

І.К. КАРИМОВ, к.-ф.-м.н., доцент

Г.І. КАРИМОВ, к.е.н., доцент

Дніпровський державний технічний університет, м. Кам'янське

Моделювання в процесі прийняття рішення про придбання обладнання з врахуванням обмеження площі розміщення та розміру інвестицій

Запропонований новий підхід до розв'язання задач оптимізації розподілу інвестицій в придбання обладнання, заснований на модифікації розв'язку класичної задачі за допомогою зміни цільової функції і обмежень. Надано результати розв'язання типової задачі на основі запропонованого підходу.

The proposed new approach to the solution of optimization problems of the distribution of investments in the purchase of equipment based on the modification of the solution of a classic problem with changing the objective function and the constraints. Given the results of solving typical tasks on the basis of the proposed approach.

Постановка проблеми

В процесі прийняття управлінських рішень часто доводиться вирішувати оптимізаційні задачі з метою досягнення максимально можливого прибутку або продуктивності виробничої системи, мінімізації витрат тощо. Для розв'язування таких задач традиційно використовуються методи математичного програмування, реалізація яких пов'язана з необхідністю засвоєння досить складного математичного апарату і великим обсягом обчислень [1—5]. Для фахівців, чия основна робота не пов'язана з математикою, такий підхід призводить до певних труднощів, що і зумовлює актуальність пошуку альтернативних шляхів розв'язання оптимізаційних задач.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Проблема використання оптимізаційних методів і моделей для розв'язання оптимізаційних задач досліджувалася багатьма вітчизняними та зарубіжними вченими, які розглядали теоретичні основи методів [1—5], особливості їх використання для окремих типів задач [5—6]; принципи реалізації на основі сучасних інформаційних технологій [7—8]. З останніх найчастіше використовуються технології на основі табличного процесора MS Excel, однак, дане питання вивчене ще недостатньо, що потребує подальших досліджень, зокрема, в напрямку специфічних особливостей вирішення певних задач.

Формулювання мети дослідження

Мета дослідження — аналіз особливостей використання табличного процесора MS Excel для вирішення цілочислових задач лінійного програмування, розробка та апробація двокрокового алгоритму розв'язання задачі оптимізації розподілу інвестицій в придбання обладнання.

Виклад основного матеріалу

Розглянемо задачу оптимізації придбання обладнання в такій постановці.

Планом розвитку підприємства передбачена заміна обладнання певної виробничої дільниці без розширення виробничої площі, яка складає S_0 м². На придбання обладнання планується витратити суму в Q_0 гр. одиниць. Підібрані n варіантів нового обладнання, які відрізняються площею S_i , необхідною для розміщення однієї одиниці i -го обладнання, вартістю Q_i (гр. од.) та продуктивністю P_i (шт. за зміну) одиниці i -го обладнання. Необхідно скласти такий план придбання обладнання, при якому загальна продуктивність оновленої дільниці була б максимально можливою.

Задача в подібній постановці є класичною і використовується зазвичай для ілюстрації розв'язання задач цілочислового програмування методом Гоморрі [4—5]. Приклади обмежуються випадком двох варіантів нового обладнання, причому "... приклад задачі лише з двома змінними переконливо свідчить про складність та особливості задач цілочислового програмування" [4].

Для математичної постановки задачі припустимо, що планується придбання x_i одиниць i -го обладнання. Тоді сумарна продуктивність дільниці складе

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n P_i x_i .$$

Враховуючи обмеження по площі виробничої дільниці та запланованому розміру витрат, одержимо формалізований запис задачі

$$\sum_{i=1}^n Q_i x_i \leq Q_0 ; \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n S_i x_i \leq S_0 ; \quad (2)$$

$$x_i \geq 0 \quad i = \overline{1, n}; \quad (3)$$

$$F = \sum_{i=1}^n P_i x_i \rightarrow \max . \quad (4)$$

Розв'яжемо задачу з використанням табличного процесора MS Excel. Як відомо, можливості MS Excel дозволяють реалізувати класичний симплекс-метод розв'язання подібних задач, а також спрощену процедуру, засновану на використанні спеціального стандартного засобу *Поиск решения*. Кожен з цих підходів має свої переваги і недоліки [9]. Останнім часом частіше використовується другий підхід, реалізація якого суттєво простіша, хоча і вимагає в певних випадках додаткових досліджень.

Особливо слід відзначити привабливість застосування стандартного засобу *Поиск решения* в навчальному процесі. Відмова від безпосереднього використання симплексного метода дає можливість студентам скоротити складову моделювання, не пов'язану безпосереднього з майбутньою фаховою діяльністю, сконцентрувати зусилля на формуванні навичок побудови математичних моделей та аналізу особливостей перебігу досліджуваного процесу. Як наслідок, процес навчання стає більш творчим, краще засвоюються теоретичні положення, підвищується мотивація та зацікавленість в застосуванні методів математичного моделювання.

Розв'яжемо задачу (1)—(4) для конкретних

вхідних даних. Нехай $S_0 = 320 \text{ м}^2$, $Q_0 = 25 \text{ млн. грн.}$ Кількість видів обладнання $n = 3$, їх характеристики наступні — $S_1 = 4 \text{ м}^2$, $S_2 = 4,5 \text{ м}^2$, $S_3 = 5 \text{ м}^2$, $P_1 = 120 \text{ (шт. за зміну)}$, $P_2 = 135 \text{ (шт. за зміну)}$, $P_3 = 150 \text{ (шт. за зміну)}$, $Q_1 = 280 \text{ тис. грн.}$, $Q_2 = 220 \text{ тис. грн.}$, $Q_3 = 410 \text{ тис. грн.}$

Організуємо робочий лист MS Excel як показано на рис. 1.

Види обладнання	Параметри однієї одиниці			Кількість одиниць
	S_i	Q_i	P_i	
A	4	0,28	120	120
B	4,5	0,22	135	100
C	5	0,41	150	150
В цілому по дільниці	1680	117,1	50400	
Площа дільниці				320
Запланована сума				25

Рис. 1. Організація робочого листа MS Excel

В комітках B2:F6, B9:D10 міститься вихідна інформація, в комітках F4:F6 — початкове наближення шуканого плану. В комірку C7 введена формула

$$=C4*\$F\$4+C5*\$F\$5+C6*\$F\$6,$$

яка потім скопійована в комірки D7:E7.

Для розв'язання задачі необхідно при виділеній комірці E7 відпрацювати послідовно команди *Сервис*, *Поиск решения* та заповнити діалогове вікно, що з'явиться, наступним чином:

1) в групі *Равной* вибрати *максимальному значенню*;

2) в полі *Изменяя ячейки* вказати $\$F\$4:\$F\6 ;

3) в полі *Ограничения* ввести обмеження

$$\$C\$7 \leq \$D\$9$$

$$\$D\$7 \leq \$D\$10$$

$$\$F\$4:\$F\$6 = \text{целое}$$

$$\$F\$4:\$F\$6 \geq 0.$$

Далі слід натиснути кнопку *Выполнить* в вікні *Поиск решения*, після чого табличний процесор виконає пошук і на екрані з'явиться розв'язок задачі (див. рис. 2).

Як видно, максимальна продуктивність оновленої дільниці при додержанні обмежень на площу розміщення та загальну вартість обладнання складе 9540 шт. продукції за зміну. Для забезпечення такої продуктивності необхідно придбати 31 од. обладнання виду А, 2 од. — виду В і 37 од. — виду С. При цьому відведена для розміщення обладнання площа буде використана майже повністю (залишається 2 м^2 площі, що складає 0,63 %). Що стосується запланованих інвестицій, то їх можна зменшити на 0,71 млн. грн., що складає 2,84 %.

Стандартний засіб MS Excel *Поиск решения* працює за ітераційним алгоритмом, отже, при різних початкових наближеннях процес може сходиться до різних розв'язків, причому всі вони є наближеними, з більшою або меншою точністю, що регулюється установкою відповідних параметрів в вікні засобу *Поиск решения*.

Види обладнання	Параметри однієї одиниці			Кількість одиниць
	S_i	Q_i	P_i	
A	4	0,28	120	31
B	4,5	0,22	135	2
C	5	0,41	150	37
В цілому по дільниці	318	24,29	9540	
Площа дільниці				320
Запланована сума				25

Рис. 2. Оптимальний план придбання обладнання (крок 1, варіант 1)

В табл. 1 наведено кілька варіантів оптимальних планів, одержаних при різних початкових планах (параметр *Допустимое отклонение* заданий на рівні 5%).

Таблиця 1. Вплив початкового плану на розв'язок задачі

Початковий план	Значення цільової комірки	Оптимальний план	Інші параметри
(120; 100; 150)	9540	(31; 2; 37)	318 м ² 24,29 млн. грн.
(80; 0; 0)	9600	(80; 0; 0)	320 м ² 22,40 млн. грн.
(2; 7; 54)	9600	(1; 8; 56)	320 м ² 25,00 млн. грн.
(0; 70; 0)	9540	(3; 68; 0)	318 м ² 15,80 млн. грн.

Отже, є цілий ряд варіантів розв'язання задачі, причому вони відрізняються не тільки розподілом інвестицій в придбання обладнання різних типів, а й необхідною для розміщення площею та загальним обсягом інвестицій. Останній факт слід вважати найбільш значущим, що і дає підстави вважати виконані дії лише першим кроком розв'язання задачі оптимізації. Одержані рішення обов'язково слід уточнити, для чого пропонується другий крок.

Суть другого кроку полягає в наступному. Найбільше з досягнутих значень цільової комірки слід зафіксувати і далі розв'язувати задачу мінімізації витрат на придбання обладнання за умови, що загальна продуктивність буде не меншою від досягнутої на попередньому кроці.

Продовжуючи розв'язок в середовищі MS Excel в таблиці, наведеній на рис. 2, слід в комірки F4:F6 ввести значення 1, 8 і 56, виділити комірку D7, після чого звернутися до засобу *Поиск решения* і заповнити діалогове вікно наступним чином:

4) в групі *Равной* вибрати *минимальному значенню*;

5) в полі *Изменяя ячейки* вказати $\$F\$4:\$F\6 ;

6) в полі *Ограничения* ввести обмеження

$$\begin{aligned} & \$C\$7 \leq \$D\$9 \\ & \$E\$7 \geq 9600 \\ & \$F\$4:\$F\$6 = \text{целое} \\ & \$F\$4:\$F\$6 \geq 0 \end{aligned}$$

Після натискання кнопки *Виконати* в вікні *Поиск решения* табличний процесор виконає пошук і на екрані з'явиться новий розв'язок задачі (див. рис. 3).

Рис. 3. Оптимальний план придбання обладнання (крок 2)

Порівняння одержаного рішення з наведеними в табл. 1 рішеннями переконливо свідчить про його суттєві переваги: порівняно з другим та третім варіантом досягнута значна економія коштів на придбання обладнання; порівняно з четвертим варіантом збільшилася загальна продуктивність оновленої дільниці.

Підкреслимо ще раз, що наведений розв'язок задачі є наближеним, оскільки алгоритмом роботи засобу *Поиск решения* передбачено для задач з цілочисловими обмеженнями можливе відхилення значення цільової комірки від дійсного оптимального значення. Воно задається параметром *Допустимое отклонение* в діалоговому вікні *Параметры*. За замовченням параметр має значення 5%, тобто істинне оптимальне значення може відрізнятись від знайденого (крок 1, варіант 1) на 5% (в нашому випадку $9540 \cdot 5\% = 477$ шт.). Отже, ще одним напрямком підвищення ефективності управлінського рішення може стати зменшення значення допустимого відхилення.

В табл. 2 наведені результати вирішення розглянутої задачі при кількох значеннях параметра *Допустимое отклонение*. Для більш повного аналізу ситуації окрім значень цільової комірки і шуканого плану ($x_1; x_2; x_3$) в таблиці наведені також загальна площа та грошові кошти, необхідні для реалізації даного плану.

Видно, що встановлення параметра *Допустимое отклонение* на рівні 0,1% вже на першому кроці дає таке ж рішення, як і при двокроковому алгоритмі з рівнем відхилення 5%. При інших значеннях вхідних даних це може бути і не так, тому перевагу слід віддати все ж двокроковому алгоритму розв'язання задачі, як такому, що гарантує одержання найкращого управлінського рішення.

Суттєвим є також те, що застосування двокрокового алгоритму підкреслює прагнення до підвищення ефективності інвестицій, наочно демонструє можливість економічного розміщення грошових надходжень в рамках виділених асигнувань.

Таблиця 2. Вплив допустимого відхилення на розв'язок задачі

Допустиме відхилення	Значення цільової комірки	План	Інші параметри
5%	9540	(31; 2; 37)	318 м ² 24,29 млн. грн.
2%	9570	(2; 68; 1)	319 м ² 15,93 млн. грн.
1%	9570	(2; 68; 1)	319 м ² 15,93 млн. грн.
0,1%	9600	(0; 70; 1)	320 м ² 15,81 млн. грн.
0,01%	9600	(0; 70; 1)	320 м ² 15,81 млн. грн.

Висновки та перспективи подальших досліджень

1. Запропонований новий підхід до розв'язання задач оптимізації розподілу інвестицій в придбання обладнання.

2. Надано алгоритм і результати розв'язання типової задачі на основі запропонованого підходу.

3. До найбільш привабливих рис запропонованого підходу слід віднести простоту комп'ютерної реалізації, легкість та природність інтерпретації результатів.

4. Використання запропонованого підходу в навчальному процесі сприяє кращому засвоєнню теоретичних положень, підвищує мотивацію та зацікавленість в застосуванні методів математичного моделювання.

5. Особливості застосування запропонованого підходу в випадках введення додаткових характеристик обладнання (надійність, забезпеченість ремонтними деталями, витрати на експлуатацію тощо) потребують подальших досліджень.

ЛІТЕРАТУРА

1. Эддоус М. Методы принятия решений. Пер. с англ. / М. Эддоус, Р. Стенсфилд – Москва: ЮНИТИ, 1997. – 590 с.
2. Таха Хемди А. Введение в исследование операций, 6-е издание.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом "Вильямс", 2001. – 912 с.
3. Вовк В.М., Зомчак Л.М. Оптимізаційні методи і моделі : Навч. посібник. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2014. – 360 с.
4. Ульянченко О. В. Дослідження операцій в економіці : підручник / О. В. Ульянченко – Суми: Довкілля, 2010. – 594 с.
5. Чемерис А. Методи оптимізації в економіці: навч. посібник / А. Чемерис, Р. Юринець, О. Мишишин – К.: Центр навчальної літератури, 2006. – 152 с.
6. Кужда Т. Моделювання управлінських процесів з використанням типових моделей менеджменту / Т. Кужда, М. Галушак // Галицький економічний вісник – Тернопіль: ТНТУ, 2014. – Том 44. – № 1. – С. 11–21. – (Економіка та управління національним господарством).

7. Кундрат А.М. Науково-технічні обчислення засобами MathCAD та MS Excel: навч. посібник/ А.М. Кундрат, М.М. Кундрат. – Рівне: НУВГП, 2014. – 252 с.
8. Поршнев С.В. Численные методы на базе MathCAD/ С.В. Поршнев, И.В. Беленкова. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 464 с.
9. Медведев М.Г. Два підходи до розв'язання економічних задач оптимізації з допомогою Microsoft Excel / М.Г. Медведев, В.В. Листопад, В.П. Шоха // Інтелект XXI. – 2014. – № 2. – С. 111–118.

пост. 18.12.2017