

Деформация границ области устойчивости лопастного нагнетателя с распределенными параметрами при проявлении феноменологического запаздывания

В.В. ГОЦУЛЕНКО, В.Н. ГОЦУЛЕНКО

Институт предпринимательства “Стратегия”
Днепропетровский государственный технический университет

Определен характер изменения границы области устойчивой работы лопастного насоса при проявлении феноменологического запаздывания.

Визначено характер зміни границі області стійкої роботи лопатевого насоса при прояві феноменологічного запізнювання.

The change of border of area of steady work of the paddle pump with phenomenological delay is found.

Введение. Системы с распределенными параметрами в практике встречаются довольно часто. Только в доменном производстве металлургии такими системами являются вертикальная камера горения воздухонагревателя (каупера) и ее аналог труба Рийке, система дутья, включающая компрессор или воздуходувку, а также дымовая труба. Приведенные системы являются потенциально неустойчивыми [1] и в связи с чем, при определенных условиях в них возникают автоколебания. При возбуждении помпажа компрессора создаются различные аварийные ситуации [2], а с повышением тепловой нагрузки амплитуды вибрационного горения [3] возрастают и становятся разрушительными [4] для конструкции.

В настоящее время теория продольных колебаний (помпажа) лопастных нагнетателей является созданной [2], поперечная форма колебаний – вращающийся срыв в стадии её построения. Теоретические описания термоакустических колебаний, даже в простейшем устройстве, которым является труба Рийке, редко совпадают с экспериментальными, и то лишь в качественном соотношении [5].

Объединив силы, действующие в колебательном контуре трубы Рийке, была введена ее напорная характеристика теплоподвода как зависимость от расхода давления равнодействующей этих сил [6], а затем таким же образом получена напорная характеристика теплоподвода при вибрационном горении [7]. Система уравнений нестационарного движения при теплоподводе формально свелась к уравнениям теории помпажа.

Общность процессов преобразования энергии, обуславливающих нестационарные явления помпажа и вибрационного горения. При работе лопастного насоса механическая энергия вращения преобразуется в напор, а за счет потерь возникающих из-за гидросопротивлений во внутреннюю энергию, которая при работе компрессора увеличивается вследствие повышения параметров от сжатия потока. В процессе подвода теплоты в трубе Рийке от электроспирали или поющего пламени, а также при сгорании топлива в камерах горения, согласно первого закона термодинамики, подведенная теплота преобразуется во внутреннюю энергию и составляющие напора потока.

Таким образом, при преобразовании теплоты или другой формы энергии, подводимой к потоку, наблюдаются изменения напора потока, которые имеют место

также при его рассеивании на гидросопротивлениях и превращении во внутреннюю энергию.

Характер изменения напора по расходу в таких случаях представляется напорной характеристикой, которая в соответствии с [2,7] определяет нестационарный режим, обусловленным изменением напора потока. Таким образом, в [7] дано обоснование общего алгоритма решения нестационарных движений, который позволяет решать задачи проблемы вибрационного горения [3,8] в целом, а также автоколебаний напорного движения.

Граница области устойчивости лопастного насоса в системе с распределенными параметрами и её изменение при действии феноменологического запаздывания. Зависимости, определяющие границу области устойчивости систем с распределенными параметрами, являются чрезвычайно громоздкими [9]. Значительные осложнения при их построении оказывают распределенные гидравлические потери в колебательном контуре, а также распределенный по длине канала подвод напора или теплоты. При их отсутствии граница области устойчивости систем с сосредоточенными и распределенными параметрами описываются одними и теми же уравнениями [10].

Движение невязких жидкостей в гидросистеме и газов в пневмосистеме формально описывается одними и теми же законами механики [7], которые имеют вид: –уравнение сохранения энергии:

$$dq = \left(\frac{dp}{\rho} \right) + \frac{dv^2}{2} + du \quad (1)$$

– уравнение сохранения массы:

$$\frac{dm}{dt} = - \iint_{\partial \Omega} \bar{\rho} \bar{v} \cdot \bar{n} d\sigma \quad (2)$$

– уравнение баланса импульса массы:

$$\frac{d}{dt} \left[\iiint_{\Omega_m} \bar{\rho} \bar{v} d\omega \right] = \iiint_{\Omega_m} \bar{\rho} \bar{g} d\omega - \iint_{\partial \Omega_m} \bar{\rho} \bar{n} d\sigma + \iint_{\partial \Omega_m} \bar{\tau} \cdot \bar{n} d\sigma \quad (3)$$

Система уравнений (1) – (3) для жидкости дополняется уравнением закона Гука

$$\frac{dp}{\rho} = c_o^2, \quad (4)$$

где $c_o^2 = \frac{k}{\rho}$, c_o - скорость звука в жидкости, k - модуль её упругости, ρ - плотность, а для газов дополнительным является уравнение политропного процесса, Ω - произвольный объем, неподвижный относительно выбранной инерциальной системы координат, Ω_m - "подвижный" объем составленный из частиц жидкости, соответствующий произвольной постоянной массе m :

$$\int_{\Omega_m} \rho d\omega = m = const, \quad \bar{\tau} - \text{тензор напряжения трения.}$$

Заменив уравнение (1) напорной характеристикой насоса $H(Q)$, совместно с которой уравнения (2) – (4) описывают движение в гидросистеме с центробежным насосом (рис. 1), и сводятся к системе:

$$\begin{cases} C_\ell \frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\partial Q}{\partial x}, \\ L_\ell \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial x}, \end{cases} \quad (5)$$

где $L_\ell = \frac{\rho}{S}$, $C_\ell = \frac{S}{\rho c_o^2}$ – распределённые по длине трубопровода поперечного сечения S акустические масса и гибкость [9], p и Q отклонение избыточного давления и расхода от стационарных величин обозначенных (*).

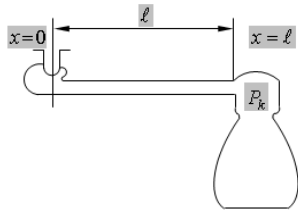


Рис. 1. Схема распределенной гидросистемы, включающей емкость, обладающую свойством запаздывающего звена.

Граничными условиями системы (рис. 1) являются: при $x = 0$ $p(0, t) = F(Q)$, или в отклонениях

$$p(0, t) = F'Q, \quad (6)$$

где $F(Q) = \rho g H(Q)$ – напорная характеристика насоса, при $x = \ell$ уравнение камеры сгорания [11]

$$C_a \frac{dp_k}{dt} = Q(t - \tau) - \varphi_1(p_k),$$

или в отклонениях:

$$C_a \frac{dp}{dt} = Q(t - \tau) - \varphi'_1(p), \quad (7)$$

где Q – отклонение расхода от стационарного значения,

$$F' = \left. \frac{dF}{dQ} \right|_{Q^*}, \quad \varphi'_1 = \left. \frac{d\varphi_1}{dp_k} \right|_{p_k^*}, \quad \varphi_1 - \text{обращение функции,}$$

$$e^{2\gamma\ell} = \left(\frac{Z + F'}{Z - F'} \right) \left[\frac{K_\delta^2 + K_\omega^2 - e^{-2\delta c_o \tau} + i 2e^{-\delta c_o \tau} (K_\omega + \omega \tau K_\delta)}{(K_\delta + e^{-\delta c_o \tau})^2 + (K_\omega - \omega \tau e^{-\delta c_o \tau})^2} \right] \quad (11)$$

которая составляет характеристику системы, присоединенной к колебательному контуру, и определяется формулой $Q_{обх} = \varphi_1(p)$, C_a – акустическая гибкость камеры сгорания.

Решение системы уравнений (5) ищем в виде

$$\begin{aligned} p(x, t) &= Z(Ae^{-\gamma x} - Be^{\gamma x})e^{qt}, \\ Q(x, t) &= (Ae^{-\gamma x} + Be^{\gamma x})e^{qt}, \end{aligned}$$

где $Z = \frac{\rho \cdot c_o}{S}$ – волновое сопротивление трубопровода;

$q = \delta c_o + i\omega$; $\gamma = \delta + ik$; $k = \frac{\omega}{c_o}$; ω – круговая частота; A и B – произвольные постоянные.

Воспользовавшись граничными условиями, исключим произвольные постоянные A и B .

При $x = 0$ имеем:

$$Z(A - B) = F'(A + B) \quad (8)$$

При $x = \ell$:

$$C_a q Z (Ae^{-\gamma \ell} - Be^{\gamma \ell}) + \varphi'_1 Z (Ae^{-\gamma \ell} - Be^{\gamma \ell}) = (Ae^{-\gamma \ell} + Be^{\gamma \ell}) e^{-q\tau}$$

Исключив из системы уравнений (8) произвольные постоянные, получим:

$$\frac{(C_a q Z + \varphi'_1 Z - e^{-q\tau}) \left(\frac{Z + F'}{Z - F'} \right)}{C_a q Z + \varphi'_1 Z + e^{-q\tau}} = e^{2\gamma \ell}, \quad (9)$$

где

$$\varphi'_1 = \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{R_2 + iX_2}$$

R_2 и X_2 – активная и реактивная составляющие интенсивностей импеданса камеры горения.

Уравнение (9) преобразуем к такому виду

$$\begin{aligned} e^{2\gamma \ell} &= \frac{\left(\frac{Z + F'}{Z - F'} \right) (K_\delta^2 + K_\omega^2 - e^{-2\delta c_o \tau})}{(K_\delta + e^{-\delta c_o \tau} \cos \omega \tau)^2 + (K_\omega - e^{-\delta c_o \tau} \sin \omega \tau)^2} + \\ &+ i \frac{2 \left(\frac{Z + F'}{Z - F'} \right) (K_\omega e^{-\delta c_o \tau} \cos \omega \tau + K_\delta e^{-\delta c_o \tau} \sin \omega \tau)}{(K_\delta + e^{-\delta c_o \tau} \cos \omega \tau)^2 + (K_\omega - e^{-\delta c_o \tau} \sin \omega \tau)^2} \quad (10) \end{aligned}$$

Для низкочастотных колебаний и малых значений времени запаздывания τ , когда $\sin \omega \tau = \omega \tau$, $\cos \omega \tau = 1$ уравнение (10) может быть записано так

Комплексное уравнение (11) распадается на два вещественных уравнения (12), (14):

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\omega \ell}{c_o} - 2 \operatorname{ctg} \frac{\omega \ell}{c_o} - 1 = 0, \quad (12)$$

$$e = \frac{e^{2\delta c_o \tau} - K_\delta^2 - K_\omega^2}{2(K_\omega + \omega \tau K_\delta) e^{\delta c_o \tau}}, \quad (13)$$

$$e^{4\delta \ell} = \left(\frac{Z + F'}{Z - F'} \right)^2 \left[\frac{K_\delta^2 + K_\omega^2 - e^{-2\delta c_o \tau} + 4(K_\omega + \omega \tau K_\delta)^2 e^{-2\delta c_o \tau}}{\left\{ (K_\delta + e^{-\delta c_o \tau})^2 + (K_\omega - e^{-\delta c_o \tau} \omega \tau)^2 \right\}^2} \right] \quad (14)$$

Если в системе отсутствуют сосредоточенные упругости, т.е. она является только распределенной, и на выходе нагружена только на активное сопротивление, то $X_2 = 0$, $C_a = 0$ и коэффициент $K_\omega = 0$.

Полагая декремент $\delta = 0$ в уравнении (14) найдем уравнение границы области устойчивости:

$$\left(\frac{Z + F'}{Z - F'} \right)^2 = \frac{\left\{ (K_\delta + 1)^2 + \omega^2 \tau^2 \right\}^2}{(K_\delta^2 - 1)^2 + 4\omega^2 \tau^2 K_\delta^2} \quad (15)$$

Пренебрегая величиной $4\omega^2 \tau^2 K_\delta^2$ в виду ее малости в уравнении (15) получим:

$$\left(\frac{Z + F'}{Z - F'} \right)^2 = \frac{\left\{ (K_\delta + 1)^2 + \omega^2 \tau^2 \right\}^2}{(K_\delta^2 - 1)^2} \quad (16)$$

Уравнение (16) эквивалентно следующему уравнению:

$$\left| \frac{Z + F'}{Z - F'} \right| = \frac{\left| (K_\delta + 1)^2 + \omega^2 \tau^2 \right|}{|K_\delta^2 - 1|} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{Z + F'}{Z - F'} = \frac{(K_\delta + 1)^2 + \omega^2 \tau^2}{K_\delta^2 - 1} \\ \frac{Z + F'}{Z - F'} = -\frac{(K_\delta + 1)^2 + \omega^2 \tau^2}{K_\delta^2 - 1} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} F' = \frac{K_\delta + 1 + \frac{\omega^2 \tau^2}{2}}{K_\delta(K_\delta + 1) + \frac{\omega^2 \tau^2}{2}} \cdot Z \\ F' = \frac{K_\delta(K_\delta + 1) + \frac{\omega^2 \tau^2}{2}}{K_\delta + 1 + \frac{\omega^2 \tau^2}{2}} \cdot Z \end{cases} \quad (17)$$

Совместное решение уравнения (12) с первым уравнением (17) определяет границу статической устойчивости, а со вторым уравнением (17) – динамической устойчивости, построение которых изображено на рисунке 2.

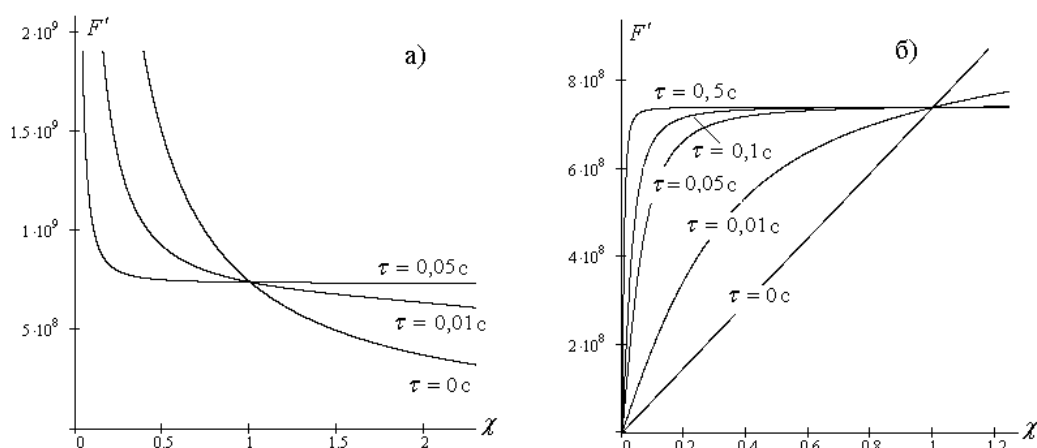


Рис. 2. Граница области устойчивости гидросистемы с распределенными параметрами, включающей лопастной насос, для ряда значений τ при волновом сопротивлении $Z = 7,39 \cdot 10^8 \frac{\text{Па}}{\text{м}^3/\text{с}}$: а) динамической устойчивости;

б) статической устойчивости, в которых $\chi = \frac{R_2}{Z}$, $\ell = 4 \text{ м}$, $c_o = 1450 \text{ м/с}$.

Выводы

Граница области устойчивости не зависит от величины запаздывания τ только при $\chi = 1$, т.е. когда волновое сопротивление колебательного контура Z равно интенсивности потерь R_2 на выходе из системы.

С понижением величины χ , когда $\chi < 1$ граница области динамической устойчивости с увеличением запаздывания τ сужается, а статической – расширяется. При $\chi > 1$, наоборот, граница области динамической устойчивости с ростом величины τ расширяется, а статической – сужается.

Учет потерь в колебательном контуре распределенной системы при $\tau = 0$, на характер границы области устойчивости не влияет [9].

ЛИТЕРАТУРА

1. Боднер В.А. Об автоматической стабилизации потенциально неустойчивых систем. Изв. АН СССР, ОТН, 1958, № 3 С. 145-148.
2. Казакевич В.В. Автоколебания (помпаж) в компрессорах. – М.: Машиностроение, 1974, 264 с.
3. Раушенбах Б.В. Вибрационное горение. М.: Физматгиз, 1961, 500 с.
4. Зукер. Д., Глас П., Бенекс Г. Пульсация давления в воздухонагревателях // Черные металлы (перевод с нем.). 1980.- № 22. – С. 20-26.
5. Беляев Н.М., Белик Н.П., Польшин А.В. Термоакустические колебания газожидкостных потоков в сложных трубопроводах энергетических установок. К. –Д., Высшая школа, 1985, 160 с.
6. Гоцуленко В.В. Математическая модель трубы Рийке и условия ее звучания // Математическое моделирование. - 2000, № 5, С. 39-41.
7. Гоцуленко В.В., Павленко А.М., Басок Б.И. Управление автоколебаниями при вибрационном горении // НАНУ Промышленная теплотехника, 2005, т. 27, № 1, С. 9-13.
8. Зельдович Я.Б., Баренблатт Г.И., Либрович В.Б., Махвиладзе Г.М. Математическая теория горения и взрыва. -М.: Наука, 1980, 472 с.
9. Гоцуленко В.В. Об устойчивости потока в трубе Рийке как динамической системе с распределенными параметрами // Математическое моделирование. - 2001. - № 2(7). - С. 90-92.
10. Гоцуленко В.В., Гоцуленко В.Н. К вопросу об устойчивости лопастного компрессора в системе с распределенными параметрами // Системные технологии. - 2002. - № 1'(18). - С. 18-21.
11. Натанзон М.С. Неустойчивость горения. - М.: Машиностроение, 1986, 248 с.

пост. 15.11.05

Топологоэксергетический подход к моделированию физико-технологических систем (ФТС) осложненных химическими реакциями

В.Т. ТУЧИН, И.С. ДОЛГОПОЛОВ, Н.А. РОМЕНСКАЯ

Днепродзержинский государственный технический университет

На основе теоретико-множественного подхода выполнен эксергодинамический анализ ФТС осложненных химическими реакциями. Сформулированы энергетические аспекты топологоэксергетического метода описания ФТС. Выявлены эксергодинамические особенности химических реакций. Разработаны типовые топологоэксергетические структуры связи физико-технологических систем осложненных химическими реакциями. На конкретном примере химической реакции построена ее топологоэксергетическая структура связей.

На основі теоретико-множинного підходу виконано ексергодинамічний аналіз ФТС, які ускладнені хімічними реакціями. Сформульовано ексергетичні аспекти топологоексергетичного методу опису ФТС. Виявлено ексергодинамічні особливості хімічних реакцій. Розроблено типові топологоексергетичні структури зв'язку фізико-технологічних систем, що ускладнені хімічними реакціями. На конкретному прикладі хімічної реакції побудована її топологоексергетична структура зв'язку.

On the basis of the theoretical-plural approach it is executed exergycaldynamic analysis physical technological systems (FTS), which complicated by chemical reactions. Power aspects of FTS description method are formulated. Exergycaldynamic features of chemical reactions are revealed. Typical topologicalexergycal bond structures are developed for the physical technological systems that complicated chemical reactions. The topologicalexergycal bond structure of the concrete example chemical reaction is constructed.

Введение

Эффективное решение ряда задач энергосбережения путем разработки и совершенствования современных технологий и оборудования возможно осуществит при дальнейшем развитии теоретической базы и

инженерных методов анализа в этой области. Современным методом исследования и проектирования сложных технических объектов является системный анализ, одним из мощных средств которого есть топологический (диаграмм связи) метод описания физико-химических систем [1-5].

