

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТА АЛГОРИТМИ



Исследование изгибных напряжений в токоведущих жилах

Л.М. МАМАЕВ, Д.С. САМОЙЛЕНКО

Днепродзержинский государственный технический университет

Приведен расчет изгибных напряжений в токоведущих жилах кабелей управления без учета изгибной жесткости арматуры.

Одержані теоретичні залежності з розрахунку кабелів з підвищеним подовженням з врахуванням згинальної жорсткості арматури.

The theoretical dependences for calculation of the heightened lengthening cables with regard for the flexural stiffness of cable fittings.

Сложность конструкции кабеля управления, а также сложность закона взаимных перемещений и изменения кривизны проволок при изгибе кабеля не позволяют рассмотреть отдельную проволоку как балку или стержень, лежащие на опорах и решить задачу о напряжениях изгиба методами теории упругости, не прибегая к очень грубым допущениям.

Для получения аналитических зависимостей напряжений в проволоке кабеля исходим из принципа кинематической аналогии, устанавливающей взаимосвязь между кривизной и кручением упругой линии проволоки и угловой скоростью трехгранника, жестко связанного с конкретным поперечным сечением проволоки.

Сердечник кабеля управления состоит из нескольких слоев токоведущих жил с углом навивки β . Отдельно взятая токоведущая жила состоит из медных проволок свитых под углом α по типу «спиральный канат». Таким образом, в геометрическом смысле кабель управления аналогичен подъемному канату сложной свивки.

Для спирального каната, изгибаемого по радиусу R , компоненты деформации основного элемента проволоки имеют вид [1]:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{n} &= \frac{\cos d \cdot \cos \varphi}{R+r \cdot \sin \varphi} - \frac{\sin \alpha}{r} \cdot \frac{d\omega}{d\varphi}, \\ \tilde{b} &= \frac{\cos^2 \alpha \cdot \sin \varphi}{R+r \cdot \sin \varphi} + \frac{\sin 2\alpha}{r} \cdot \omega, \\ \tilde{\tau} &= -\frac{\sin 2\alpha}{R+r \cdot \sin \varphi} \cdot \frac{\sin \varphi}{2} + \frac{\cos 2\alpha}{r} \cdot \omega, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\omega = -\frac{R}{2r} \cdot \sin 2\alpha \cdot \sin \alpha, \quad (2)$$

где \tilde{n} , \tilde{b} , $\tilde{\tau}$ - деформации проволоки при изгибе кабеля относительно осей координат; r - радиус свивки; φ - полярный угол расположения проволоки в поперечном сечении кабеля; ω - приращение угла свивки при изгибе кабеля.

В геометрическом смысле проволока в спиральном канате подобна пряди в канате сложной свивки. На этом основании возможно использование компонентов деформаций (1) и (2) для исследования напряжений в проволоке токоведущей жилы кабеля управления. Для этого рассмотрим изгиб токоведущей жилы по произвольной кривой. Введем для винтовой линии подвижной триедр \tilde{b} , \tilde{n} , $\tilde{\tau}$, а для оси кабеля аналогичный триедр b_0 , n_0 , τ_0 . При известных углах направляющие косинусы осей (\tilde{n} , \tilde{b} , $\tilde{\tau}$) и (b_0 , n_0 , τ_0) можно определить по таблице.

Таблица

	τ	n	b
τ_0	$\cos \alpha$	0	$\sin \varphi$
n_0	$\sin \alpha \cdot \cos \alpha$	$\sin \varphi$	$-\cos \alpha \cdot \cos \varphi$
b_0	$-\sin \alpha \cdot \sin \varphi$	$\cos \varphi$	$\cos \alpha \cdot \sin \varphi$

Для токоведущей жилы мы имеем 2 компонента деформации изгиба \tilde{n} и \tilde{b} и кручение τ по осям триедра.

Величина τ - величина бесконечно малого порядка. Поэтому ею можно пренебречь. Кроме того, можно пренебречь поперечными сечениями кабеля и принять: $R+r \sin \varphi = R$

$$1 + \sin^2 \alpha = 1 \quad (\text{т.к. при } \alpha=10^0-20^0, \sin^2 \alpha \rightarrow 0).$$

С учетом этого компонента деформации примут вид:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{n} &= \frac{\cos \alpha}{R} \cdot \cos \varphi; \\ \tilde{b} &= \frac{\cos^2 \alpha}{R} \cdot \cos 2\alpha \cdot \sin \varphi; \\ \tilde{\tau} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Нам надлежит определить деформации проволок в жиле и жил в кабеле.

Рассмотрим изгиб жилы относительно осей b_0 и n_0 (рис. 1) с радиусами кривизны R_b и R_n – соответственно. Тогда деформации изгиба по радиусу R_b будут:

$$\tilde{n}_1 = \frac{\cos \alpha \cdot \cos \varphi}{R_b}; \quad (4)$$

$$\tilde{b}_1 = \frac{\cos 2\alpha \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin \varphi}{R_b}. \quad (5)$$

Деформации изгиба по радиусу R_n :

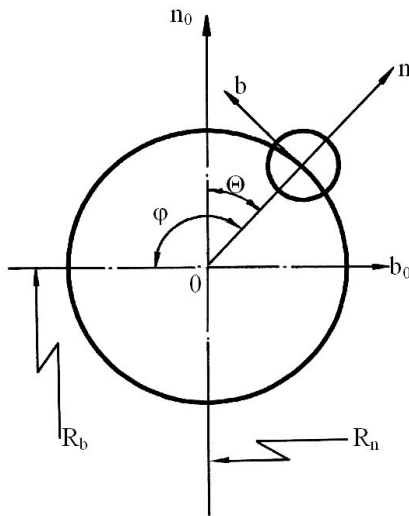


Рис. 1. Схема расположения проволоки в жиле кабеля управления

$$\tilde{n}_2 = \frac{\cos \alpha \cdot \cos \varphi}{R_n}; \quad (6)$$

$$\tilde{b}_2 = \frac{\cos 2\alpha \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin \varphi}{R_n}. \quad (7)$$

Однако, как видно из рис. $\varphi' = \varphi - 90^\circ$, $\sin \varphi' = -\cos \varphi$, $\sin \varphi = \cos \varphi'$. На этом основании запишем:

$$\tilde{n}_2 = \frac{\cos \alpha \cdot \sin \varphi}{R_n}; \quad (8)$$

$$\tilde{b}_2 = -\frac{\cos 2\alpha \cdot \cos^2 \alpha \cdot \cos \varphi}{R_n}. \quad (9)$$

Тогда суммарные деформации изгиба проволок жилы:

$$\tilde{n} = \tilde{n}_1 + \tilde{n}_2 = \frac{\cos \alpha \cdot \cos \varphi}{R_b} + \frac{\cos \alpha \cdot \sin \varphi}{R_n} = \cos \alpha \left(\frac{\sin \varphi}{R_n} + \frac{\cos \varphi}{R_b} \right); \quad (10)$$

$$\tilde{b} = \tilde{b}_1 + \tilde{b}_2 = -\cos^2 \alpha \cdot \cos 2\alpha \left(\frac{\cos \varphi}{R_n} - \frac{\sin \varphi}{R_b} \right). \quad (11)$$

Данные зависимости отражают деформации изгиба проволоки в жиле. По аналогии с выше указанным, учитывая геометрическое подобие проволоки в спиральном канате с пряждью в канате двойной свивки, что имеет место в кабеле управления, вводя обозначения: β – угол свивки жилы; Θ – полярный угол расположения жилы в поперечном сечении кабеля управления (рис. 2), получим:

$$\tilde{n}_{np} = \frac{\cos \beta \cdot \cos \theta}{R}; \quad (12)$$

$$\tilde{b}_{np} = \frac{\cos 2\beta \cdot \cos^2 \beta \cdot \sin \theta}{R}, \quad (13)$$

где R – радиус изгиба кабеля управления.

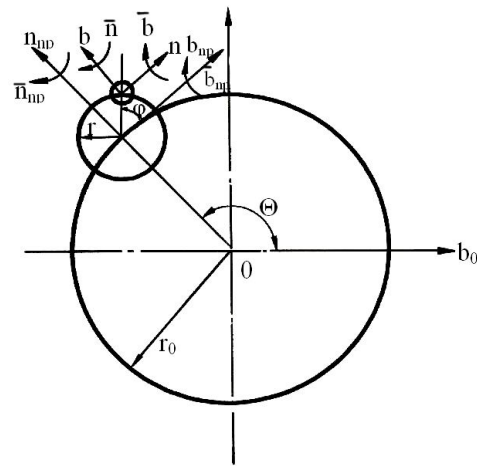


Рис. 2. Схема расположения проволоки в кабеле управления

Деформации изгиба проволок в жиле соответственно запишутся:

$$\tilde{n} = \frac{\cos \alpha}{R} (\cos^2 \beta \cdot \cos 2\beta \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi + \cos \beta \cdot \cos \theta \cdot \sin \varphi); \quad (14)$$

$$\tilde{b} = \frac{\cos^2 \alpha \cdot \cos 2\alpha}{R} (\cos^2 \beta \cdot \cos 2\beta \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi - \cos \beta \cdot \cos \theta \cdot \cos \varphi). \quad (15)$$

Зная деформации изгиба, можно определить напряжения изгиба по осям n , b :

$$\sigma_n^{\max} = \xi_n \cdot E \frac{2\delta}{R}; \quad \sigma_b^{\max} = \xi_b \cdot E \frac{2\delta}{R}, \quad (16)$$

где

$$\xi_n = (\cos^2 \beta \cdot \cos 2\beta \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi + \cos \beta \cdot \cos \theta \cdot \sin \varphi) \cos \alpha; \quad (17)$$

$$\xi_b = (\cos^2 \beta \cdot \cos 2\beta \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi - \cos \beta \cdot \cos \theta \cdot \cos \varphi) \cos^2 \alpha \cdot \cos 2\alpha. \quad (18)$$

Так как суммарную изгибную деформацию проволоки можно определить путем геометриче-

ского суммирования деформаций относительно осей подвижного триедра \tilde{n} и \tilde{b} :

$$n = \sqrt{\tilde{n}^2 + \tilde{b}^2},$$

то и суммарные напряжения изгиба могут быть определены по формуле:

$$\sigma_u^\Sigma = \sqrt{\sigma_n^2 + \sigma_b^2} = \xi E \frac{2\delta}{R}, \quad (19)$$

где

$$\xi = \sqrt{\xi_n^2 + \xi_b^2}. \quad (20)$$

Получены зависимости, позволяющие оценить общее напряженное состояние кабеля управления без учета его изгибной жесткости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Глушко М.Ф. «Стальные подъемные канаты», изд. «Техніка», Киев, 1966.

пост. 22.02.05

Информационная система расчета задач тепломассопереноса

Ф.В. НЕДОПЕКИН, В.В. БЕЛОУСОВ, В.И. БОНДАРЕНКО, В.А. КРАВЕЦ

Донецкий национальный университет

В статье описывается программное окружение для составления и выполнения программ математического моделирования. Кратко рассматривается использование пакета как конечными пользователями, так и разработчиками программного обеспечения.

У статті описується програмне середовище для складання та виконання програм математичного моделювання. Коротко розглядається використання пакету як кінцевими користувачами, так і розроблювачами програмного забезпечення.

The article gives the program environment for compilation and execution of programs of mathematical simulation. The use of a package both users, and developers of the software is briefly considered.

Предлагается способ проектирования двумерных задач тепломассопереноса и затвердевания в виде использования независимых программных модулей.

При этом ставятся следующие цели:

- разделить непосредственно расчет задачи и интерфейсную часть программы;
- из расчета выделить некую абстрактную общую для всех 2-мерных задач тепломассопереноса и затвердевания часть и составляющую, относящуюся только к решению данной конкретной задачи.

Преимущества такого подхода в следующем:

- Разработчик может сосредоточиться только на разработке математической модели, что экономит время на создание программы.
- Общую расчетную и интерфейсную часть можно реализовать в виде отдельных динамических библиотек, что сэкономит оперативную и дисковую память компьютера и ускорит скорость расчета.
- Независимые интерфейсные библиотеки можно совершенствовать, не переписывая расчетное ядро.
- Оставляя неизменной интерфейсную часть, можно варьировать в самых широких пределах математическую модель, на которой основано вычислительное ядро.

Созданный пакет состоит из нескольких модулей: модуль непосредственного расчета математической модели задачи (модель), модуль абстрактной общей задачи, модуль, который осуществляет связь между двумя первыми и интерфейсного модуля, отвечающего

за ввод-вывод данных. Большинство модулей организованы в виде соответствующих классов на объектно-ориентированном языке программирования Delphi.

Программный модуль общей задачи

Содержит объект «Задача», в который входят свойства в виде переменных функциональных типов, описывающие общие параметры задач переноса и затвердевания (такие как массив температур, скоростей, доли твердой фазы и т.п.) и методы, отвечающие за выполнение общих этапов расчета. Здесь свойства класса представляют собой «пустые» функции, которые используются в общих процедурах счета. Рассмотрим, например, реализацию поля температур. Сначала описывается функциональный тип

```
T2DFloatFunc = function (const Y, X: Integer): Float,
```

который представляет собой функцию, которая будет выдавать значение поля в точке (X, Y). Далее описываем переменную класса **Temperature: T2DFloatFunc**. Затем используем вид **Temperature(Y, X)** для получения температуры в любой точке расчетной сетки (например, **Print(Temperature(10, 10))**).

Проанализируем работу модуля общей задачи в целом (рис. 1).