

- Tech Publications, Switzerland. – 2004. - Vols. 259-260. - pp. 602-608.
5. Vijay, M.M. Properties and parameters of water jets // Proc. International Conference Geo-mechanics 91. (Rotterdam, Balkema). - 1991. - pp. 207-222.
 6. Cheng D.Z., Liang G.L., Lu C.X. Relationship between water cannon desing, pulsed water jet anatomy and rock breaking effect // Proc. 3rd U.S. Water Jet Conference (WJTA, St. Louis, USA). 1985. - pp. 309 – 326
 7. Sun H. Modulation of jet by fluidic oscillator // Proc. 5th Pacific Rim International Conference on Water Jet Technology (BHRA, Granfield, Bedford, England). – 1998. - pp. 215 – 228.
 8. Foldyna J., Vijay M.M. Potential of ultrasonically modulated pulsed water jets for cutting metals // Manufacturing Science and Engineering, (ASME. New York, USA). - 1994. - Vol.1. - pp. 397 – 404.
 9. Semko A.N. The powder hydro-cannon. // Proc. of International Summer Scientific Scool “High Speed Hydrodynamics” (HSH 2002, Cheboksary, Russian) - 2002. - pp. 419 – 424.
 10. Петрова Ю. Н. Циклические напряжения в подкрепленных цилиндрах. // Вибрации в технике и технологиях. - 2004. № 2 (34). – С. 55 – 59.
 11. Русанова О. А. Расчет напряженно-деформированного состояния пороховой гидропушки при упрочнении навивкой высокопрочной стальной проволоки // Прогрессивные технологии и системы машиностроения. Международный сборник научных трудов. - Вып. 29, Донецк. – 2005. - С. 159 – 165.
 12. Шевченко Ф.Л. Механика упругих деформируемых систем, часть 2. Сложное напряженное состояние. – К.: ИСИО, 1993. – 239 с.
 13. Шевченко Ф.Л., Крайсвитный Д. Б. Упрочнение толстостенных цилиндров путем автофретажа. // Инженер. – 2002. №3. – С. 163 – 164.
 14. Годунов С. К, Забродин А. В., Иванов М. Я. Численное решение многомерных задач газовой динамики. - М.: Наука, 1976. - 400 с.
 15. G.A. Interior ballistics of impulsive water jet // Paper C5, Proc. 6th International Symposium on Jet Cutting Technology. BHRA, Cranfield, Bedford, England. – 1982. - pp. 141-159.

пост. 09.03.06

Разработка математической модели для определения радиальных нагрузок при многослойной намотке резинотросового каната шахтной подъемной установки

Е.В. ПАНЧЕНКО

Национальный горный университет

Викладено результати розробки математичної моделі для визначення радіальних навантажень при багатошаровому намотуванні гумотросового каната шахтної підйомної установки. У представлений моделі на відміну від відомих моделей врахован вплив крайових ефектів при взаємодії стрічки з бобіною, відсутність подовжнього стиску стрічки при намотуванні, наявність витків тертя.

The technique of definition the is intense-deformed condition of multilayered winding rubber rope of mine hoisting equipment. In the presented model unlike known models are considered influence of regional effects at interaction of a tape with the reel, absence of longitudinal compression of a tape at winding, presence of coils of friction.

Изложены результаты разработки математической модели для определения радиальных нагрузок при многослойной намотке резинотросового каната шахтной подъемной установки. В представленной модели в отличие от известных моделей учтены влияние краевых эффектов при взаимодействии ленты с бобиной, отсутствие продольного сжатия ленты при намотке, наличие витков трения.

Актуальность работы. В настоящее время возникла необходимость создания мощных подъемников на глубины свыше 1500 м. Специалисты НГУ, «Кривбасспроекта», НКМЗ предложили в качестве тягового органа резинотросовые ленты и канаты (РТЛ, РТК) с плотной упаковкой, которые при конечном грузе до 160 т позволяют обеспечить вертикальный подъем груза до 1700 м при ширине ленты 1,65 м. Л.В. Колосов и его последователи теоретически и практически обосновали создание бобинных подъемных установок с РТК и таких же установок со шкивами трения для вертикальных шахт, карьеров и морской добычи.

В бобинном подъеме присутствует многослойная намотка резинотросового каната – новый неизученный элемент подъемной установки с большой податливостью, обусловленной резиной лентой и состоящей из деформаций сдвига, скручивания и обжатия витков РТЛ. Появление такой податливости может привести к негативным явлениям в рабочих и аварийных режимах работы бобинного подъемника, а именно: разрушению каната, бобины или реборд от нагрузки, вызванной многослойной намоткой под рабочим натяжением каната в бобине, а также потере устойчивости троса в ленте, слоя самой ленты и всего тела намотки.

Состояние вопроса. Многослойная намотка широко используется при производстве композиционных материалов, химических волокон, бумаги, магнитной ленты, киноплёнки, в электро- и радиотехнике, текстильной промышленности и т.д. Однако существующие теории намотки нитки и изотропной ленты не могут быть применены к намотке резинотросового каната, поскольку влияют особенности его строения.

Прикладные теории многослойных анизотропных оболочек (работы С. А. Амбарцумяна, В. Л. Бидермана, К. З. Галимова, Э. И. Григолюка, Я. М. Григоренко, А. П. Прусакова и многих других) невозможны из-за специфики нагрузки и условий закрепления тела наматывания в отличие от типовых многослойных оболочек, например, баллонов шин.

Известны также подходы Ю.М. Тарнопольского и Б.С. Ковальского, недостатки которых в том, что многослойная намотка рассматривалась как одномерная задача без учета зависимости жесткостных характеристик слоев намотки от общего числа слоев и места расположения слоя в намотке. При этом допускалось сжатие троса.

Конструкция РТК имеет волокнистую структуру, состоящую из материалов существенно различных физико-механических свойств, что затрудняет создание математической модели тела намотки.

Цель работы – определение напряженно-деформированного состояния многослойной намотки резинотросового каната шахтной подъемной установки.

Для исследования напряженно-деформированного состояния многослойной намотки резинотросовой ленты применим подход, аналогичный работам

Ю.М. Тарнопольского и Б.С. Ковальского [1, 2], который заключается в последовательном надевании замкнутых предварительно растянутых колец.

Постановка задачи. Определим значение натяжения $T_{i,j}$ и давления $Q_{i,j}$ в теле намотки от таких параметров:

- коэффициента стесненности $f_{i,j}$ (учитывает краевой эффект при контакте резинотросовой ленты с поверхностью органа намотки);
- количества витков трения i_{mp} ;
- соотношения D/d ;
- закона изменения нагрузок χ_j ;
- общего количества витков N ;
- коэффициента анизотропии ϖ (характеризуется отношением модулей упругости в направлении намотки E_0 и в радиальном направлении E_r [2]). Для существующих резинотросовых лент указанный коэффициент находится в диапазоне $58 \leq \varpi \leq 65$.

Принятые допущения:

- ♦ бобинная намотка ленты представлена в виде последовательно надевания друг на друга колец конечной толщины;
- ♦ натяжение троса не изменяется в пределах слоя ленты;
- ♦ между тросами смежных участков слоев ленты радиальное давление в резине постоянно;
- ♦ при надевании колец значения перемещений и напряжений суммируются.

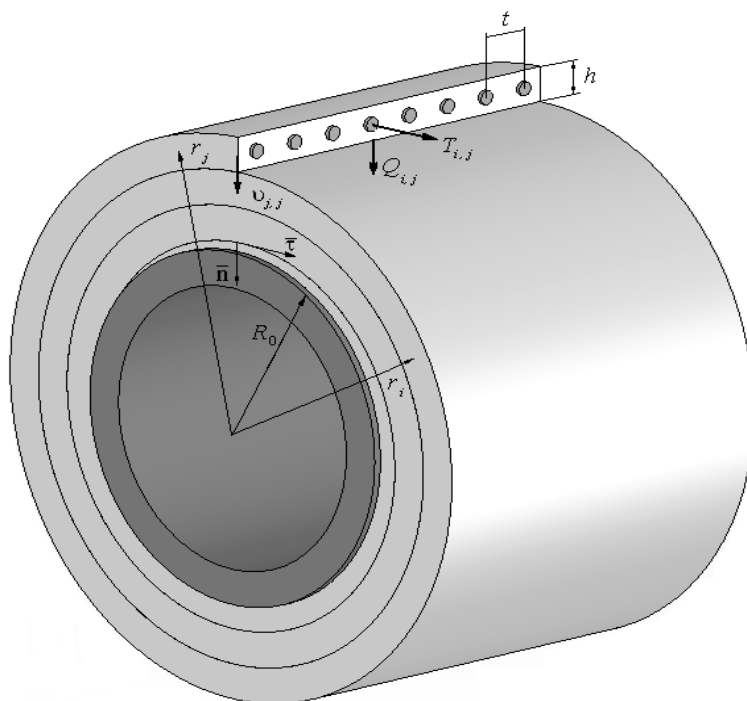


Рис. 1. Модель многослойной намотки резинотросового каната

В исследованиях использован закон Гука для натяжения троса

$$T_{i,j} = B_{mp} \cdot E_{pez} \cdot h \cdot t \cdot m \cdot \frac{u_{i,j} + U_i}{r_i}, \tag{1}$$

где r_i – радиус средней линии i -го слоя; U_i – первоначальное перемещение i -го слоя; E_{pez} – модуль упругости резины; B_{mp} – коэффициент продольной жесткости слоя пакета РТЛ; m – общее количество тросов; h – толщина ленты; t – шаг тросов в ленте; $u_{i,j}$ – перемещение i -го слоя во время наматывания j -го слоя.

В связи с высокой податливостью тела намотки в поперечном направлении с каждым последующим витком под действием усилия натяжения лежащие ниже слои в радиальном направлении деформируются. Радиальное давление на двух смежных полуслоях постоянное. Так, при надевании первого кольца на жесткую оправку давление внешней границы кольца равно нулю, а внутренней границы кольца и оправки – по закону Гука:

$$q_{1,j} = -\frac{u_{1,j} \cdot B_{i,j} \cdot E_{pez}}{0,5 \cdot h}, \quad (2)$$

где $B_{i,j} = B_n \cdot f_{i,j}$ – коэффициент поперечной жесткости слоя пакета РТЛ [3, 4]; B_n – коэффициент поперечной жесткости пакета, учитывающий только геометрию конструкции и физико-механические свойства компонентов; $f_{i,j}$ – коэффициенты стесненности слоя РТЛ в поперечном направлении, который учитывает краевой эффект при контакте РТЛ с поверхностью органа намотки (коэффициент увеличения радиальной жесткости i -го витка при намотке j -го витка) [3, 4].

Для всего тела намотки закон Гука имеет вид

$$q_{i,j} = B_{i,j} \cdot E_{pez} \cdot \frac{u_{i-1,j} - u_{i,j}}{h}. \quad (3)$$

Запишем уравнение равновесия для тела намотки:

$$\frac{T_{j,j}}{m \cdot t} = q_{j,j} \cdot r_{j-0,5} \quad \text{при } i = j; \quad (4)$$

$$\frac{T_{i,j}}{m \cdot t} = q_{i,j} \cdot r_{i-0,5} - q_{i+1,j} \cdot r_{i+0,5} \quad \text{при } i = 1, \dots, j-1.$$

Перейдем к безразмерным приведенным величинам:

$$\rho_i = \frac{r_i}{R_0} \quad \text{– радиус средней линии } i\text{-го слоя,}$$

где R_0 – радиус барабана;

$$D_\delta = \frac{2 \cdot R_0}{d} \quad \text{– диаметр обечайки;}$$

$$\delta = \frac{h}{R_0} \quad \text{– толщина слоя;}$$

$$\tau_{i,j} = \frac{T_{i,j}}{m \cdot T_0} \quad \text{– натяжение троса;}$$

$$\theta_{i,j} = \frac{q_{i,j} \cdot t \cdot R_0}{T_0} \quad \text{– давление на } i\text{-й слой от намотки } j\text{-го;}$$

$$v_{i,j} = \frac{u_{i,j} \cdot B_n \cdot E_{pez} \cdot R_0 \cdot t}{T_0 \cdot h} \quad \text{– перемещение } i\text{-го слоя;}$$

Обозначим: $\xi = \pi^2 \cdot \delta^2$ – объединяет в себе понятия тонкостенности и конструктивной анизотропии.

Тогда основные уравнения (1–4) примут вид:

- закон Гука в продольном направлении

$$\tau_{j,j} = \chi_j, \quad \tau_{i,j} = \xi \cdot \frac{v_{i,j} + \Pi_i}{\rho_i}, \quad (5)$$

где χ_j – коэффициент уменьшения натяжения;

Π_i – приведенное первоначальное перемещение i -го слоя;

- закон Гука в радиальном направлении

$$\theta_{1,j} = -2 \cdot f_{1,j} \cdot v_{1,j}, \quad \theta_{i,j} = f_{i,j} \cdot (v_{i-1,j} - v_{i,j}); \quad (6)$$

- уравнение равновесия

$$\tau_{i,j} = \theta_{i,j} \cdot \rho_{i-0,5} - \theta_{i+1,j} \cdot \rho_{i+0,5}, \quad \tau_{j,j} = \theta_{j,j} \cdot \rho_{j-0,5}. \quad (7)$$

Рассмотрим основные формулы для надевания первых четырех колец:

Первое кольцо

По закону Гука в продольном направлении выполняется соотношение $\tau_{1,1} = \chi_1$.

Из условия равновесия следует: $\theta_{1,1} = \frac{\chi_1}{\rho_{1-0,5}}$.

Из закона Гука в радиальном направлении получим:

$$v_{1,1} = \frac{-\theta_{1,1}}{2 \cdot f_{1,1}}.$$

Из закона Гука в продольном направлении видно: $\Pi_1 = \frac{\tau_{1,1} \cdot \rho_1}{\xi} - v_{1,1}$.

Второе кольцо

По закону Гука в продольном направлении выполняются соотношения:

$$\tau_{2,2} = \chi_2, \quad \tau_{1,2} = \xi \cdot \frac{v_{1,1} + \Pi_1}{\rho_1}.$$

Из уравнения равновесия следует:

$$\tau_{1,2} = \theta_{1,2} \cdot \rho_{1-0,5} - \theta_{2,2} \cdot \rho_{1+0,5}, \quad \theta_{2,2} = \frac{\chi_2}{\rho_{2-0,5}}.$$

По закону Гука в радиальном направлении приведенное давление второго кольца на первое $\theta_{1,2} = -2 \cdot f_{1,2} \cdot v_{1,2}$.

Запишем уравнение равновесия:

$$\frac{\xi \cdot (v_{1,2} + \Pi_1)}{\rho_1} = -2 \cdot f_{1,2} \cdot v_{1,2} \cdot \rho_{1-0,5} - \theta_{2,2} \cdot \rho_{1+0,5}.$$

Приведенное перемещение второго кольца

$$v_{2,2} = v_{1,2} - \frac{\theta_{2,2}}{f_{2,2}}, \quad v_{1,2} = -\frac{\theta_{2,2} \cdot \rho_{1+0,5} + \Pi_1 \cdot \frac{\xi}{\rho_1}}{2 \cdot \xi \cdot f_{1,2} \cdot \rho_{1-0,5} + \frac{\xi}{\rho_1}}.$$

Приведенное первоначальное перемещение второго кольца $\Pi_2 = \frac{\tau_{2,2} \cdot \rho_2}{\xi} - v_{2,2}$.

Третье кольцо

По закону Гука в продольном направлении выполняются соотношения:

$$\tau_{3,3} = \chi_3, \quad \tau_{1,3} = \xi \cdot \frac{v_{1,3} + \Pi_1}{\rho_1}, \quad \tau_{2,3} = \xi \cdot \frac{v_{2,3} + \Pi_2}{\rho_2}.$$

Из уравнения равновесия следует:

$$\tau_{1,3} = \theta_{1,3} \cdot \rho_{1-0,5} - \theta_{2,3} \cdot \rho_{1+0,5},$$

$$\tau_{2,3} = \theta_{2,3} \cdot \rho_{2-0,5} - \theta_{3,3} \cdot \rho_{2+0,5}, \quad \theta_{3,3} = \frac{\chi_3}{\rho_{3-0,5}}.$$

По закону Гука в радиальном направлении:

$$\theta_{1,3} = -2 \cdot f_{1,3} \cdot v_{1,3}, \quad \theta_{2,3} = f_{2,3} \cdot (v_{1,3} - v_{2,3}).$$

Запишем уравнение равновесия для тела намотки, состоящего из трех колец:

$$\begin{cases} -2 \cdot f_{1,3} \cdot v_{1,3} \cdot \rho_{1-0,5} - f_{2,3} \cdot (v_{1,3} - v_{2,3}) \cdot \rho_{1+0,5} = \frac{\xi \cdot (v_{1,3} + \Pi_1)}{\rho_1}; \\ f_{2,3} \cdot (v_{1,3} - v_{2,3}) \cdot \rho_{2-0,5} - \theta_{3,3} \cdot \rho_{3-0,5} = \frac{\xi \cdot (v_{2,3} + \Pi_2)}{\rho_2}. \end{cases}$$

Преобразуем эту систему уравнений к стандартному виду:

$$[A] \cdot \{v\} = \{B\}. \quad (8)$$

Здесь A – матрица жесткости; B – вектор нагрузки.

$$A = \begin{vmatrix} 2 \cdot f_{1,3} \cdot \rho_{1-0,5} + f_{2,3} \cdot \rho_{1+0,5} + \frac{\xi}{\rho_1} & -f_{2,3} \cdot \rho_{1+0,5} \\ -f_{2,3} \cdot \rho_{1+0,5} & f_{2,3} \cdot \rho_{1+0,5} + \frac{\xi}{\rho_2} \end{vmatrix};$$

$$B = \begin{vmatrix} -\Pi_1 \cdot \frac{\xi}{\rho_1} \\ -\Pi_2 \cdot \frac{\xi}{\rho_2} - \theta_{3,3} \cdot \rho_{3-0,5} \end{vmatrix}.$$

Используя метод исключения Гаусса, получим решение системы уравнений (8) с тремя знаками точности. Тогда приведенное перемещение

$$v_{3,3} = v_{2,3} - \frac{\theta_{3,3}}{f_{3,3}}.$$

Приведенное первоначальное перемещение третьего

$$\text{кольца: } \Pi_3 = \frac{\tau_{3,3} \cdot \rho_3}{\xi} - v_{3,3}.$$

Четвертое кольцо

По закону Гука в продольном направлении выполняются соотношения:

$$\tau_{4,4} = \chi_4, \quad \tau_{1,4} = \xi \cdot \frac{v_{1,4} + \Pi_1}{\rho_1},$$

$$\tau_{2,4} = \xi \cdot \frac{v_{2,4} + \Pi_2}{\rho_2}, \quad \tau_{3,4} = \xi \cdot \frac{v_{3,4} + \Pi_3}{\rho_3}.$$

Из уравнения равновесия следует:

$$\tau_{1,4} = \theta_{1,4} \cdot \rho_{1-0,5} - \theta_{2,4} \cdot \rho_{1+0,5},$$

$$\tau_{2,4} = \theta_{2,4} \cdot \rho_{2-0,5} - \theta_{3,4} \cdot \rho_{2+0,5},$$

$$\tau_{3,4} = \theta_{3,4} \cdot \rho_{3-0,5} - \theta_{4,4} \cdot \rho_{3+0,5}, \quad \theta_{4,4} = \frac{\chi_4}{\rho_{4-0,5}}.$$

По закону Гука в радиальном направлении:

$$\theta_{1,4} = -2 \cdot f_{1,4} \cdot v_{1,4}, \quad \theta_{2,4} = f_{2,4} \cdot (v_{1,4} - v_{2,4}),$$

$$\theta_{3,4} = f_{3,4} \cdot (v_{2,4} - v_{3,4}).$$

Запишем уравнение равновесия для тела намотки, состоящего из четырех колец:

$$\begin{cases} -2 f_{1,4} \cdot v_{1,4} \cdot \rho_{1-0,5} - f_{2,4} \cdot (v_{1,4} - v_{2,4}) \cdot \rho_{1+0,5} = \frac{\xi \cdot (v_{1,4} + \Pi_1)}{\rho_1}; \\ f_{2,4} \cdot (v_{1,4} - v_{2,4}) \cdot \rho_{2-0,5} - f_{3,4} \cdot (v_{2,4} - v_{3,4}) \cdot \rho_{2+0,5} = \frac{\xi \cdot (v_{2,4} + \Pi_2)}{\rho_2}; \\ f_{3,4} \cdot (v_{2,4} - v_{3,4}) \cdot \rho_{3-0,5} - \theta_{4,4} \cdot \rho_{4-0,5} = \frac{\xi \cdot (v_{3,4} + \Pi_3)}{\rho_3}. \end{cases}$$

Преобразуем полученную систему уравнений к стандартному виду (8) где:

$$A_{1,1} = 2 f_{1,4} \rho_{1-0,5} + f_{2,4} \rho_{1+0,5} + \frac{\xi}{\rho_1}, \quad A_{1,2} = -f_{2,4} \cdot \rho_{1+0,5},$$

$$A_{1,3} = 0, \quad A_{2,1} = -f_{2,4} \cdot \rho_{1+0,5},$$

$$A_{2,2} = f_{2,4} \rho_{2-0,5} + f_{3,4} \rho_{2+0,5} + \frac{\xi}{\rho_2}, \quad A_{2,3} = -f_{3,4} \cdot \rho_{2+0,5},$$

$$A_{3,1} = 0, \quad A_{3,2} = -f_{3,4} \cdot \rho_{2+0,5}, \quad A_{3,3} = f_{3,4} \rho_{3-0,5} + \frac{\xi}{\rho_3},$$

$$B = \begin{vmatrix} -\Pi_1 \cdot \frac{\xi}{\rho_1} \\ -\Pi_2 \cdot \frac{\xi}{\rho_2} \\ -\Pi_3 \cdot \frac{\xi}{\rho_3} - \theta_{4,4} \cdot \rho_{4-0,5} \end{vmatrix}.$$

По методу исключения Гаусса, получим решение системы уравнений равновесия с тремя знаками точности, а приведенное перемещение:

$$v_{4,4} = v_{3,4} - \frac{\theta_{4,4}}{f_{4,4}}.$$

Приведенное первоначальное перемещение четвертого

$$\text{кольца: } \Pi_4 = \frac{\tau_{4,4} \cdot \rho_4}{\xi} - v_{4,4}.$$

При сравнении формул третьего и четвертого колец видно, что система уравнений стала регулярной. Из этого следует, что можно записать формулы в общем виде, начиная с третьего кольца.

Приведенные натяжение и давление, действующие на последний виток:

$$\tau_j = \chi_j, \quad \theta_j = \frac{\chi_j}{\rho_{j-0,5}}. \quad (9)$$

Матрица жесткости и вектор нагрузки

$$A_{i,1} = 2 \cdot f_{1,j} \cdot \rho_{1-0,5} + f_{2,j} \cdot \rho_{1+0,5} + \frac{\xi}{\rho_1};$$

при $i = 2 \dots j-2$

$$A_{i,i} = f_{i,j} \cdot \rho_{i-0,5} + f_{i+1,j} \cdot \rho_{i+0,5} + \frac{\xi}{\rho_i};$$

$$A_{j-1,j-1} = f_{j-1,j} \cdot \rho_{j-1-0,5} + \frac{\xi}{\rho_{j-1}}; \quad (10)$$

при $i = 1 \dots j-2$

$$A_{i,i+1} = -f_{i+1,j} \cdot \rho_{i+0,5}, \quad A_{i+1,i} = -f_{i+1,j} \cdot \rho_{i+0,5};$$

$$B_i = -\Pi_i \cdot \frac{\xi}{\rho_i}; \quad B_{j-1} = -\Pi_{j-1} \cdot \frac{\xi}{\rho_{j-1}} - \theta_{j,j} \cdot \rho_{j-0,5}.$$

