $T_+, T_-$  – значения функции справа и слева от  $\Gamma$ , соответственно;  $L_{ph}$  – теплота фазового перехода, Дж/кг.

Численная Система модель. интегродифференциальных уравнений (1) с соответствующими граничными условиями (3-6) решается с помощью численного метода, основанного на методе конечных объемов [5]. Разработана двухмерная осесимметричная численная модель, включающая цилиндрические полупрозрачные области кристалла и расплава, разделенные полупрозрачной границей. В кристалле рассматривается радиационно-кондуктивный теплообмен, а в расплаве перенос теплоты радиацией и конвекцией. Для описания конвективного теплообмена рассматривается ламинарный режим течения жидкости. Для вычисления радиационного теплопереноса применяется метод дискретных ординат [6]. При этом используются следующие допущения: среда изотропная и «серая», границы диффузные. В балансе энергии на подвижной границе кристалл-расплав (условие Стефана) учитывается радиационный поток [7]. Области разбиты расчетной сеткой на тороидальные элементы четырехугольного сечения. Общий вид модели с расчетной сеткой представлен на рис. 1. Модель имеет следующие границы: Г1 – торцевая граница расплава, через которую подводится теплота, с ГУ 1 рода; Г<sub>2</sub> – ось симметрии; Г<sub>3S</sub> и Г<sub>3B</sub> - боковая граница системы кристалл-расплав и торцевая граница кристалла соответственно с заданными ГУ 3-го рода; Г<sub>4St</sub> – граница кристалл-расплав с условием Стефана.

Модель предусматривает динамическое перестроение границы кристалл-расплав в соответствии с распределением температурных полей в системе, полученном из расчета на предыдущей итерации. По заданной температуре кристаллизации рассчитывается положение изотермы, соответствующей этой температуре, которая и представляет собой новое положение фронта кристаллизации. Таким образом, модель позволяет отслеживать положение и форму фронта кристаллизации в зависимости от текущих температурных условий в системе в процессе роста кристалла.

Результаты расчетов и их анализ. С помощью разработанной численной модели проведен ряд расчетов в квазистационарном приближении для изучения влияния теплофизических свойств материалов и внешних температурных условий на процесс кристаллизации в цилиндрической системе кристалл-расплав.

В качестве начального (базисного) варианта использовался расчет со следующими параметрами. Геометрические размеры цилиндрической системы кристалл-расплав: радиус r = 0.2 м; высота l = 0.2 м; вектор гравитации направлен вдоль оси симметрии от расплава к кристаллу (т.е., вариант с верхним подводом теплоты).



Рис. 1. Расчетная модель

Теплофизические свойства материалов представлены в табл. 1.

Граничные условия:

- $\Gamma_1 \Gamma Y$  1 рода с *T* =1450 К, непрозрачная граница, внутренняя степень черноты  $\varepsilon = 1$ ;
- Г<sub>38</sub> ГУ 3 рода, для учета влияния зазора между боковой поверхностью системы кристалл-расплав и окружающим ее ростовым узлом. Температура обтекания задана в виде линейного градиента от T = 1450 К на торце расплава до T = 1300 К на торце кристалла; коэффициент теплоотдачи  $\alpha = 100$  Вт/( $m^2$ ·К); граница непрозрачная с внутренней степенью черноты  $\varepsilon = 0.5$ ;
- Г<sub>3В</sub> ГУ 3 рода, эта граница взаимодействует непосредственно с окружающей средой; температура среды T = 323 К; коэффициент теплоотдачи  $\alpha = 10$ Вт/(м<sup>2</sup>·К); на этой непрозрачной границе также учитывается радиационный отвод теплоты в окружающую среду; внутренняя степень черноты  $\varepsilon = 0.1579$ ; внешняя степень черноты  $\varepsilon = 0.6965$ ; внешняя радиационная температура среды T = 323 К.
- Γ<sub>4St</sub> полупрозрачная граница кристалл расплав, соответствующая температуре кристаллизации; степени черноты со стороны кристалла/расплава ε =

0.7942/0.9702 (данные получены по заданным показателям преломления кристалла и расплава с использованием формул Френеля).

Результаты расчетов базисного варианта модели представлены на рис. 2, 3. На рис. 2 представлены темпе-

ратурные поля в системе кристалл-расплав (черным цветом выделена граница кристалл-расплав). В правой части рисунка также приведена диаграмма распределения температуры в ГУ 3-го рода на боковой поверхности системы. На рис.3 представлены изолинии функции тока.

тивные потоки достаточно развиты. Это в значительной

мере обусловлено большим слоем расплава, толщина

которого связана с его высокой степенью прозрачности и

слабым отводом теплоты с нижней границы кристалла

из-за ее непрозрачности. По этой же причине формы

Для исследования влияния различных факторов

изотерм и фронта кристаллизации близки к плоским.

		•	MOTONIO TOD TTA	AAAHAHAFA BABHAHTA
		пизические скоистки	<b>MAIPINA INK / N</b>	
raonna r.	1 010100		marchiarob gam	
,		1	1	1

Материал	Кристалл	Расплав		
Плотность р, кг/м <sup>3</sup>		Линейная зависимость от $T[K]$ :		
	7090	6650( <i>T</i> <1300), 6350 ( <i>T</i> >2500)		
Удельная теплоемкость <i>с</i> <sub>р</sub> , Дж/(кг·К)	334.5	410		
Теплопроводность λ, Вт/(м·К)	1.2	0.14		
Коэффициент динамической вязкости µ, кг/(м·с)	-	0.05406		
Коэффициент поглощения k, 1/м	10	10		
Показатель преломления <i>n</i>	2.1	1.9		
Температура кристаллизации <i>T</i> <sub>сг</sub> , К	-	1323		



*Рис. 2.* Температурные поля для расчета варианта модели с  $k = 30 \text{ м}^{-1}$ , К



*Рис. 3.* Изолинии функции тока для расчета варианта модели с $k=30~{\rm m}^{-1},~{\rm кг/c}$ 

Из результатов расчета видно, что, несмотря на неблагоприятные условия для развития конвекции в расплаве (вследствие верхнего подвода теплоты), конвек-

на температурные условия в системе кристалл-расплав и характер развития радиационного и конвективного механизмов теплопереноса, был проведен ряд расчетов при изменении параметров численной модели относительно базисного варианта. 1. <u>Вариация оптической толщины системы</u> –

1. <u>нариация оптическои толщины системы</u> – производилась путем изменения коэффициента поглощения расплава. Базисный расчет проводился для материала, который имеет высокую оптическую прозрачность как в твердой, так и в жидкой фазе, что характерно, например, для галогенидов. Однако, многие материалы (например, германат висмута) являются прозрачными в кристаллической фазе, и практически непрозрачными – в расплаве. Это непосредственно влияет на радиационные потоки в системе, а учитывая их весомый вклад в общий теплообмен, данный фактор также влияет и на температурное поле, и на положение фронта кристаллизации, и на конвективные потоки в расплаве. Расчеты проведены для значений коэффициента поглощения расплава  $k = 30 \text{ м}^{-1}$ , 100 м<sup>-1</sup> и 1000 м<sup>-1</sup>.

Результаты расчета показали, что увеличение коэффициента поглощения расплава при прочих равных условиях кардинально меняет картину температурных полей, резко уменьшая толщину расплава. Это связано с изменением основного механизма переноса теплоты в расплаве: если при прозрачном расплаве подавляющее значение имел радиационный теплообмен, то при практически непрозрачном ( $k = 1000 \text{ м}^{-1}$ ) роль этого механизма теплопереноса становится мала. В комбинации с низкой теплопроводностью расплава это приводит к большому градиенту температур в расплаве и, следовательно, его малой толщине. Если в базисном варианте «узким местом» передачи теплоты сверху вниз в системе была непрозрачная нижняя граница кристалла, то теперь таковым становится расплав, что в целом снижает среднюю температуру системы. В данном расчете также наблюдается характерная нелинейность изотерм в кристалле и фронта кристаллизации, особенно в периферийной зоне системы. Уменьшение толщины расплава приводит к существенному ослаблению и изменению характера конвективного теплопереноса в нем, что можно наблюдать по распределению и величине изолиний функций тока.

2. <u>Вариант с нижним подводом теплоты.</u> Базисный вариант расчета предполагал основной подвод теплоты сверху, что характерно, например, для метода Осевого Теплового потока вблизи Фронта кристаллизации (ОТФ). Однако в некоторых других методах, например методе Чехральского, теплота подводится снизу, и расплав расположен под кристаллом.

Согласно полученным результатам, при подводе теплоты снизу интенсивность конвекции увеличивается на порядки, поскольку в этом случае создаются благоприятные условия для ее развития. В этом случае температурное поле, создаваемое в расплаве, имеет нелинейный характер, в отличие от варианта с подводом теплоты сверху. Стоит отметить также, что толщина кристалла существенно не изменилась, т.к. в обоих случаях основным тепловым сопротивлением является непрозрачный торец кристалла.

3. Вариант с отсутствием радиационного теплообмена. Для наглядной оценки вклада радиации в теплообмен в полупрозрачных материалах были проведены расчеты модели без радиационного теплообмена для вариантов верхнего и нижнего подвода тепла и прочими условиями, аналогичными базисной модели. Такая ситуация возможна при выращивании непрозрачных кристаллов из непрозрачного расплава, например металлов.

По результатам расчета можно сделать вывод, что влияние радиации очень велико на температурные поля, положение и форму фронта, а, следовательно, и на конвективные потоки в расплаве. Форма фронта, обусловленная конвективными потоками расплава, может иметь для данных условий форму, неблагоприятную для технологии роста кристалла. В этих случаях необходим подбор других граничных условий. Как и в предыдущем случае, вариант с нижним подводом теплоты имеет намного более развитое конвективное течение и большую толщину расплава по сравнению с вариантом верхнего подвода теплоты, подавляющего конвекцию.

4. <u>Полупрозрачный торец кристалла.</u> Рассмотренный базисный вариант с непрозрачным торцом кристалла характерен для многих методов роста кристаллов, однако некоторые методы, например ОТФ, предполагают открытый полупрозрачный торец кристалла, через который большая часть тепла отводиться радиационным потоком из внутренних слоев кристалла, фронта кристаллизации и расплава.

Результаты расчета показывают, что полупрозрачный торец кристалла увеличивает отвод теплоты из системы за счет излучения, что вызывает уменьшение толщины расплава и ослабление конвективных потоков в нем.

5. Вариация геометрических размеров системы. Для анализа влияния соотношения диаметра и высоты системы кристалл-расплав были проведены расчеты с параметрами, аналогичными базовым, с уменьшением высоты до 0.1 м и с ее увеличением до 0.4 м. По результатам можно сделать вывод, что изменение высоты системы соответственно меняет толщину расплава и интенсивность конвекции в нем, но поскольку в данном случае подвод теплоты осуществляется сверху, условия для развития конвекции остаются неблагоприятными даже при существенном увеличении толщины расплава.

6. Изменение уровня температур и температурного перепада в системе. Температурные поля, приложенные к системе в виде граничных условий, влияют на интенсивность радиационного и конвективного переноса теплоты. Для оценки степени этого влияния проведены расчеты при повышении уровня температур в системе на 300 К (температура на  $\Gamma_1$ : T = 1750 К; на  $\Gamma_{3S}$ : линейная зависимость от координаты – T =1600 К на торце кристалла и T = 1750 К на торце расплава; температура кристаллизации T = 1623 К; такой уровень температур характерен, например, для фторида кальция), а также при уменьшении температурного перепада от 150 К до 30 К (температура на  $\Gamma_1$ : T = 1340К; на  $\Gamma_{3S}$ : линейная зависимость от T = 1310 К до T =1340 К на торце расплава; температура кристаллизации Т = 1323 К). Результаты показали, что повышение уровня температур практически не влияет на форму температурных полей, положение фронта и форму линий функции тока в расплаве, однако несколько увеличивает интенсивность конвективных потоков в расплаве. Уменьшение температурного перепада уменьшает интенсивность конвекции.

Помимо рассмотренных расчетов, были дополнительно проведены расчеты при изменении профиля распределения температур на боковой границе системы с равномерного по всей высоте до узкого градиента в 150 К в центральной части боковой границы. Результаты расчета, однако, не показали серьезного различия относительно базового варианта. Это связано, вероятно, с тем, что основной теплоподвод в рассмотренной модели происходит с торца расплава, поэтому условия на боковых границах системы не оказывают заметного влияния на тепловые условия внутри системы кристаллрасплав.

В табл. 2 представлены некоторые численные результаты проведенных расчетов для каждого эксперимента: общие и радиационные тепловые потоки через основные поверхности, средние по объему температуры в кристалле, расплаве и усредненные по системе кристаллрасплав, а также максимальные и средние температуры в расплаве. Как видно из таблицы, основную роль в теплопереносе играет радиационный теплообмен, при его отсутствии тепловые потоки снижаются более чем на порядок. Повышение уровня температуры в системе на 300 К вызывает более чем двукратное увеличение суммарных тепловых потоков. На степень развития конвекции в наибольшей степени влияет направление подвода тепла относительно вектора гравитации, в меньшей степени толщина слоя жидкости (расплава) и температурный перепад. Поскольку радиационному теплообмену принадлежит основная роль, его изменения за счет тех или иных факторов резко влияют на температурные условия в системе и положение фронта кристаллизации, что обуславливает значительные изменения в характере и степени развития конвективных потоков в расплаве.

	1						1				
	Общий тепловой поток через по-			Радиационный теп- ловой поток через		Средняя по объему температура, К			Скорость в рас- плаве, м/с		
	верхность, Вт		поверхность, Вт								
Эксперимент	торец кристалла	торец расплава	фронт кристал- лизации	торец кристалла	торец расплава	фронт кристал- лизации	расплав	кристалл	система кри- сталл-расплав	максимальная	средняя по объе- му
Базовый	11727	11742	12038	6199	11362	11967	1394.1	1285.9	1390.1	0.011371	0.001272
$k = 100 \text{ m}^{-1}$	9405	9224	8922	4937	9156	8671	1382.9	1293	1315.3	0.002266	0.001066
$k = 1000 \text{ m}^{-1}$	8669	11462	11449	4608	11160	9445	1381.4	1275.4	1277.6	0.007825	0.001682
Нижний подвод тепла (НПТ)	12150	12204	13464	6546	11608	13322	1400.2	1287.4	1397	0.041126	0.018457
Без радиации	2560	386	200	0	0	0	1376.8	1233.3	1256.5	0.030273	0.004011
НПТ, без радиации	2379	212	524	0	0	0	1355.8	1188.2	1259.1	0.016783	0.003455
Полупрозр. торец кристалла	18952	18638	17026	17778	18586	16894	1379.1	1301.3	1361.2	0.008241	0.000668
То же, при <i>k</i> = 100 м <sup>-1</sup>	15360	15231	15047	14278	15116	14388	1378	1268.8	1282.2	0.001318	0.000567
Длина системы $\ell = 0.1$ м	12679	12707	12722	7040	11853	12593	1408.7	1289.1	1403.5	0.002583	0.000738
Длина системы $\ell = 0.4$ м	10518	10501	9085.5	5442	10473	9050	1386	1300.9	1377.9	0.037441	0.002999
Уровень температур +300 К	23848	23856	23358	14205	23518	23278	1688.7	1573.9	1684.5	0.012117	0.001505
Перепад температур 30 К	9224	8621	8573	4887	8589	8371	1330.7	1292.1	1295.6	0.000935	0.000191

Таблица 2. Сравнение численных результатов расчета проведенных численных экспериментов

## Выводы

С помощью разработанной численной модели проведены расчеты и изучены процессы кристаллизации в цилиндрической системе кристалл-расплав с различными вариантами свойств материалов и граничных условий, которые соответствуют различным классам материалов и различным методам кристаллизации из расплава. Внешний торец кристалла задавался как непрозрачным, так и полупрозрачным. Рассмотрены варианты граничных условий 1-го и 3-го родов, включая радиационный отвод теплоты. Расчеты проведены при различных оптических толщинах материалов, различных уровнях температур и радиационного теплопереноса, различных соотношениях высоты и диаметра системы.

Результаты проведенных расчетов показали, что наличие значительной радиационной составляющей теплового потока в системе усиливает нелинейность формы температурных полей в системе и имеет сильное влияние на положение и форму фронта кристаллизации, что непосредственно влияет в распределение конвективных потоков в расплаве. В зависимости от конкретных условий, конвективное течение может быть слабовыраженным (особенно для тонкого слоя расплава при подводе теплоты сверху) и им можно пренебречь, но при значительных толщинах расплава (несколько мм и более) его необходимо учитывать.

Исследования проведены при поддержке проекта INTAS 05-1000008 8111.

## ЛИТЕРАТУРА

- Evstratov Yu., Kalaev V.V., Zhmakin A.I., Makarov Yu.N., Abramov A.G., Ivanov N.G., Smirnov E.M., Dornberger E., Virbulis J., Tomzig E., Ammon W.V. Modeling analysis of unsteady three-dimensional turbulent melt flow during Czochralski growth of Si crystals //Journal of Crystal Growth. – 2001. – Vol.230. – pp. 22-31.
- Brandon S., Derby J.J. Internal radiative transport in the vertical Bridgman growth of semitransparent crystals //Journal of Crystal Growth. - 1991. -Vol.110, N3. - pp. 481-500.
- Bykova S. V., Golyshev V. D., Gonik M. A., Tsvetovsky V. B., Deshko V. I., Karvatskii A. Ya., Lenkin A.V., Brandon S., Weinstein O., Virozub A., Derby J.J., Yeckel A., Sonda, P. Experimental and numerical analysis of coupled interfacial kinetics and heat transport during the Axial Heat flux close to the Phase interface (AHP) growth of BGO single crystals //Journal of Crystal Growth, - 2004. - Vol. 266, Issues 1-3. - pp. 246-256.
- 4. Горилецкий В.И., Гринев Б.В., Заславский Б.Г. и др. Рост кристаллов. Х.: Акта, 2002. 536 с.g
- Patankar S.V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. –Hemisphere Inc., McGraw-Hill, New York, NY, USA, 1980. –344 p.
- Raithby G. D., Chui E.H. A Finite-Volume Method for Predicting a Radiant Heat Transfer in Enclosures with Participating Media //Journal of Heat Transfer. – 1990. – Vol.112, pp. 415-423.
- Yeckel A., Derby J.J. Computer Modeling of Bulk Crystal Growth. Bulk Crystal Growth of Electronic, Optical and Optoelectronic Materials. – WILEY, New York, NY, USA, 2005.

пост. 07.07.08