

## Об одном подходе к математическому моделированию процессов теплопереноса в металлургических технологиях

Н.И. ЗАХАРОВ, Ф.В. НЕДОПЕКИН, А.И. ТРОЦАН, Е.Л. СТЕПАННИКОВА, К.В. ЯРЕМЕНКО

Донецкий национальный технический университет  
Донецкий национальный университет  
Институт проблем материаловедения НАН Украины

Предложен способ расчета уравнения теплопроводности, основанный на разложении теплофизических характеристик в ряд Тейлора, что оказывается рациональнее некоторых подходов, в частности применительно к процессам теплопереноса при рафинировании металла.

Запропоновано спосіб розрахунку рівняння теплопровідності, оснований на розкладанні теплофізичних характеристик в ряд Тейлора. Це є більш економічніше деяких підходів до процесу теплопереносу при рафінуванні металу.

Method of calculation the equation heat transfer was proposed. It based on representation thermal parameters in form Teylor series. It is more economic, than some methods. Practical application – processes heat transfer for refine the metal.

Как известно, внепечное рафинирование металла (в т.ч. от кислорода) с помощью порошковых проволок (ПП) – важное направление повышения качества металлопродукции.

Традиционное использование в сталеразливочном ковше силикокальциевого наполнителя ПП для обработки металла, как известно, более эффективно, чем его продувка в потоке аргона. При этом меньше выделяется дыма, ниже потери тепла и загрязнение атмосферы [1-3].

Исследования проф. В.И. Явойского [4] показали, что процесс раскисления расплава состоит из следующих стадий: растворение раскислителя, формирование и рост оксидных неметаллических включений (НВ), удаление их из жидкого металла.

Силикокальциевый наполнитель после расплавления ПП в сталеразливочном ковше всплывает в виде жидких капель [5], растворяясь в расплаве. Растворению раскислителя предшествует плавление ПП.

Первой базовой публикацией по математическому моделированию (ММ) процессов теплопереноса при обработке металла ПП следует считать [6]. Авторы этой статьи детально исследовали тепловое состояние наполнителя ПП и её стальной корки во времени. Вместе с тем не рассмотрен вопрос определения оптимальной скорости ввода ПП в металл и её зависимость от параметров технологии.

В работе [7] устранен этот недостаток, однако определение коэффициента теплопереноса  $\alpha$  проведено теоретическим путем. Для сложной структуры реального потока, обтекающего поверхность ПП, это приводит к значительной погрешности.

Работа [8], выполненная на хорошем методологическом уровне, вместе с тем оперирует со шлаковым слоем на поверхности ПП. Однако, как известно, в глубинных слоях жидкой ванны, этот слой экспериментально не обнаружен.

В статье [9] наиболее детально исследована зависимость термомассообменных процессов при вводе ПП в сталеразливочный ковш от параметров технологии: вид наполнителя ПП, скорость и локализация ввода ПП, размер ковша, угол отклонения ПП при вводе в металл от вертикали, температура металла, характер и интенсивность продувки жидкой ванны аргоном.

Известно, что индивидуальный подход к задаче, учитывающий ее специфику, часто оказывается более экономичным по сравнению с общим. Например, способ прогонки расчета системы трехточечных линейных уравнений в рамках метода конечных разностей более экономичен метода Гаусса, не учитывающего специфики структуры этих уравнений.

Если при проведении исследований изменение состава наполнителя ПП происходит на базе одного (например, CaSi) и кроме того, это изменение незначительно (параметр  $\theta$ , характеризующий относительную деформацию рассматриваемого состава, не превышает 0,10-0,15), то теплофизические характеристики  $\lambda$  и  $(\rho\tilde{n})$  можно разложить в ряд Тейлора по степени  $\theta$ :

$$\lambda(\dot{O}, \theta) = \lambda(\dot{O}, \dot{I}) + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial \theta}\right)_0 \cdot \theta + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \lambda}{\partial \theta^2}\right)_0 \cdot \theta^2 + \dots, \quad (1)$$

$$\rho\tilde{n}(\dot{O}, \theta) = \rho c(\dot{O}, \dot{I}) + \left(\frac{\partial \rho\tilde{n}}{\partial \theta}\right)_0 \cdot \theta + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \rho\tilde{n}}{\partial \theta^2}\right)_0 \cdot \theta^2 + \dots, \quad (2)$$

где индекс "0" означает  $\theta = 0$  (например, Ca = 0,3; Si = 0,6; другие компоненты, включая Al, соответствуют 0,1).

Предложенный однопараметрический подход позволяет избавиться от необходимости экспериментального измерения величин  $\lambda$  и  $(\rho\tilde{n})$  при различном  $\theta$  и провести их расчет по формулам (1) и (2). Этот подход, кроме того, позволит оценить влияние параметра  $\theta$  на конечный расчетный результат.

Введем следующие температурные зависимости:

$$\begin{aligned} f^{(0)}(T) &= \lambda(T, \dot{O}); \\ f^{(1)}(T) &= \left(\frac{\partial \lambda}{\partial \theta}\right)_0; \\ f^{(2)}(T) &= \left(\frac{\partial^2 \lambda}{\partial \theta^2}\right)_0, \end{aligned} \quad (3)$$

С учетом специфики проблемы, ее математическую постановку можно описать последовательностью следующих уравнений:

$$\frac{\partial T_i^{(0)}}{\partial \tau} = \frac{1}{\rho_i^{(0)} C_i^{(0)} r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r F_i^{(0)} \frac{\partial T_i^{(0)}}{\partial r} \right), \quad (4)$$

$$\frac{\partial T_i^{(1)}}{\partial \tau} = \frac{1}{\rho_i^{(1)} C_i^{(1)} r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r F_i^{(1)} \frac{\partial T_i^{(1)}}{\partial r} \right), \quad (5)$$

$$\frac{\partial T_i^{(2)}}{\partial \tau} = \frac{1}{\rho_i^{(2)} C_i^{(2)} r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r F_i^{(2)} \frac{\partial T_i^{(2)}}{\partial r} \right). \quad (6)$$

Здесь:  $F$  – обобщенный коэффициент теплопроводности:

$$\begin{aligned} F^{(0)} &= f^{(0)}, \\ F^{(1)} &= f^{(0)} + f^{(1)} \cdot \theta, \\ F^{(2)} &= f^{(0)} + f^{(1)} \cdot \theta + \frac{1}{2} \cdot f^{(2)} \cdot \theta^2, \end{aligned} \quad (7)$$

$i = \begin{cases} 1 - \text{вводимый элемент в твердом состоянии;} \\ 2 - \text{вводимый элемент в жидком состоянии;} \\ 3 - \text{твердая сталь (оболочка + корочка).} \end{cases}$

Краевые условия к цепочке уравнений (4) – (6) имеют вид:

- начальные условия:

$$\begin{aligned} T_1 &= T_3 = T_0; \\ R_1(0) &= R_2(0) = R; \\ R_3(0) &= R + \delta. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь:  $T_0$  – температура окружающей среды;  $R$  – радиус области, занимаемой наполнителем ПП в начальный момент времени;  $\delta$  – толщина стальной оболочки в этот момент.

Диапазон изменения радиальной координаты  $r$  в каждой из областей:

$$\begin{aligned} i = 1 : & 0 \leq r \leq R_1(\tau) = R + \Delta R_1(\tau), \quad \Delta R_1 < 0; \\ i = 2 : & R_1(\tau) \leq r \leq R_2 = R; \\ i = 3 : & R \leq r \leq R_3(\tau) = R + \Delta R_3(\tau), \quad \Delta R_3(0) = \delta. \end{aligned}$$

Здесь:  $R_1(\tau)$  – граница твердой фазы наполнителя;  $R_2$  – граница жидкой его фазы;  $R_3(\tau)$  – внешняя граница стальной оболочки проволоки. Последняя включает как первоначальную оболочку, так и намороженную на нее твердую корочку стали.

Очевидно, что  $R_3 > R_2 \geq R_1$ . При этом:  $\Delta R_3 > 0$  для налипания корочки и  $\Delta R_3 < 0$  – при плавлении оболочки ПП.

- граничные условия:

а) ось симметрии ( $r = 0$ ):

$$\frac{\partial \dot{\theta}_1}{\partial r} = 0; \quad (9)$$

б) стык наполнителя и стальной оболочки ( $r = R$ ):

$$\dot{\theta}_2 = \dot{\theta}_3; \quad (10)$$

$$-\lambda_2 \frac{\partial \dot{\theta}_2}{\partial r} = -\lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial r}; \quad (11)$$

в) граница  $r = R_1$ :

$$T_1 = T_2 < T_n^h; \quad (12)$$

$$-\lambda_1 \frac{\partial \dot{\theta}_1}{\partial r} = -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} + \rho_2 \cdot L_2 \cdot \dot{R}_1, \quad T_2 = T_n^h \quad (13)$$

г) граница  $r = R_3$ :

$$T_3 = T_c < T_n^c; \quad (14)$$

$$-\lambda_3 \frac{\partial \dot{\theta}_3}{\partial r} + \rho_3 \cdot L_3 \cdot \dot{R}_3 = \alpha(T_c^o - T_c). \quad (15)$$

Здесь:  $T_n^i, \dot{\theta}_i^n$  – температуры ликвидуса наполнителя и стали;  $T_c$  – температура стали при  $r = R_3$ ;  $\dot{\theta}_n^i$  –

ее температура в объеме ковша;  $\rho_2, \rho_3$  – плотности наполнителя и стали;  $L_2, L_3$  – удельные теплоты фазовых переходов;  $\dot{R}_1, \dot{R}_3$ , – скорости перемещения границ  $r = R_1$  и  $r = R_3$ .

Цепочка уравнений (4) – (6) решалась методом конечных разностей:

Для получения однородной консервативной конечно-разностной схемы будем исходить из уравнения, записанного для ячеек сеточной области:

$$2\pi \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial \tau} = \frac{1}{\rho c r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( 2\pi \cdot F \cdot r \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{\rho c r} \cdot \frac{\partial w}{\partial r} \quad (16)$$

В уравнении (16) введено выражение для теплового потока в точке  $g$ :

$$w(r) = -2\pi \cdot F \frac{\partial T}{\partial r} \quad (17)$$

Пользуясь методикой баланса [10], проинтегрируем (16) по  $r$  на отрезке  $[r_{j-1/2}, r_{j+1/2}]$ :

$$2\pi \int_{r_{j-1/2}}^{r_{j+1/2}} \frac{\partial T}{\partial \tau} \cdot dr = \frac{1}{\rho c r_j} \int_{r_{j-1/2}}^{r_{j+1/2}} \frac{\partial w}{\partial r} \cdot dr. \quad (18)$$

Выражение (17) запишем следующим образом:

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{w}{2\pi \cdot F \cdot r}$$

Проинтегрируем это равенство по  $r$  на отрезке  $[r_{j-1/2}, r_j]$ :

$$T_{j-1} - T_j = \int_{r_{j-1/2}}^{r_j} \frac{w dr}{2\pi F r} = \frac{w_{j-1/2}}{2\pi r_{j-1/2}} \int_{r_{j-1/2}}^{r_j} \frac{dr}{F(r)} \quad (19)$$

Для отрезка  $[r_j, r_{j+1}]$  имеем:

$$T_j - T_{j+1} = \int_{r_j}^{r_{j+1}} \frac{w dr}{2\pi F r} = \frac{w_{j+1/2}}{2\pi r_{j+1/2}} \int_{r_j}^{r_{j+1}} \frac{dr}{F(r)} \quad (20)$$

Объединяя уравнения (18), (19) и (20), находим:

$$\left( \frac{\partial T}{\partial \tau} \right)_j = \frac{1}{\rho_j \cdot c_j \cdot r_j \cdot \Delta r_j} \cdot \left[ \frac{r_{j+1/2} \cdot \alpha_{j+1} (T_{j+1} - T_j)}{\Delta r_{j+1}} - \frac{r_{j-1/2} \cdot \alpha_j \cdot (T_j - T_{j-1})}{\Delta r_{j-1}} \right] \quad (21)$$

Здесь:

$$\alpha_j = \left[ \frac{1}{\Delta r_{j-1}} \int_{r_{j-1/2}}^{r_j} \frac{dr}{F(r)} \right]^{-1} \approx F_{j-1/2}, \quad (22)$$

$$\alpha_{j+1} = \left[ \frac{1}{\Delta r_{j+1}} \int_{r_j}^{r_{j+1/2}} \frac{dr}{F(r)} \right]^{-1} \approx F_{j+1/2} \quad (23)$$

Коэффициенты  $\alpha$  – точечного уравнения, соответствующего (21), вычисляются по формулам:

$$A_j = \frac{\sigma}{\Delta r_j \cdot \Delta r_{j-1}} \cdot \frac{r_{j-1/2}}{r_j} \cdot \frac{1}{\rho_j \cdot c_j}; \quad (24)$$

$$C_j = \frac{\sigma}{\Delta r_j \cdot \Delta r_{j+1}} \cdot \frac{r_{j+1/2}}{r_j} \cdot \frac{1}{\rho_j \cdot c_j}; \quad (25)$$

$$-B_j = \frac{1}{\Delta r_k} + \frac{\sigma}{\Delta r_j} \cdot \frac{1}{\rho_j c_j}$$

$$\cdot \left[ \frac{r_{j+1/2} \cdot F_{j+1/2}}{r_j \cdot \Delta r_{j+1}} + \frac{r_{j-1/2} \cdot F_{j-1/2}}{r_j \cdot \Delta r_{j-1}} \right]; \quad (26)$$

$$\begin{aligned}
 -F_j^k = & T_{j+1}^k \left[ \frac{(1-\sigma)}{\Delta r_j \cdot \Delta r_{j+1}} \cdot \left( \frac{r_{j+1/2}}{r_j} \right) \cdot \left( \frac{F_{j+1/2}}{\rho_j \cdot c_j} \right) \right] + \\
 & + T_{j-1}^k \left[ \frac{(1-\sigma)}{\Delta r_j \cdot \Delta r_{j-1}} \cdot \left( \frac{r_{j-1/2}}{r_j} \right) \cdot \left( \frac{F_{j-1/2}}{\rho_j \cdot c_j} \right) \right] + \\
 & + T_j^k \cdot \left\{ \frac{1}{\Delta \tau_k} + \frac{(1-\sigma)}{\rho_j \cdot c_j \cdot \Delta r_j} \cdot \left[ \frac{1}{\Delta r_{j+1}} \cdot \left( \frac{r_{j+1/2}}{r_j} \right) \cdot F_{j+1/2} + \frac{1}{\Delta r_{j-1}} \cdot \left( \frac{r_{j-1/2}}{r_j} \right) \cdot F_{j-1/2} \right] \right\} \quad (27)
 \end{aligned}$$

здесь:  $\Delta r_j = 0,5(\Delta r_{j-1} + \Delta r_{j+1})$ .

Сравнение расчетных результатов по динамике плавления оболочки ПП с данными других работ [9, 11] говорит об их удовлетворительном согласовании. Вместе с тем использованная нами методология в случае традиционной технологии раскисления металла в сталеразливочном ковше (вертикальный ввод ПП [12], отсутствие шлакового слоя на поверхности ПП в глубинных слоях жидкой ванны) рациональнее [9].

На рис. 1 приведена зависимость степени усвоения жидкой ванной кальция, рассчитанная по методике работы [11], от скорости ввода ПП при различном значении параметра  $\theta$ . Как следует из рис. 1, при скорости ввода ПП, превышающей оптимум, происходит снижение степени усвоения кальция расплавом стали и раскисляющего воздействия этого элемента на металл, что согласуется с результатами экспериментальных исследований [13, 14]. Снижение  $\theta$ , т.е. относительного содержания кальция в наполнителе ПП, приводит к уменьшению эффективности воздействия этого раскислителя на металл, т.к. соответствующая кривая рис. 1 лежит ниже.

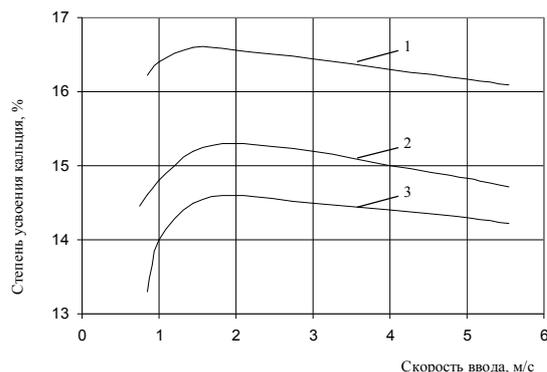


Рис. 1. Усвоение кальция из капель расплава силикокальция в зависимости от скорости ввода ПП (диаметр ПП 13 мм, ск 30,  $\Theta=0$ ): 1— $\Theta=0,00$ ; 2— $\Theta=0,10$ ; 3— $\Theta=0,15$ . Начальная температура металла в ковше: 1600 °С

На рис. 2 для  $\theta = 0$  показана зависимость степени усвоения кальция расплавом стали от диаметра и скорости вводимой ПП. Как следует из этого рисунка, уменьшение диаметра ПП приводит к увеличению как раскисляющего воздействия кальция на металл, так и

значения оптимальной скорости ввода ПП, согласующейся с экспериментом.

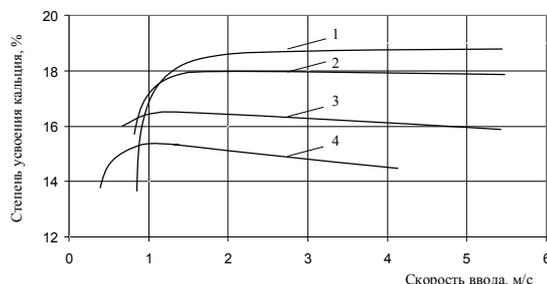


Рис. 2. Зависимость степени усвоения кальция из капель расплава силикокальция (ск 30,  $\Theta=0$ ) в зависимости от скорости ввода ПП различного диаметра (температура металла в ковше перед началом обработки 1600 °С). Диаметр проволоки 1 – 8 мм; 2 – 10 мм; 3 – 13 мм; 4 – 15 мм

Таким образом, предложенный подход в отдельных случаях оказывается рациональнее существующих. В частности, отпадает необходимость экспериментального измерения теплофизических характеристик при различном  $\theta$  по причине наличия формул (1) и (2).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Вихлевщук В.А., Черногрицкий В.М., Подопривога Г.Г. Технология обработки стали порошковой проволокой в сталеразливочном ковше// Чёрная металлургия. – 1991. - №12. – С.39-40.
2. Майер Х. Применение техники ввода порошковой проволоки при производстве стали и отливок// Труды II конгресса сталеплавыльщиков. – Липецк. – 1994. – С.242-243.
3. Дюдкин Д.А., Гринберг С.Е., Маринцев С.Н. Совершенствование технологии производства колёсной стали// Международная н/т конференция "Производство стали в XXI веке: прогноз, процессы, технологии, экология. – Киев. – 2000. – С.144-147.
4. Явоцкий В.И., Кряковский Ю.В., Григорьев В.П. Металлургия стали. – М.: Металлургия. – 1983. – 584с.
5. Чичкарёв Е.А. Оптимизация процессов раскисления и микролегирования конструкционных сталей порошковыми проволоками с алюминием и кальцием// Рукопись дисс. на соиск. уч.степ. канд. техн. наук. – Мариуполь. – 1998.
6. Банненберг Н., Хорсте К., Боде О. Поведение проволоки с порошковым наполнителем в процессе расплавления// Черные металлы. – 1992. - №12. – С.25-33.
7. Онищук В.П., Кисиленко В.В., Дюдкин Д.А. Особенности поведения порошковых проволок с различными наполнителями в металлургических расплавах// Металл и литье Украины. – 2000. - №№ 1-2. – С.38-39.
8. Никулин А.Ю., Логийко Г.П. О взаимодействии кальцийсодержащей порошковой проволоки с жидким металлом при внепечной обработке стали// Известия вузов. Черная металлургия. – 1996. - №11. – С.3-4.

