



Рис. 2. Центры полученных кластеров

Заметим, что в качестве критерия близости, используется значение соответствующего масштабирующего коэффициента.

#### Выводы

Предложенный метод кластеризации изображений лиц людей показал достаточно высокую эффективность для решения задачи схожести лиц.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Щеголева Н.Л. Применение алгоритмов двумерного анализа главных компонент для задач распознавания изображений лиц / Н.Л.Щеголева, Г.А.Кухарев // Бизнес-информатика .– 2011 .– №№4(18) .– С.31–38 .– Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/primeneniye-algoritmov-dvumernogo-analiza-glavnyh-komponent-dlya-zadach-raspoznaniya-izobrazheniy-lits>
- Прокошев В.Г. Проблема автоматического распознавания лиц с одним эталонным изображением / В.Г.Прокошев, М.М.Рожков, П.Шамин // Научно-технические ведомости СПбГПУ .– 2010 .– №5 .– С. 13–18 .– Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/problema-avtomaticheskogo-raspoznaniya-lits-s-odnim-etalonnyim-izobrazheniem>
- Лигун А.О. Компьютерная графика (Обработка та стиск зображень): навч. посіб./ А.О.Лигун, О.О.Шумейко.– Біла К.О., 2010.– 114 с .– Режим доступа: [http://pzs.dstu.dp.ua/Data/U\\_CompGraph.pdf](http://pzs.dstu.dp.ua/Data/U_CompGraph.pdf)
- Шумейко А.А. Интеллектуальный анализ данных (Введение в Data Mining) / А.А.Шумейко, С.Л.Сотник .– Днепропетровск: Белая Е.А., 2012 .– 212 с .– Режим доступа: <http://pzs.dstu.dp.ua/DataMining/bibl/DataMining.pdf>

пост. 29.11.2017

**В.С. КОРОТКОВ**, к.т.н., доцент, kvs55dn@mail.ru  
Днепропетровский государственный технический университет, г. Каменское

## Построение асимптотически оптимального алгоритма расчетов эквидистантных ломаных

В статье рассмотрен вариант построения асимптотически оптимальных эквидистантных ломаных с минимальным количеством звеньев при заданной точности. Решение таких задач целесообразно выполнять на этапах расчета управляющих программ для станков с ЧПУ.

The article is reviewed method of constructing asymptotically optimal equidistant polylines with a minimum number of units at the required precision. The solution of such problems expediently perform at the calculation stages of CNC programming. machines.

#### Актуальность решения задачи

В практической деятельности при изготовлении высокоточных изделий, содержащих поверхности сложной пространственной формы, часто возникает необходимость построения кривых, удаленных от какой-либо базовой кривой на заданное расстояние. Такие задачи, например, возникают при проектировании технологий изготовления объемных конструкций в авиационной и судостроительной отрасли, расчетах траекторий движения инструментов для контурного фрезерования на станках с ЧПУ и т.п. [1,2].

Управление процессом построения эквидистантных кривых с заданной точностью расширяет возможности процесса автоматизированного проектирования изделий сложной пространственной формы. В последующем, при внедрении разработок в системы управления оборудованием, создаются предпосылки для соответствующего расширения технологических возможностей самого оборудования. Поэтому разработка эффективных методов и приемов получения технологичных кривых или ломаных с требуемыми характеристиками для практической реализации на автоматизированном оборудовании имеет важное значение [3,4,5,6].

**Формулирование цели работы**

Таким образом, очевидна актуальность построения алгоритма расчетов эквидистантных технологических кривых или ломаных, ориентированных как на использование в вычислительной технике САПР, так и непосредственно в вычислительных устройствах систем управления. Причем, целесообразно учесть опыт построения асимптотически оптимальных алгоритмов расчетов интерполяционных ломаных [7,8], с минимально возможным количеством звеньев при заданном поле допуска  $\varepsilon$ . Они намного проще в реализации, а полученные результаты практически не отличаются от оптимальных.

**Изложение основного материала**

Для упрощения изложения материала исходной кривой или ломаной будем считать асимптотически оптимальную ломаную, полученную в [7].

Если возникает необходимость можно сравнительно легко построить эквидистанту к такой ломаной. При этом точность может быть, например, повышена примерно в два раза при неизменном количестве звеньев ломаной. Такой подход к решению задачи создает предпосылки для решения некоторых специфических технологических приемов при изготовлении изделий.

Вновь построенная ломаная с равномерным удалением от ранее известной может быть построенная путем «перемещения» ее на некоторое одинаковое расстояние для каждого звена. Причем, если кривая выпукла вверх эквидистантная ломаная поднимается на величину  $\varepsilon/2$  (рис.1), а если выпукла вниз – ломаная опускается на величину  $\varepsilon/2$  (рис.2).

Построение эквидистанты относительно таких ломаных имеет очевидный практический смысл, например в решениях задач управления точностью перемещений рабочих инструментов на оборудовании с ЧПУ.

В дальнейшем будем опираться на следующий результат. Если  $(x_i^*, y_i^*)$  ( $i = \overline{1, n}$ ) — асимптотически оптимальная ломаная, описанная в [7], то ломаная, проходящая через точки

$$x_i^{**} = x_i^* - \Delta y_i q_i, \tag{1}$$

$$y_i^{**} = y_i^* - \Delta x_i q_i$$

$$q_i = \frac{1}{16} \cdot \frac{\Delta^2 x_i^* \cdot \Delta^2 y_i^* - \Delta x_i^* \cdot \Delta y_i^*}{(\Delta x_i^*)^2 + (\Delta y_i^*)^2}$$

при  $n \rightarrow \infty$  находится в  $\varepsilon/2 + 0(\varepsilon)$  коридоре кривой  $\Gamma$  (в отличие от предыдущей, находящейся при  $n \rightarrow \infty$  в  $\varepsilon + 0(\varepsilon)$  коридоре). Величина  $\varepsilon$  может являться аналогом величины припуска при задании геометрических параметров изделия.

Рассмотрим построение эквидистантной ломаной относительно ломаной с точками  $(x_i^{**}, y_i^{**})$ . Уравнение эквидистант (внешних и внутренних) для гладкой кривой  $x(t), y(t)$  имеет вид

$$\begin{cases} x_R(t) = x(t) + \frac{Ry'(t)}{\sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2}} \\ y_R(t) = y(t) + \frac{Rx'(t)}{\sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2}} \end{cases} \tag{2}$$

и

$$\begin{cases} x_R(t) = x(t) - \frac{Ry'(t)}{\sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2}} \\ y_R(t) = y(t) + \frac{Rx'(t)}{\sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2}} \end{cases} \tag{3}$$

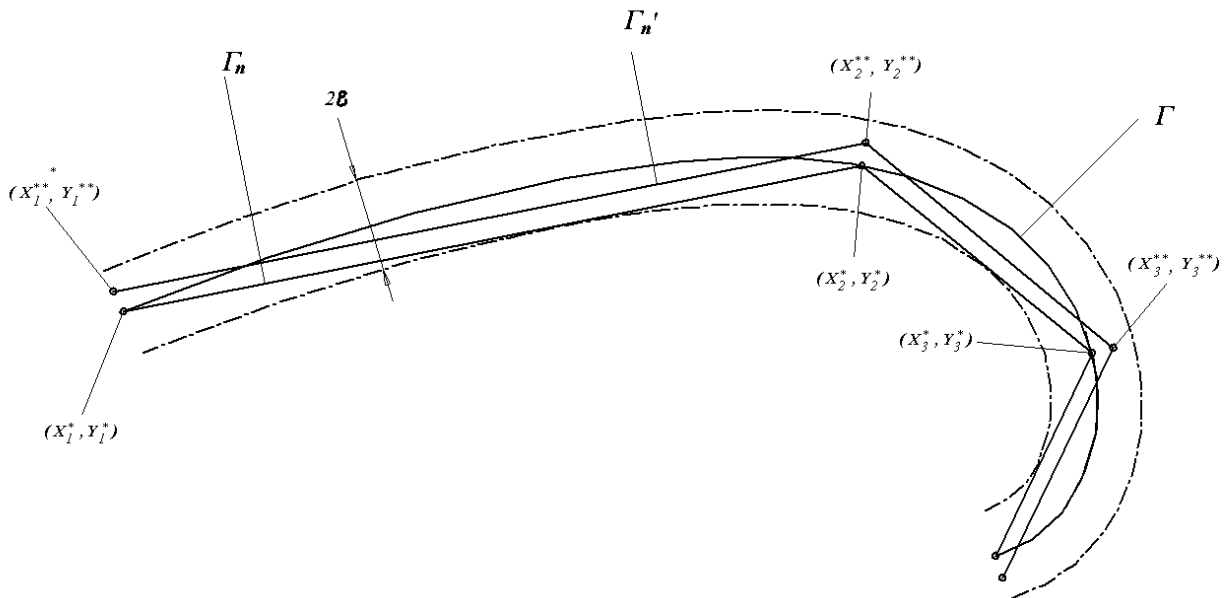


Рис. 1. Аппроксимация криволинейного контура  $\Gamma$ , выпуклого вверх, ломаными  $\Gamma_n$ , поднятыми на величину  $\varepsilon/2$ , относительно интерполяционной ломаной  $\Gamma_n$ .

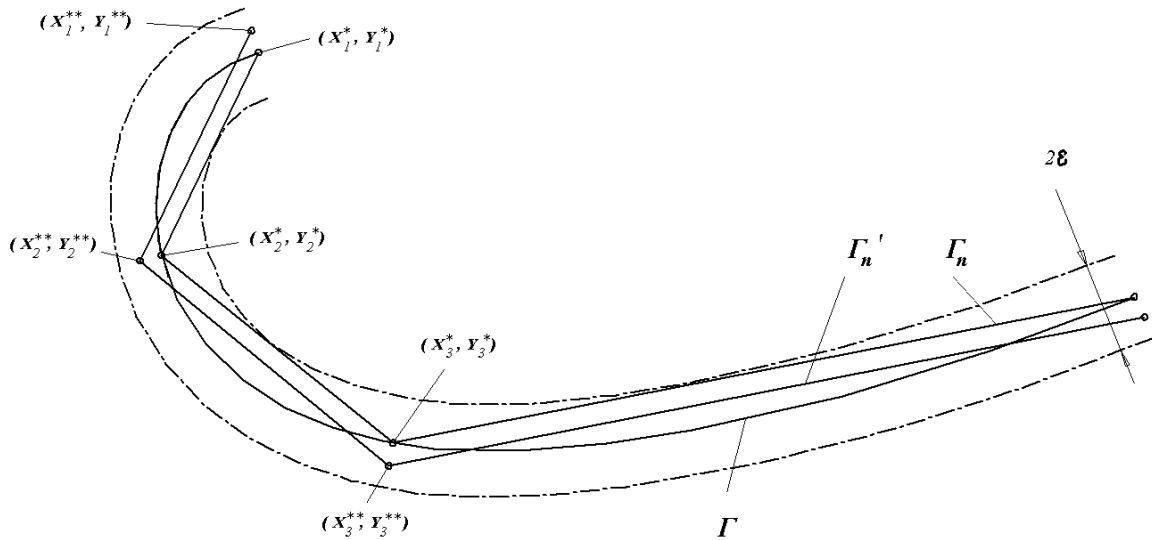


Рис. 2. Аппроксимация криволинейного контура  $\Gamma$ , выпуклого вниз, ломаными  $\Gamma_n$ , опущенными на величину  $\varepsilon/2$ , относительно интерполяционной ломаной  $\Gamma_n$ .

Задача построения эквидистантной ломаной фактически сводится к построению ломаной по формулам (2) и (3), и проведя, естественно, дискретизацию производных, входящих в формулы, для ломаной, проходящей через точки  $(x_i^{**}, y_i^{**})$ . Однако в этом случае существуют определенные трудности, связанные со стыковкой эквидистантных отрезков. По этой причине рассмотрим другой путь.

На рисунках 3 и 4 показаны криволинейные участки ломаной, которые заменены ломаными  $\Gamma_n'$  и построенные к ним соответственно внешняя и внутренняя эквидистанты  $\Gamma_{\varepsilon+}'$  и  $\Gamma_{\varepsilon-}'$ .

Упрощаем выражение для расчетов точек  $M_i$  так, чтобы оно стало явным и удобным для пользования. При этом упрощении координат отбрасываем слагаемые, порядок которых выше, чем  $(1/n_s)^2$ . Ранее в [8] установлено, что такой путь построения приведет к асимптотически оптимальной эквидистантной ломаной.

Алгоритм для расчета эквидистантной ломаной по ломаной, ранее известной имеет вид.

1. Выполняем все расчеты согласно алгоритма, приведенного в [7], заменяя лишь  $\varepsilon$  на  $2\varepsilon$ , до расчета точек  $t_i^*$ , которые попадают в какой-либо из отрезков  $[\sigma_j, \sigma_{j+1}]$ .

Находим значения

$$\begin{aligned} x_0^* &= x_0, \quad x_i^* = x_j + \frac{x_{j+1} - x_j}{S_j} \cdot (t_i^* - \sigma_j) \quad (i = \overline{1, n_s - 1}), \\ x_{n_s}^* &= x_N, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} Dx_0^* &= \Delta x_0, \quad Dx_i^* = \Delta x_j + \frac{\Delta x_{j+1} - \Delta x_j}{S_j} \cdot (t_i^* - \sigma_j) \quad (i = \overline{1, n_s - 1}), \\ Dx_{n_s}^* &= \Delta x_N, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $Dx_i^*$  — приближенное значение второй производной  $t_i^*$

$$D^2 x_i^* = \Delta^2 x_j + \frac{\Delta^2 x_{j+1} - \Delta^2 x_j}{S_j} \cdot (t_i^* - \sigma_j), \quad (6)$$

а  $D^2 x_i^*$  — приближенное значение второй производной.

Аналогично строим приближенное значение координат  $y$  и их первые и вторые производные

$$\begin{aligned} y_0^* &= y_0, \quad y_i^* = y_j + \frac{y_{j+1} - y_j}{S_j} \cdot (t_i^* - \sigma_j) \quad (i = \overline{1, n_s - 1}), \\ y_{n_s}^* &= y_N, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} Dy_0^* &= \Delta y_0, \quad Dy_i^* = \Delta y_j + \frac{\Delta y_{j+1} - \Delta y_j}{S_j} \cdot (t_i^* - \sigma_j) \quad (i = \overline{1, n_s - 1}), \\ Dy_{n_s}^* &= \Delta y_N, \end{aligned} \quad (8)$$

$$D^2 y_i^* = \Delta^2 y_j + \frac{\Delta^2 y_{j+1} - \Delta^2 y_j}{S_j} \cdot (t_i^* - \sigma_j). \quad (9)$$

2. Строим точки  $(x_i^{**}, y_i^{**})$ , через которые будет проходить граница фрезы (режущая кромка) по формулам

$$x_i^{**} = x_i^* - y_i^* q_i, \quad y_i^{**} = y_i^* + x_i^* q_i \quad (10)$$

где

$$q_i = \varepsilon(D^2 x_i^* \cdot Dy_i^* - D^2 y_i^* \cdot Dx_i^*).$$

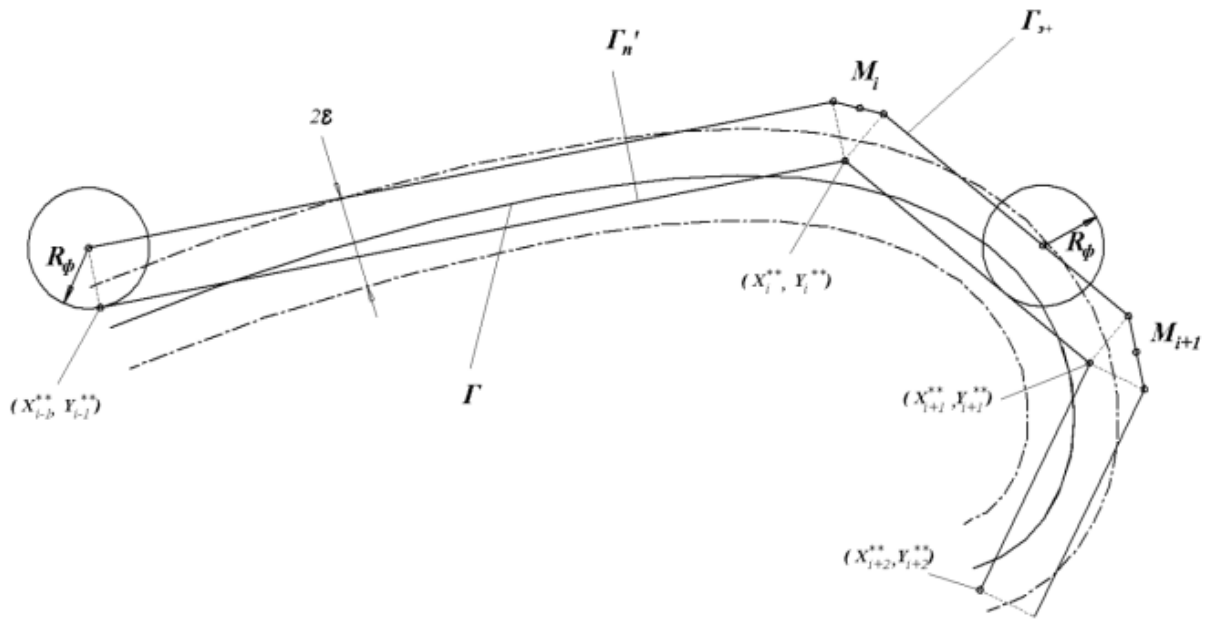


Рис. 3. Построение «внешней» эквидистанты  $\Gamma'_{Э+}$  и ломаной  $\Gamma'_n$

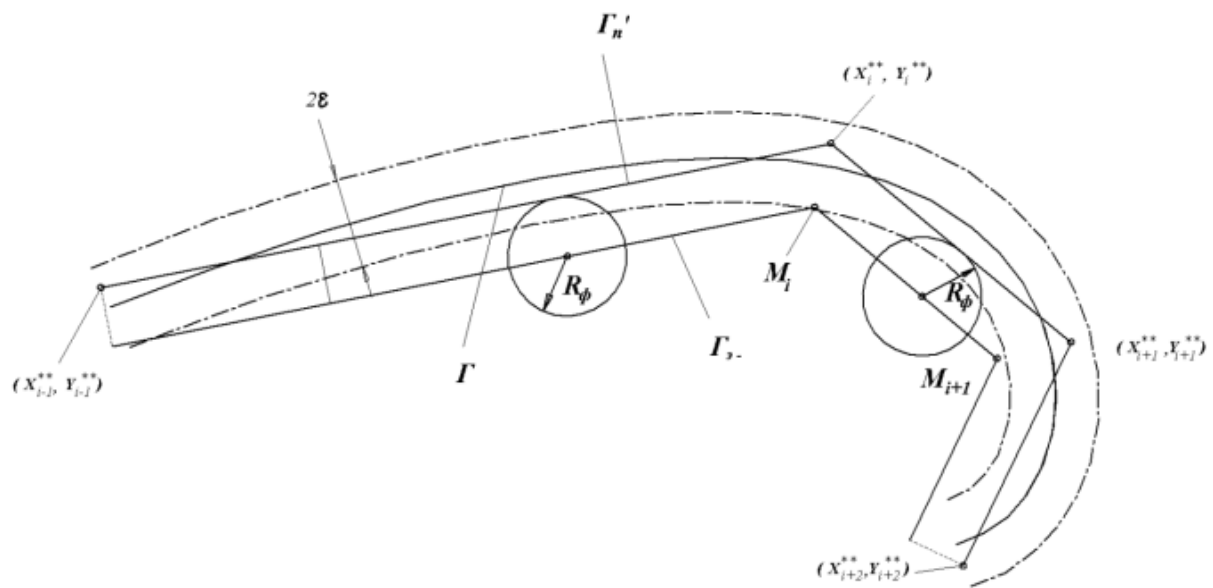


Рис. 4. Построение внутренней эквидистанты  $\Gamma'_{Э-}$  и ломаной  $\Gamma'_n$

3. Рассчитываем точки  $(x_i^R, y_i^R)$ , через которые будет проходить центр фрезы по формулам

$$\begin{cases} x_{i,+}^R = x_i^{**} + \frac{1}{2}R \left( \frac{\delta y_i^{**}}{S_i^{**}} + \frac{\delta y_{i+1}^{**}}{S_i^{**}} \right) \\ y_{i,+}^R = y_i^{**} - \frac{1}{2}R \left( \frac{\delta x_i^{**}}{S_i^{**}} + \frac{\delta x_{i+1}^{**}}{S_i^{**}} \right) \end{cases} \quad (i = \overline{1, n_s - 1}) \quad (11)$$

или

$$\begin{cases} x_{i,-}^R = x_i^{**} - \frac{1}{2}R \left( \frac{\delta y_i^{**}}{S_i^{**}} + \frac{\delta y_{i+1}^{**}}{S_i^{**}} \right) \\ y_{i,-}^R = y_i^{**} + \frac{1}{2}R \left( \frac{\delta x_i^{**}}{S_i^{**}} + \frac{\delta x_{i+1}^{**}}{S_i^{**}} \right) \end{cases} \quad (i = \overline{1, n_s - 1}) \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} \delta x_i^{**} &= x_i^{**} - x_{i-1}^{**}, & \delta y_i^{**} &= y_i^{**} - y_{i-1}^{**}, \\ S_i^{**} &= \sqrt{(\Delta x_i^{**})^2 + (\Delta y_i^{**})^2}, \end{aligned} \quad (13)$$

а  $R$  — радиус фрезы.

Кроме того, начальные и конечные точки эквидистанты определяется по формулам

$$x_{0,+}^R = x_0^{**} + R \frac{\delta y_1^{**}}{S_1^{**}}, \quad x_{n_*,+}^R = x_n^{**} + R \frac{\delta y_{n_*}^{**}}{S_{n_*}^{**}}, \quad (14)$$

$$y_{0,+}^R = y_0^{**} + R \frac{\delta y_1^{**}}{S_1^{**}}, \quad y_{n_*,+}^R = y_{n_*,+}^{**} - R \frac{\delta x_1^{**}}{S_{n_*}^{**}}.$$

Аналогично определяем

$$x_{0,-}^R = x_0^{**} - R \frac{\delta y_1^{**}}{S_1^{**}}, \quad x_{n_*,-}^R = x_{n_*,-}^{**} - R \frac{\delta y_{n_*}^{**}}{S_{n_*}^{**}}, \quad (15)$$

$$y_{0,-}^R = y_0^{**} + R \frac{\delta y_1^{**}}{S_1^{**}}, \quad y_{n_*,-}^R = y_{n_*,-}^{**} + R \frac{\delta y_1^{**}}{S_{n_*}^{**}}.$$

Таким образом, ломаная, последовательно проходящая через точки  $(x_{i,+}^R, y_{i,+}^R)$  ( $i = \overline{0, n_*}$ ) и линия, проходящая через точки  $(x_{i,-}^R, y_{i,-}^R)$  ( $i = \overline{0, n_*}$ ) является внешней и внутренней расчетной эквидистантной ломаной, т.е. расчетной траекторией возможного движения центра фрезы.

#### Выводы

Приведенный алгоритм дает асимптотически оптимальную траекторию движения режущего инструмента при контурном фрезеровании с асимптотически минимальным числом звеньев, т.е. эквидистантную обрабатываемому контуру. Это позволяет расширить технологические возможности методов расчетов траекторий движения осевых инструментов (например фрез) при подготовке управляющих программ для станков с ЧПУ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гжиров Р.И., Серебrenицкий П.П. Программирование обработки на станках с ЧПУ: Справочник. – Л.: Машиностроение. Ленингр. Отд-ние, 1990. – 588 с.
2. Молчанов Г.Н. Повышение эффективности обработки на станках с ЧПУ. – М.: Машиностроение, 1979. – 240 с.
3. Константинов М.Т. Расчет программ фрезерования на станках с ЧПУ. – М.: Машиностроение, 1985. – 165 с.
4. Байков В.Д., Вашкевич С.Н. Решение траекторных задач в микропроцессорных системах ЧПУ / Под ред. Б.Б.Смолова. – Л.: Машиностроение, Ленингр. Отд-ние, 1986. – 106 с.
5. Леус В.А. Гладкая окружная интерполяция кривых // Вычислительные системы: Сб. науч. Тр. СО АН СССР. Вып.38. – Новосибирск, 1970. – С. 102 – 127.
6. Завьялов Ю.С. и др. Сплайны в инженерной геометрии/ Ю.С.Завьялов, В.А.Леус, В.А.Скороспелов. – М.: – М.: Машиностроение, 1985. – 224 с.
7. Лигун А.А. Асимптотически оптимальный алгоритм кусочно-линейной интерполяции в решениях траекторных задач фрезерной обработки / А.А.Лигун, В.С. Коротков, А.А. Шумейко // Известия вузов. Машиностроение. – 1989. – №7. – С. 147–151.
8. Асимптотически оптимальный алгоритм кусочно-линейной интерполяции при подготовке управляющих программ для фрезерных станков с ЧПУ / А.А.Лигун, В.С.Коротков, А.А.Шумейко. – К., 1987. – 27 с. – Деп. В УкрНИНТИ 21.09.87, № 2620.

пост. 29.11.2017