

Рис. 2. Оценка достоверности. Изменение натяжения в тросе от числа витков для моделей: 1 – Ю.М. Тарнопольского, 2 – Б.С. Ковальского, 3 – рекомендуемой автором

Используя метод исключения Гаусса, получим приведенное перемещение тела намотки  $v_{i,j}$ . Тогда приведенное перемещение наматываемого витка:

$$v_j = v_{j-1} - \frac{\theta_j}{f_{j,j}}. \quad (11)$$

Приведенное первоначальное перемещение:

$$\Pi_j = \frac{\tau_{j,j} \cdot \rho_j}{\xi} - v_{j,j}. \quad (12)$$

Приведенные натяжение и давление, действующие на тело намотки:

$$\begin{aligned} \text{при } i=1 \dots j-1 \quad \tau_i &= \xi \cdot \frac{v_i + \Pi_i}{\rho_i}, \quad \theta_{1,j} = -2 \cdot f_{1,j} \cdot v_{1,j}; \\ \text{при } i=2 \dots j-1 \quad \theta_i &= f_{i,j} \cdot (v_{i-1} - v_i). \end{aligned} \quad (13)$$

Для оценки достоверности предложенной модели (формулы (9) – (13)) сравним ее с известными моделями Ю.М. Тарнопольского и Б.С. Ковальского (рис. 2). При равных начальных условиях подходы идентичны (погрешность не превышает 3%).

### Выводы

1. Значения нагрузок в бобине определенные по формулам Ю.М. Тарнопольского, Б.С. Ковальского и (9) – (13), при одинаковых условиях идентичны. Погрешность составляет 2 – 3%.

2. В представленной модели в отличие от известных моделей учтены влияние краевых эффектов при взаимодействии ленты с бобиной, отсутствие продольного сжатия ленты при намотке, наличие витков трения.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Ковальский Б. С. Теория многослойной навивки каната // Докл. АН СССР. – 1950. – Т. LXXIV, № 3. – С. 429-432.
2. Тарнопольской Ю. М., Розе А. В. Особенности расчета деталей из армированных пластиков. – Рига: Зинатне, 1969. – 274 с.
3. Панченко Е. В. Разработка модели резиновтросового каната в много-слойной намотке на основе универсального пакета конечно-элементного моделирования ANSYS/ED 6.1 // Науковий вісник НГУ. – 2005. – № 11. – С. 68-73.
4. Панченко Е. В. Результаты исследования конечно-элементной модели резиновтросовой ленты в бобинном органе намотки // Геотехническая механика: Межвед. сб. науч. тр. ИГТМ НАН Украины. – 2005. – Вып. 62. – С. 155-163.

пост. 15.03.06.

## Математическое моделирование автоколебаний вибрационного горения в ЖРД, обусловленных тепловыделением сгорания

В.В. ГОЦУЛЕНКО, В.Н. ГОЦУЛЕНКО

Институт предпринимательства “Стратегия”  
Днепропетровский государственный технический университет

Предложены механизмы вибрационного горения в ЖРД и обоснованы условия их появления. Определены формы таких колебаний при произвольно выбранных условиях.

Запропоновано механізми вібраційного горіння в ЖРД і обґрунтовані умови їхньої появи. Визначено форми таких коливань при довільно обраних умовах.

Mechanisms of vibrating burning in jet engine are offered and conditions of their occurrence are proved. Forms of such fluctuations are determined under any way chosen conditions.

**Введение.** Камеры сгорания жидкостных реактивных двигателей (ЖРД) в рабочем положении расположены вертикально или под некоторым углом к гори-

зонту. Вертикальные камеры горения используются также в устройствах воздухонагревателей доменных печей, которые кроме конструктивных и других отличий

имеют противоположное направление движения топлива и продуктов сгорания. Общей проблемой этих устройств является вибрационное горение с автоколебаниями больших амплитуд, являющимися разрушительными для конструкции.

Согласно [1] как реализация термоакустических колебаний, которые используются во многих областях техники [2], так и их подавление ведутся вслепую, путем [3] многочисленных и зачастую мало эффективных мероприятий с затратой значительных средств и времени.

Решение проблемы вибрационного горения [1] сводилось в основном к объяснению возможных причин, которые могут способствовать возбуждению колебаний. Их связывали с наличием обратных связей взаимодействующих с зоной горения, а также с неустойчивостью собственно процесса сгорания топлива. В его основе лежат физико-кинетические, диффузионно-тепловые и конвективные явления.

Известно, что [1] абсолютная неустойчивость плоского фронта пламени [4] в модели Дарье-Ландау и связанная с ней ячеистая структура этого фронта, которые рассматривались как возможное решение возникшей проблемы, не имеют прямого отношения к возбуждению вибрационного горения. Следует также отметить, что наличие обратных связей составляет лишь необходимое условие потенциальной неустойчивости [5], т.к. они имеют место и при стационарном режиме.

Еще Рэлей обратил внимание, что при подводе теплоты повышается давление, а согласно Б.В. Раушенбаху [1] также возрастает и кинетическая энергия потока. Однако, в необходимое условие неустойчивости, которое порождает вибрационное горение [1] и сводится к положительности потока акустической энергии  $A > 0$ , кинетическая его энергия не была введена.

Если в условии  $A > 0$  [1] рассматривать полное давление, т.е. давление заторможенного потока, то образуется система неравенств, определяющая необходимое условие неустойчивости стационарного режима, обусловленного изменением напора по расходу:

$$A > 0 \Leftrightarrow \frac{dH}{dQ} > 0 \Leftrightarrow \frac{dh_{номерб}}{dQ} < 0 \quad (1)$$

Неравенства (1) положены в основу теоретического установления характера движения и механизмов автоколебаний путем введения соответствующей напорной характеристики  $H(Q)$  [6-7]. Характер зависимости  $H(Q)$  определяется преобразованием в напор подведенной теплоты или механической энергии нагнетателей, а также рассеиванием его на гидросопротивлениях и переходом во внутреннюю энергию.

Термоакустические колебания возбуждаются и в трубе Рийке, которая также является вертикальной, причем независимо от подвода теплоты: либо от электроспирали нагревателя, либо сгорания топлива. Релаксационные колебания Феномена Рийке моделируют закономерность возрастания амплитуды колебаний [6] с увеличением мощности теплового потока, наблюдаемую также и в воздухонагревателях (кауперах) [3]. Таким образом, приходим к заключению. Что автоколебания, амплитуды которых возрастают с повышением тепловой нагрузки, определяются лишь теплоподводом и не связаны с явлениями процесса горения.

Механизмы возбуждения колебаний и особенности их проявления изложены в работе [7], где рас-

смотрен также алгоритм построения периодического решения уравнений движения при наличии феноменологического запаздывания процесса сгорания [8].

С помощью введения напорной характеристики представляется возможным теоретическое описание вибрационного горения в ЖРД, а также установление механизмов возбуждения и поддержания автоколебаний. Аналогов такого решения задачи, позволяющего осуществить контроль и управление термоакустическими колебаниями в ЖРД, не существует. Следует также отметить, что напорная характеристика теплоподвода  $H(Q)$  была введена впервые в [9].

**Постановка задачи.** В данной работе рассматривается решение такой же задачи возбуждения колебаний вибрационного горения в ЖРД с обоснованием механизмов их поддержания, единственным из которых был известным лишь механизм запаздывания [8], предложенный Л. Крокко. На рисунке 1 изображена схема однокомпонентного ЖРД, унитарным топливом которого является перекись водорода. Давление в камере сгорания  $p_k = 5 \text{ МПа}$ , температура  $t_k = 1200^\circ\text{C}$ , ее диаметр  $200 \text{ мм}$ , а длина  $300 \text{ мм}$ .

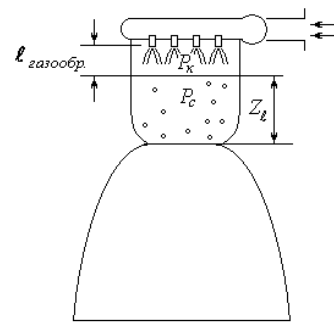


Рис. 1. Схема камеры сгорания однокомпонентного ЖРД

Нестационарный режим вибрационного горения при внутрикамерной неустойчивости рабочего процесса описывается системой двух нелинейных уравнений [7-8]:

$$\begin{cases} L_a \frac{dQ}{dt} = F(Q) - P_c, \\ C_a \frac{dP_c}{dt} = Q(t - \tau) - \varphi(P_c), \end{cases} \quad (2)$$

где  $F(Q) = \frac{P_k}{\rho_{жг}} - h_\ell(Q) - A(Q) - h_T(Q) - h_{\ell,газообр}(Q)$  - напорная характеристика камеры сгорания,  $h_\ell(Q)$ ,  $h_{\ell,газообр}(Q)$ ,  $h_T(Q)$  - соответственно потери напора: по длине камеры сгорания, при сгорании топлива и обусловленные теплоподводом,  $A(Q)$  - сила Архимеда, обращение функции  $\varphi(P_c)$  определяется соотношением:

$$Q_c = f_{min} \sqrt{n \cdot \left( \frac{2}{n+1} \right)^{\frac{n+1}{n-1}} \frac{P_c}{\rho_c}}, \quad (3)$$

в котором:  $P_c$  - давление,  $\rho_c$  - плотность,  $f_{min}$  - площадь критического сечения сопла Лавала,  $n$  - показатель полнотропы. Лопастной насос создает постоянный напор

$H_o = \frac{P_k}{\rho_{жс} g}$  при подачи расхода, а в области отрицательных расходов дополняется ветвью параболы (рис. 2).

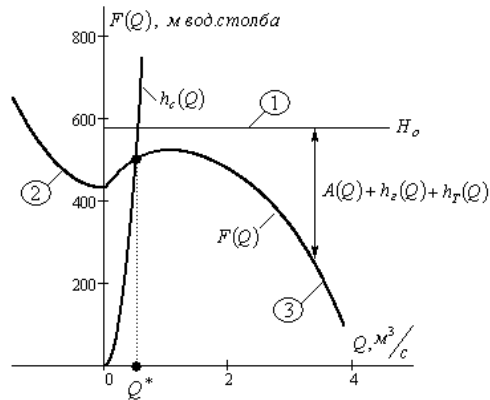


Рис. 2. Напорная характеристика  $F(Q)$  и ее составляющие: 1)  $H_o = const$  – напор, развиваемый насосом; 2) ветвь отрицательных расходов характеристики насоса; 3) характеристика  $F(Q) = H_o - A(Q) - h_z(Q) - h_T(Q)$ ,  $h_z(Q)$  – гидравлические потери в камере сгорания.

Решением системы уравнений (2), учитывая механизмы, из-за которых образуется восходящая ветвь на зависимости  $F(Q)$ , определяются формы автоколебаний  $P_c(t)$ . При этом, представляется возможность математического моделирования управления колебаниями вибрационного горения.

**Механизмы вибрационного горения** составляют явления, приводящие к образованию нисходящих ветвей потерь напора  $h_i(Q)$ , и порождают восходящую ветвь на напорной характеристике  $F(Q)$ . Восходящая ветвь на напорной характеристике  $F(Q)$  образуется из-за следующих механизмов:

1. Механизмов, связанных с образованием нисходящей ветви гидروطерь по длине

$$h_\ell = \lambda \frac{\ell \cdot \rho \cdot Q^2}{d \cdot 2f^2},$$

где  $\lambda$  – коэффициент гидравлических потерь продуктов сгорания по длине  $\ell = Z_\ell$  камеры горения диаметром  $d$  с эквивалентной абсолютной шероховатостью  $\Delta_3$  ее стенки. Величина  $h_\ell(Q)$  уменьшается с увеличением расхода  $Q$  если:

а)  $\lambda = f\left(Re, \frac{\Delta_3}{d}\right)$  – при переходе из турбулентного режима в ламинарный режим, когда с увеличением расхода  $Q$  температура растет более значительно по сравнению со скоростью потока. При этом объемный расход  $Q$  [7] увеличивается, а величина  $h_\ell(Q)$  – уменьшается.

Кроме того, из-за расширения потока снижается его плотность  $\rho$ , что также способствует снижению потерь с увеличением  $Q$ .

б) При зависимости  $\lambda = f\left(\frac{\Delta_3}{d}\right)$  гидравлические потери

уменьшаются из-за уменьшения плотности, когда  $\frac{dT}{dQ} > 0$ , при показателе политропы  $0 \leq n < 1$ . При этом

давление  $P$  может изменяться незначительно, а объемный расход  $Q$  возрастает, поскольку с увеличением температуры потока увеличивается скорость звука  $c$  и вместе с ней скорость  $W$  через сопло Лавала, т.к.  $W = c(T)$ .

2. Нисходящая ветвь функции потерь от теплоподвода  $h_T(Q)$  появляется при следующих условиях:

а) Если  $\frac{dT}{dQ} > 0$ , то когда показатель политропы находится в интервале  $0 \leq n < 1$ .

б) Если  $\frac{dT}{dQ} < 0$ , то при показателе политропы  $n > 1$ .

3. Величина силы Архимеда  $A = gZ_\ell \rho_i$  направлена против движения и ее абсолютное значение, способствующее увеличению сопротивления в колебательном контуре, будет уменьшаться, если плотность газа будет возрастать, а это имеет место при условии  $\frac{dT}{dQ} < 0$ , но

$Z_\ell \neq const$ , ее изменение определяется процессом сгорания.

4. Потери напора зависят от объема области газобразования при горении  $h_{\ell, газобр} = \lambda \frac{\ell_{газобр} \cdot \rho \cdot Q^2}{d \cdot 2}$

и изменяются из-за длины этой области и изменения температуры, определяющей изменение плотности в соответствии с зависимостью  $\rho(\ell_{газобр})$ , что определяется кривыми процесса выгорания [8].

5. Следует отметить, что ранее известный механизм вибрационного горения, обусловленный феноменологическим запаздыванием сгорания  $\tau$ , существенно увеличивает амплитуду гармонических колебаний, но его влияние при переходе к релаксационным колебаниям вначале ослабевает, а затем вовсе не изменяет ее величину.

**Релаксационные автоколебания вибрационного горения в ЖРД.** Изолированное замкнутое решение (предельный цикл) уравнения интегральных кривых системы (2):

$$\frac{dP_c}{dQ} = \frac{Q(t-\tau) - \varphi(P) \frac{L_a}{C_a}}{F(Q) - P_c},$$

изображено на рисунке 3. Интегрированием второго уравнения системы (2) вдоль ее предельного цикла (рис. 3) определяется периодическое решение  $P_c(t)$  колебаний вибрационного горения в камере сгорания ЖРД.

Характеристика  $h_c(Q)$  определяется как обращение зависимости (3). Зависимость  $P_c(t)$  колебаний в неустойчивой области характеристики  $F(Q)$ , когда автоколебания являются релаксационными, а величина их амплитуды не зависит от запаздывания  $\tau$ , а также от изменения величины стационарного расхода и снижения волнового сопротивления  $Z$  приведены на рисунке 3.

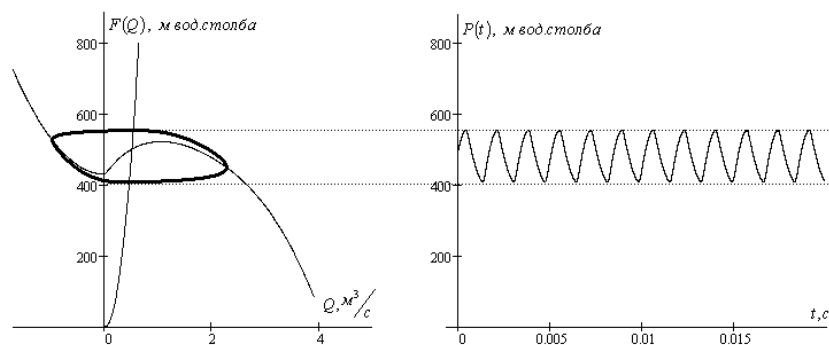


Рис. 3. Релаксационные автоколебания  $P(t)$  и соответствующий им предельный цикл неизменной амплитуды

Полученные аналитически формы релаксационных колебаний качественно совпадают с наблюдаемыми в камерах сгорания ЖРД [10]. Управление такими релаксационными колебаниями является весьма ограниченным и наиболее рациональным является изменение вида восходящей ветви на зависимости  $F(Q)$ , снижающее ее интенсивность  $\frac{dF}{dQ}$ .

#### Выводы

1. Алгоритм построения периодических решений уравнений движения, в основе которого используется напорная характеристика преобразования теплоты сгорания в напор, применен к построению периодических решений уравнений нестационарного движения в камере сгорания ЖРД. Это позволило определить форму колебаний  $P(t)$ , механизмы их возбуждения и поддержания.
2. Теоретическое описание термоакустических колебаний в ЖРД позволяет осуществить с помощью математического моделирования управление внутрикамерным нестационарным режимом вибрационного горения. А также определить эффективность способов его стабилизации.
3. Установлено, что автоколебаниями вибрационного горения больших амплитуд колебаний определяются подводимой теплотой, которая преобразуется в напор потока. Феноменологическое запаздывание  $\tau$  процесса сгорания изменяет амплитуду колебаний только близких к гармоническим и не влияет на ее величину для релаксационных колебаний.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Раушенбах Б.В. Вибрационное горение. М.: Физматгиз, 1961, 500с.
2. Беляев Н.М., Белик Н.П., Польшин А.В. Термоакустические колебания газожидкостных потоков в сложных трубопроводах энергетических установок. К.-Д.: Высшая школа, 1985, 160с.
3. Шкляр Ф.Р., Малкин В.М., Каштанова С.П., Калугин Я.П., Советкин В.П. Доменные воздухоагрегаты. М.: Металлургия, 1982, 176 с.
4. Зельдович Я.Б., Баренблатт Г.И., Либрович В.Б., Махвиладзе Г.М. Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука, 1980, 478с.
5. Боднер В.А. Об автоматической стабилизации потенциально неустойчивых систем // Изв. АН СССР, 1958. -№ 3. -С. 145-148.
6. Гоцуленко В.В. Математическое моделирование особенностей феномена Рийке // Математическое моделирование, РАН, 2004. Т.16, -№ 9. -С. 23-28.
7. Гоцуленко В.В. Математическое моделирование снижения амплитуд колебаний вибрационного горения в крупных промышленных агрегатах // Математическое моделирование, РАН, 2005. Т.17, -№ 11. -С. 16-24.
8. Натанзон М.С. Неустойчивость горения. - М.: Машиностроение, 1986.-247с.
9. Гоцуленко В.В. Математическая модель трубы Рийке и условия ее звучания // Математическое моделирование, 2000. -№ 5. -С. 39-41.
10. Мошкин Е.К. Динамические процессы в ЖРД. М.: Машиностроение, 1964. 256с.