

Рис. 1. Схема работы модуля общей задачи

Класс «Задача» представляет отдельную подзадачу (thread) 32-разрядной среды Windows, которая выполняется в рамках основной прикладной расчетной программы. Данный процесс происходит следующим образом: после того, как конечный пользователь программы дает команду начать расчет, выполняются методы класса, в которых инициализируются начальные значения или считываются ранее сохраненные, затем запускается подпрограмма выполнения подзадачи, которая выполняет главный расчетный цикл. Также имеются возможности полностью записывать текущее состояние счета на жесткий диск, протоколировать расчет, делать паузы и т. д. Т. е. выполняются действия, общие для любой 2-мерной задачи.

#### Программный модуль математической модели

Представляет собой программную реализацию математической модели.

В отличие от описанного выше модуля общей задачи, доступ к которому разработчику программы запрещен, здесь весь программный код пишет именно конечный разработчик. Поэтому этот модуль спроектирован таким образом, чтобы от составителя математической модели не требовались глубокие знания в области программирования, достаточно начального уровня владения языком Pascal или C. В рамках данного модуля не надо разрабатывать никаких процедур ввода-вывода или интерфейсных элементов. Но настоятельно рекомендуется ввод начальных условий организовать в виде отдельных подпрограмм. Кроме того, обязательно должна присутствовать подпрограмма, в которой выполняется шаг главного расчетного цикла. Также желательны подпрограммы, сохраняющие основные расчетные массивы на жестком диске.

#### Программный модуль сопряжения

Содержит функции, которые преобразуют переменные и массивы из модуля математической модели в

переменные функциональных классов модуля общей задачи.

Например, описывается функция вида

```
function _T(const Y,X: Integer): Float;
far;
begin
result:=Round(Model.T[Y,X]*Model.TX);
end; {function},
```

где **Model.T** – массив температур, **Model.TX** – коэффициент обезразмеривания из модуля мат. модели.

Затем, производится присваивание

```
Temperature := _T,
```

где **Temperature** – упоминавшаяся выше переменная из класса «Задача».

Подобным образом производится «наполнение» всех переменных функционального типа.

#### Интерфейсный модуль

Служит для пользовательского управления программой, ввода и вывода данных. Представляет собой основной системный процесс в окончательной программе. По команде пользователя начать новый расчет или продолжить существующий инициализируется объект «Задача» из модуля общей задачи. При этом запускается отдельный системный процесс, в котором и происходит счет. Поскольку два этих процесса выполняются одновременно, параллельно друг другу, то интерфейсная часть не вызывает замедления или остановки расчета в моменты вывода данных. Это же дает пользователю гибкий контроль над программой. В любой момент счет можно останавливать, начинать с другими начальными данными, продолжать сохраненные на внешнем носителе расчеты и т.д. Во время работы интерфейсная часть обращается только к переменным-функциям общей задачи. Например, если программе требуется вывести данные по температуре в точке расчетной сетки (10,10), то она обращается как к переменной **Temperature(10,10)**. Кроме удобства программирования такой подход увеличивает скорость работы программы и экономит оперативную память, так как не нужно создавать копии расчетных массивов при выводе информации.

Также имеется обширная графическая интерпретация данных (рис.2)

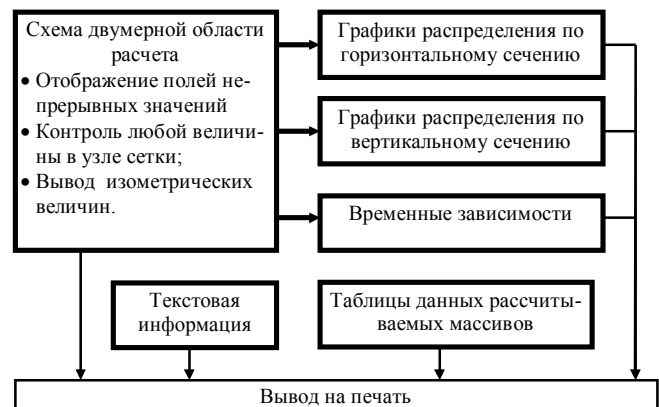


Рис. 2. Схема обработки результатов счета

### Работа с интерфейсом в общих чертах

Позволяет работать в 2-х режимах: расчета и просмотра. В режиме расчета можно начинать расчет новой задачи с выбором начальных значений, ставить процесс расчета на паузу, сохранять и в дальнейшем продолжать с любого места. В режиме просмотра можно просматривать как отдельные сохраненные файлы со счетом, так и их непрерывные последовательности, т.н. журнал счета. При этом можно получить представление о развитии процесса во времени. Переключение между режимами счета и просмотра производится соответствующими пунктами меню **Счет** или кнопками на панели задач.

Пользователь может получать информацию следующими способами:

- С помощью визуализации схематической области, в которой проходит расчет;
- С помощью графиков температуры, доли твердой фазы, компонент скорости и т.п. на каком-либо горизонтальном или вертикальном срезе;
- С помощью текстового просмотра расчетных массивов температуры, доли твердой фазы и т.п.;
- С помощью просмотра значений избранных величин, таких как, объем усадочной раковины.

Любое из окон с информацией можно вывести на печать.

Во время работы в строке состояния отображаются время счета, процент выполнения и текущие подсказки:

### Начало нового расчёта

Пункт меню **Счет** -> **Новый** или соответствующий значок на панели инструментов запускают процесс расчета. При этом появляется диалоговое окно с предложением начальных условий задачи. Необходимо установить нужные параметры и нажать **[Ok]**. В процессе расчета в информационной панели в нижней части экрана отображается время счета.

### Приостановка, сохранение и продолжение расчета

Пункт меню **Счет** -> **Пауза** приостанавливает процесс расчета. Повторное нажатие возобновляет. Пункт **Счет** -> **Сохранить** открывает диалоговое окно записи текущего состояния счета в файл. **Счет** -> **Загрузить** считывает из выбранного файла сохраненное состояние счета и продолжает расчет. Кроме того, через каждый указанный в настройках программы интервал времени происходит автоматическое сохранение, а при завершении программы требуется дополнительное подтверждение сохранения расчета.

### Запись журнала расчета

Под журналом счета подразумевается набор сохраненных файлов счета в какой-либо определенной папке. Файлы сохраняются последовательно через определенный интервал времени и отличаются возрастанием порядкового номера в имени файла (например, *Sifon000.sifon*, *Sifon001.sifon*, *Sifon002.sifon* и т.д.). В настройках программы указывается папка и интервал времени в минутах, через который будут записываться файлы журнала.

### Просмотр насчитанных вариантов с помощью журналов расчета

Необходимо переключиться в режим просмотра и открыть первый файл счета в папке с журналом. С помощью раздела меню **Счет** или соответствующей области панели инструментов (в виде кнопок проигрывателя) можно переходить на любой файл счета из доступной последовательности. При этом автоматически обновляются все открытые информационные окна (например, с графиками). Если выбрать режим непрерывного воспроизведения счета, то можно просмотреть процесс в развитии во времени.

### Работа с областью модели

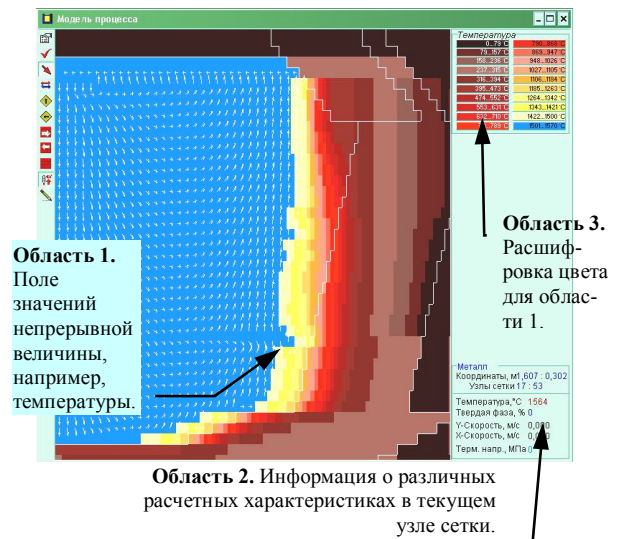


Рис. 3. Схема расчетной области

Схему (рис. 3) условно можно разделить на три информационные области. Первая область представляет собой цветовую схему распределения какой-нибудь непрерывной величины, например, температуры. Каждому определенному интервалу этой величины соответствует свой цвет. Кроме того, на эту область можно накладывать различные векторные характеристики, в частности на рис. изображены векторы скорости. Вторая область показывает соответствие цвета интервалу. Таким образом, бросив даже беглый взгляд, можно получить представление, например, о тепловой обстановке в металлическом слитке. Для более подробного представления информации служит третья область. При перемещении пользователем курсора мыши в первой области, в области 2 отображаются сообщения о той точке расчетной области, где находится курсор (например, координаты, температура, скорости и т.п.). Все параметры описанного отображения информации легко перенастраиваются под предпочтения конечного пользователя с помощью развитой системы контекстных меню.

С помощью контекстного меню в области 1 пользователь также можно получить графики горизонтального и вертикального распределения различных величин.

Существует также возможность детальной настройки вывода информации в обл. 3. С помощью кон-

текстного меню можно выбирать интервалы значений и соответствующие им цвета выводимых величин.

### Работа с графиками

Для того, чтобы получить график распределения на каком-либо горизонте, можно указать горизонт с помощью контекстного меню в области модели. Также можно выбрать из меню **Задача** или кнопки панели управления нужный пункт. При этом появится диалоговое окно, в котором надо указать требуемый горизонт или в узлах сетки, или в метрах.

Работа с окнами графиков не представляет особых трудностей. На приведенном рис.4 все довольно наглядно. Особенностью работы с графиками является то, что при движении курсора мышки в области окна в строке состояния отображаются сеточные координаты точки, на которую он указывает.

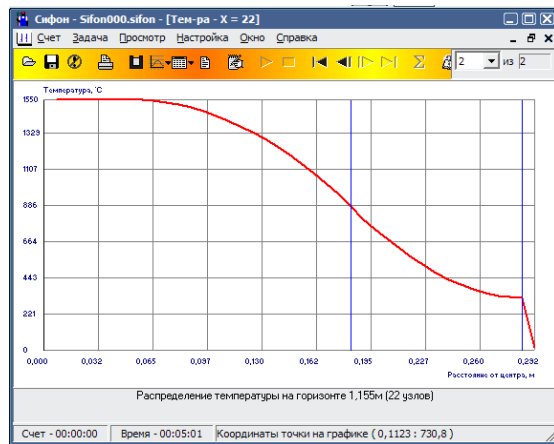


Рис. 4. Иллюстрация работы с графиками

### Использование программной системы при решении различных задач тепломассопереноса

Рассмотрим примеры использования рассматриваемой программной системы при расчетах нескольких задач тепломассопереноса.

#### ЗАТВЕРДЕВАНИЕ СЛИТКА С ВНУТРЕННИМ ХОЛОДИЛЬНИКОМ

Одним из методов воздействия на затвердевание слитка является тепловой с использованием внутренних холодильников. Ускорение затвердевания в той или иной части слитка при применении внутренних холодильников достигается введением в расплав некоторого количества твердого металла. Армирование полостей слитка для управления процессами затвердевания (внутренние холодильники) широко практикуется в производстве крупных стальных слитков. При этом контактные процессы имеют свои особенности. Внутренние холодильники в зависимости от массы могут расходоваться (расплавляться) или сплавляться с маточным металлом. Внутренние холодильники позволяют создавать эффективные условия направленного затвердевания, рассредоточить усадочные раковины, тор-

мозить ликвационные процессы. Правильный выбор габаритов, места ввода и материала холодильника способствует уменьшению усадочной раковины и созданию нового вида продукции - квазимонолита.

### Постановка задачи

В изложницу для 11-тонного уширенного сверху слитка с прибыльной надставкой, посредством разливки сверху поступает расплав. В полости изложницы (в пристеночной части вне действия струи) находится холодильник (круглый прут), который прогревается по всей высоте по мере поступления расплава. По окончании разливки, прогретый холодильник помещается в центр полости изложницы, где омывается расплавом [1].

В момент времени  $t > 0$  начинается заполнение полости изложницы расплавом с температурой  $T=T_0$ , через стакан радиусом  $R$ . В начальный момент времени стержень, имеющий температуру окружающей среды, помещается в изложницу, в которую посредством разлики сверху поступает расплав.

Критериальная форма записи уравнений в переменных вихрь - функция тока, описывающих этот процесс, имеет вид:

уравнение переноса для осредненного вихря скорости  $\omega$

$$\frac{\partial \omega}{\partial F_0} + (1-\xi) \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial x} - (1-\xi) \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial y} = \text{Pr} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial [(1+v_t)\omega]}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\partial [(1+v_t)\omega]}{\partial y} \right] + \text{Pr}^2 Gr \frac{\partial \theta}{\partial x} \right\};$$

уравнение Пуассона для осредненной функции тока  $\phi$

$$(1-\xi) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + (1-\xi) \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = -\omega$$

уравнение теплопереноса для температуры  $\Theta$

$$C_{\text{эф}} \frac{\partial \theta}{\partial F_0} + (1-\xi) \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial x} - (1-\xi) \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \lambda_{\text{эф}} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \lambda_{\text{эф}} \frac{\partial \theta}{\partial y},$$

где  $C_{\text{эф}}$  - эффективная теплоемкость;  $\lambda_{\text{эф}}$  - эффективный коэффициент теплопроводности;  $v = v_0 (1 + \xi \gamma)$  - по-

стоянная эксперимента, определяющая величину поправки к  $v_0$  в зависимости от дисперсности среды в

области двухфазной зоны;  $v_t = \frac{C_{\mu} K^2 \exp[-2,5/(1+\text{Re}_t/50)]}{\varepsilon}$  - турбулентная вяз-

кость;  $\xi$  - доля твердой фазы, которая определяется из правила неравновесного рычага:

$$\xi = 1 - \left[ \frac{T_0 - T}{T_0 - T_1} \right]^{-1/(1-k_0)},$$

где  $T_1$  - температура ликвидус;  $k_0$  - коэффициент распределения примеси;

Как видно, система уравнений соответствует системе уравнений, описывающих гидродинамику и теплоперенос, как при разливке, так и затвердевании слитка. Т.к. задача симметрична на оси стержня, ста-

вится условие отсутствия теплового потока. На границе расплав - холодильник выполняется условие непроницаемости для горизонтальной компоненты скорости,

Краевые условия соответствуют условиям для периода наполнения изложницы. Граничные условия для  $\theta$  формируются на стадии конечно-разностной аппроксимации.

Так как задача симметрична на оси стержня, ставится условие отсутствия теплового потока. На границе расплав - холодильник выполняется условие непроницаемости для горизонтальной компоненты скорости. Что касается температуры, то на этой границе выполняется условие сопряжения:

$$x = d_{хол}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{d_{x-}} = \lambda_{хол} / \lambda_{жс} \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{d_{x+}}, \quad \theta \Big|_{d-} = \theta \Big|_{d+}.$$

Численная реализация сформулированных задач осуществляется методом конечных разностей. Моделирование гидродинамических и теплофизических процессов осуществлялось на примере 11-тонного уширенного слитка ЮЛ-8 с прибыльной надставкой. Температура заливаемого расплава равна 1570 °С. Холодильник представлял стержень квадратного сечения, равный по длине высоте полости изложницы, изготовленный из стали СТЗ.

### Результаты моделирования

1. Для 11-тонного слитка 10-миллиметровый холодильник из низкоуглеродистой стали расплавляется на 60% уже в период разливки. Холодильник от 20 мм до 60 мм расплавляется в период формирования расплава. При размере стороны квадратного холодильника больше 60 мм последний не растворяется.
2. Остаточное воздействие струи сократилось в 2,5 раза для слитка с 20-миллиметровый холодильником, также сократилась длительность существования первого этапа развития конвекции (снятие перегрева).
3. Снижение интенсивности перемешивания при наличии холодильника приводит к более равномерному распределению толщины твердой корочки, что улучшает термическую обстановку в прикорковом слое и способствует улучшению качества поверхности.
4. Уменьшение турбулентной вязкости в 40 раз происходит на 1,1 мин. после начала затвердевания для 21-тонного слитка со 100-миллиметровым холодильником.
5. Наличие холодильника способствует снижению термических напряжений в твердой корочке слитка и уменьшению осевой ликвации в слитке.

### МОДЕЛИРОВАНИЕ АЭРОДИНАМИКИ ГАЗОВЫХ ПОТОКОВ В ПЕРИОД СЛИВА ЧУГУНА ИЗ МИКСЕРА В КОВШ

Как показано в работе [2], подавая нейтральный газ в ковш во время наполнения его чугуном, можно существенно снизить выбросы бурого дыма при условии, что нейтральный газ будет достигать зоны диспергирования струи металла. Правильная организация подачи нейтрального газа с учётом рациональных аэродинамических режимов, оказывается решающим фактором, обеспечивающим эффективность пылеподавления.

Полученный аналитическим путём профиль скорости описывает поток газов в предположении о ламинарности, изотермичности и стационарности потока. Сделано также предположение о равенстве нулю горизонтальной составляющей скорости. Математическую модель сформулируем для двумерной области заключённой между струей металла и стенкой ковша и между поверхностью расплава и уровнем, расположенным на некотором расстоянии над ковшом (рис. 5).

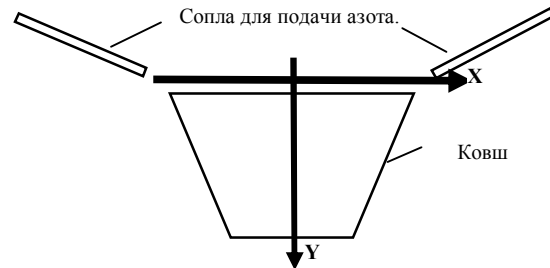


Рис. 5. Область моделирования

### Постановка задачи

Движение газа описывается в приближении несжимаемой жидкости уравнениями Навье-Стокса, неразрывности и уравнением теплопереноса в критерильном виде и в цилиндрических координатах.

$$(\vec{V}\nabla)\vec{V} = -Eu\nabla\pi + \frac{1}{Re}\Delta\vec{V} + \frac{Gr}{Re^2}\theta\vec{e}_g, \quad \nabla\vec{V} = 0, \quad (\vec{V}\nabla)\theta = Pe\Delta\theta,$$

где  $\vec{V}$  - вектор скорости;  $Eu$  - критерий Эйлера,  $\pi$  - давление,  $\theta$  - температура;  $\vec{e}_g$  - единичный вектор ускорения свободного падения;  $Gr$  - критерий Грасгофа,  $Re$  - критерий Рейнольда,  $Pe$  - критерий Пекле.

Система уравнений дополняется граничными условиями.

Для верхней границы области

$$u_1 = 0 \quad \text{при } z = 0, \quad \frac{\partial u_2}{\partial r} = 0 \quad \text{при } z = 0$$

Для точек, лежащих на струе металла

$$u_2 = v_m \quad 0 < r < R$$

$$u_2 = \frac{v_m R}{L_r - R} \quad R < r < L_r \quad \text{при } r = 0,$$

$$u_1 = 0$$

Для точек, лежащих на стенке ковша, выполняется условие прилипания

$$u_1 = u_2 = 0 \quad \text{при } r = 0, r = L_r, z \leq \eta,$$

где  $\eta$  соответствует уровню верхней кромки ковша.

Для точек, лежащих над ковшом выполняется условие скольжения

$$\frac{\partial u_2}{\partial z} = \frac{\partial u_1}{\partial r} = 0 \quad \text{при } r = 0, r = L_r, z > \eta$$

Для поверхности зеркала металла в ковше

$u_1 = u_2 = 0$  при  $z = L_z$ , где  $L_z$  - значение, соответствующее уровню зеркала металла в ковше.

Решение сформулированной задачи осуществлялось в переменных вихрь-функция тока методом конечных разностей на равномерной пространственной сетке размерностью  $30 \times 30$ , выбор которой осуществлялся в процессе пробного счета. Критерием этого выбора служила относительная погрешность расчета максимального значения функции тока.

Описываемая программно-интерфейсная оболочка использовалась для получения архитектуры вихревой структуры в системе миксер – ковш [3]. Реализованная компьютерная интерпретация полей скорости и температуры позволила определить место ввода струи азота (рис. 6).

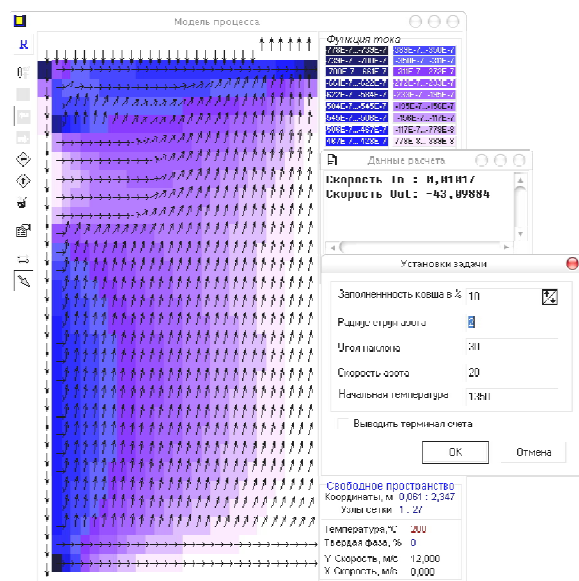


Рис. 6. Вихревая структура в системе миксер – ковш при различных радиусах струи азота.

Компьютерные исследования легли в основу разработки способа подавления бурого дыма нейтральным газом, который подают на струю металла так, чтобы он эжектировался ею вовнутрь ковша. Разработанная УкрНТЭК установка внедрена в миксерном отделении конвертерного цеха МК "Азовсталь". В результате промышленного эксперимента было уменьшено снижение выбросов бурого дыма до 80 %.

### РАСЧЁТ ТЕПЛОБМЕНА ТЕРМОАНОМЕТРИЧЕСКОГО ДАТЧИКА С ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДОЙ

Современные представления о структуре турбулентных потоков сложились на основе обобщения результатов термоанемометрических измерений пульсационных характеристик в пограничных слоях, струйные и каналовые течениях, следе за плохообтекаемыми телами и др. Наиболее значительные результаты, отражающие важнейшие особенности сложного явления, были получены с помощью термоанемометров. Перспективными для трубопроводов большого диаметра (более 300 мм) являются расходомеры, основанные на локальном методе измерения расхода по скорости в одной точке поперечного сечения трубы, т.к. они технологичны в установке и не требуют снятия давления газа [4]. В качестве измерителей локаль-

ной скорости предлагается использовать измерительные преобразователи на базе термоанемометра постоянной температуры с термистором в роли чувствительного элемента. Термоанемометрические измерительные преобразователи скорости газа имеют простую конструкцию, надежны и обладают высокими метрологическими характеристиками в большом динамическом диапазоне измеряемых скоростей газа. Однако по причине невозможности изготовления двух совершенно идентичных преобразователей по электрическим и конструктивным параметрам, требуется индивидуальная градуировка каждого из них. Точность и стоимость термоанемометрических преобразователей и расходомеров газа на их основе во многом определяются точностью и затратами на их градуировку.

### Постановка задачи

Рассматривается стеклянный параллелепипед прямоугольного сечения размером. В середину параллелепипеда помещен датчик размером. От датчика вдоль длинной грани параллелепипеда идет провод сечением (рис.7). Датчик нагрет до постоянной температуры  $120^{\circ}\text{C}$  и начинает прогревать провод и стеклянную оболочку.

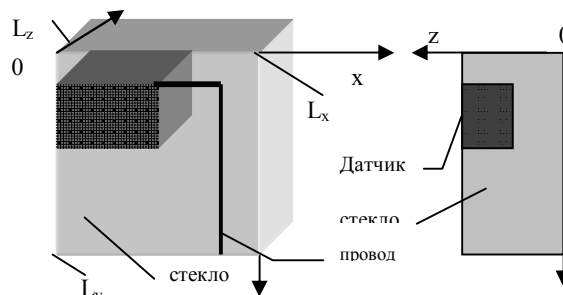


Рис. 7. Пространственная схема области

Предполагается, что:

- Джоулево тепло можно не учитывать, в связи с малостью размеров деталей сложного датчика;
- процесс симметричен относительно плоскостей  $zOy$  и  $xL_y$ , что позволяет рассматривать только четвертую часть области;
- воздушным потоком обдувается только плоскость  $zL_xy$ . Интенсивность обдува плоскостей  $zOx$  и  $yOx$  в два раза меньше.

Теплофизические процессы в системе датчик – провод – стекло – окружающая среда, описываются уравнением теплопереноса:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \lambda \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \lambda \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \lambda \frac{\partial T}{\partial z},$$

где  $T$  – текущая температура,  $t$  – текущее время,  $x, y, z$  – текущие координаты,  $\rho$  – плотность,  $C_p$  – удельная теплоемкость материала,  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности, который меняется от вида материала: для стекла  $\lambda_c$ , для датчика  $\lambda_d$  и для провода  $\lambda_n$ .

Начальные условия:

$$t = 0; T_d = 120^{\circ}\text{C}; T_c = T_n = 20^{\circ}.$$

Граничные условия:  
на плоскостях  $z=0$ ,  $x=L_x$ ,  $z=L_z$  условие отсутствия потока

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0; \frac{\partial T}{\partial z} = 0; \frac{\partial T}{\partial x} = 0,$$

на плоскостях  $z=0$ ,  $x=0$  и  $z=L_z$  выполняется граничное условие третьего рода:

$$\begin{aligned} \lambda \frac{\partial T}{\partial y} &= -\alpha / 2(T - T_{cp}), \\ \lambda \frac{\partial T}{\partial z} &= -\alpha / 2(T - T_{cp}), \\ \lambda \frac{\partial T}{\partial x} &= -\alpha(T - T_{cp}), \end{aligned}$$

где величина  $\alpha$  определяется из условий набегающего потока.

Особенность данной задачи заключается в ее трехмерной постановке. Поэтому двумерная визуализация расчетной области реализована в виде срезов на различной глубине по всем трем координатам  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ . Правая часть окна управления служит для выбора плоскости, по которой делается срез и управления глубиной среза. Выбирать глубину среза можно как передвижением курсора мыши по вертикальному ползунку выбора, так и напрямую указывая номер среза в строке выбора рядом. При этом в окне визуализации расчетной области сразу происходит обновление информации по выбранному срезу. Также на любом срезе можно получить как горизонтальное, так и вертикальное распределение температуры.

#### Результаты математического моделирования

При отсутствии набегающего потока датчик выходит на стационарный режим в момент времени 0,01с и распределение температур на всех узлах становится монотонное. При скорости обдува 30 м/с в момент времени 0,01с сохраняется градиент температур в области датчика и по всей длине провода. С течением времени 0,03с температура всей системы постепенно повышается на 3-5 градусов, но градиент сохраняется. Эти исследования позволили получить новые, научно обоснованные теоретические и практические результаты, которые являются

существенными для повышения точности измерений массовой скорости газа, при помощи термоанемометрических термисторов с учетом градиента температуры в оболочке термистора термоанеометра. Разработки будут использоваться в специальном конструкторном бюро «Турбулентность» для повышения качества работы термоанемометрических термисторов.

#### Выводы

Получен программный продукт, который рекомендуется для создания современных расчетных программ процессов теплопереноса и затвердевания и который также несложно модифицируется для других видов математических задач. Разработанную программную оболочку можно использовать в учебном процессе при проведении лабораторно-расчетного практикума.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Недопекин Ф.В., Поляков В.Ф., Белоусов В.В., Аптекарь Н.М., Белокуров Э.С., Потапов А.В., Мелихов В.М., Бондаренко В.И. Гидродинамика и теплоперенос в формирующемся слитке с внутренним холодильником. // Изв.РАН. Металлы, № 5, 1998, с.24-28
2. Я.М.Левитасов, В.А.Кравец, В.В.Белоусов и др. Формирование выбросов при наполнении ковша жидким чугуном // Изв.ВУЗов Черная металлургия 1988. № 1 с.13-17
3. Белоусов В.В., Кравец В.А., Бондаренко В.И. Применение компьютерных технологий при моделировании аэродинамики газовых потоков в период слива чугуна из миксера в ковш // Искусственный интеллект, 1999, № 1
4. Зори А.А., Украинский Ю.Д., Кузнецов Д.М. Система автоматизации градуировки первичных измерительных преобразователей термоанемометров. Наукові праці Донецького державного технічного університету. Серія: Обчислювальна техніка та автоматизація, випуск 20: – Донецьк: ДонДТУ, 2000.– с. 260-268.
5. Огурцов А.П., Недопекин Ф.В., Белоусов В.В. Процессы формирования стального слитка: математическое моделирование заполнения и затвердевания. – Днепропетровск: ДГТУ, 1994.-180с

пост. 21.10.05