

1. Путем использования метода касательных Ньютона, разложения на границах тела функции температур в ряд Тейлора, идеи фиктивного слоя и приемов метода элементарных балансов, получен ряд схем улучшенной аппроксимации граничных условий.

2. Выявлено, что выбор схемы существенно зависит от величины коэффициентов теплообмена чисел Старка и Био.

3. Расчетами установлено равенство двух вариантов: $Sk = \infty, Bi = 0$ и $Bi = \infty, Sk = 0$. Это обстоятельство подтвердило сделанный ранее вывод о том, что в случае интенсивного нелинейного теплового нагружения определение поля температур можно вести по линейной теории конвективного нагрева (охлаждения) тел при $Bi = \infty$.

4. Тестовые расчеты показали, что максимальные погрешности возникают на начальной стадии и при определении поверхностных температур, а применение формул улучшенной аппроксимации снижает погрешность с 5 % до 2 %.

ЛИТЕРАТУРА

1. Видин Ю.В., Иванов В.В. Расчет температурных полей в твердых телах, прогреваемых конвекцией и ра-

диацией одновременно. – Красноярск: КПИ, –1965. – 144 с.

2. Кавадеров А.В., Самойлович Ю.А.: Уточнение закономерностей неограниченной пластины // ИФЖ. – 1960. – т. III, – № 2. – С. 57–60.

3. Горбунов А.Д. К аналитическому расчету термических напряжений при конвективном нагреве тел простой формы // Математичне моделювання. – Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2012. – №1(26). – С. 39–45.

4. Гольдфарб Э.М. Теплотехника металлургических процессов. – М.: Металлургия, 1967. – 439 с.

5. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. – М.: Наука, 1971. – 552 с.

6. Огурцов А.П., Мамаев Л.М., Каримов И.К. Математические методы и модели в расчетах на ЭВМ. – К.: ИСМО, 1997. – 192 с.

7. Горбунов А.Д. Аналитический расчет процессов радиационного нагрева (охлаждения) тел на начальной стадии // Математичне моделювання. – Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2012. – №2(27). – С. 90–94.

8. Горбунов А.Д., Уклеина С.В. Аналитическое исследование нагрева твердых тел радиацией. Сообщение 3. // Математичне моделювання. – Дніпродзержинськ: ДДТУ. 2015 – №2 (33). – С. 65–68.

пост. 18.09.2017

Н.А. ИКОННИКОВА, к.т.н., доцент

А.А. ЮРЧЕНКО, к.т.н., доцент

М.Ю. ИКОННИКОВ, к.т.н., доцент

А.А. ЛИТВИНЕНКО, к.т.н., доцент

Государственное высшее учебное заведение «Национальный горный университет», г. Днепр

Математическая модель процесса переноса аэрозолей в подземных горных выработках

Рассмотрены источники образования и распространения пыли в горных выработках выемочного участка угольной шахты. Разработана математическая модель процесса переноса пыли в горных выработках, которая позволяет рассчитать время осаждения в горной выработке пылевых частиц любой фракции, а также пройденный ими путь за это время.

There were considered sources of dust formation in the mine workings for excavation part of coal mine. There was developed mathematical model of dust transfer process in the mine workings that allows calculating time of sedimentation in mine workings of dust parts of any fraction, and also passed path for this time by them.

Постановка проблемы

Опасность угольной пыли в атмосфере горных выработок определяется двумя факторами:

- высокое содержание пыли, превышающее регламентируемые санитарными нормами значения, является причиной профессиональных заболеваний горнорабочих пылевыми бронхитами и пневмокониозами, которые составляют более 70% от их общего числа;

- пыль при определённых условиях может взрываться даже в шахтах с незначительным выделением метана, вызывая при этом большие материальные и тяжёлые социальные последствия.

Практически все технологические процессы при ведении подземных горных работ сопровождаются пылеобразованием. Внедрение высокопроизводительных

проходческих и выемочных комбайнов, рост нагрузки на забой и углубление горных работ обуславливает интенсивность пылеобразования.

Наибольшее количество пыли возникает в угольных шахтах при выемке угля и проходке горных выработок, буровых и взрывных работах, а также транспортированию горной массы, сопровождающееся её измельчением и истиранием. Однако основная масса пыли поступает в рудничную атмосферу из очистных забоев в период выемки угля. При работе механизированного очистного комплекса угольной шахты источники пылеобразования по количеству образовавшейся пыли могут быть ориентировочно выражены в процентном отношении следующим образом: выемка угля комбайнами — 50—60, передвижка секций механизирован-

ной крепи — 20—30, транспортировка угля конвейерами — 10—15, выемка ниш — 4—6, возведение крепи сопряжений — 2—3, запылённость поступающей струи 1-2, прочие источники — 3—5 % [1].

При исследовании пылевой динамики важнейшим параметром являются размеры частиц пыли, то есть их дисперсность. Дисперсность пылевого аэрозоля влияет на эффективность способов и средств пылеподавления, определяет характер его переноса турбулентной вентиляционной струёй воздуха. Кроме этого, каждый способ пылеподавления в большей или меньшей степени обладает избирательностью по отношению к частицам пыли различных размеров.

Анализ последних исследований и публикаций

В настоящее время ведущими угледобывающими странами разработаны и внедрены компьютерные системы мониторинга уровня запылённости и пылевзрывоопасности горных выработок [2]. Для непрерывного контроля запылённости в угольных шахтах в этих странах выпускаются стационарные датчики: в США — DustTrak, в Германии — FMA-TMS1, в Польше — PL-1, в России — ИКП-2006. Стационарные измерители концентрации пыли функционируют в составе локальных ((FMA-TMS), либо общешахтных аппаратно-программных комплексов. При этом используются как гравиметрические, так и оптические приборы, которые контролируют общую запылённость атмосферы без учёта фракционности пыли.

С помощью этих приборов нет возможности исследовать миграцию и оседание аэрозольных частиц в турбулентном воздушном потоке в горных выработках. Турбулентный перенос пылевых частиц описывается сложными дифференциальными уравнениями [3,4], решение которых весьма затруднено из-за большого количества факторов, которые изменяются в простран-

стве и времени. Для определения размеров пылевых частиц, которые постоянно в турбулентном потоке находятся во взвешенном состоянии, а также скорости осаждения более крупных частиц, используют экспериментальные методы исследований. Такие исследования позволили установить, что в условиях турбулентного воздушного потока в горных выработках выемочного участка постоянно во взвешенном состоянии находятся угольные частицы диаметром 5 мкм и менее [5].

Цель работы

В настоящей работе поставлена цель разработки математической модели переноса аэрозолей в подземных горных выработках для дальнейшего исследования параметров динамики угольной пыли на выемочном участке.

Основная часть

При исследовании пылевой динамики в горных выработках необходима информация о параметрах воздушного потока и режиме его движения. Режим движения воздуха в горной выработке оценивают по значению критерия Рейнольдса, который определяется из выражения [6,7]

$$Re = \frac{g \vartheta d_z}{\mu},$$

где g — ускорение земного тяготения, м/с²; ϑ — скорость воздушного потока в выработке, м/с; $d_z = \frac{4S}{P}$ —

гидравлический диаметр выработки, м, где S — площадь сечения выработки, м², P — периметр сечения выработки, м; $\mu = 18,2 \cdot 10^{-6}$ Па·с — динамическая вязкость воздуха.

В табл. 1 приведены параметры вентиляционных потоков лав и их вентиляционных штреков, характерных для шахт ПАО «ДТЭК Павлоградуголь».

Таблица 1. Параметры воздушных потоков лав и вентиляционных штреков шахт ПАО «ДТЭК Павлоградуголь»

Шахта	Параметры воздушного потока в лаве				Параметры воздушного потока вентиляционного штрека			
	$\vartheta, \text{м/с}$	$S, \text{м}^2$	$P, \text{м}$	Re	$\vartheta, \text{м/с}$	$S, \text{м}^2$	$P, \text{м}$	Re
Павлоградская	4,2	2,1	6,1	$3,1 \cdot 10^6$	1,7	12,8	13,9	$3,4 \cdot 10^6$
Герновская	3,3	1,9	5,5	$2,4 \cdot 10^6$	0,9	9,8	10,6	$1,8 \cdot 10^6$
Самарская	3,9	3,2	9,3	$2,9 \cdot 10^6$	2,3	11,2	12,2	$4,5 \cdot 10^6$
Западно - Донбасская	3,5	3,0	8,7	$2,6 \cdot 10^6$	1,3	11,7	12,7	$2,7 \cdot 10^6$
Героев Космоса	4,0	2,5	7,3	$3,0 \cdot 10^6$	0,9	11,4	12,4	$1,7 \cdot 10^6$
Благодатная	2,2	2,0	5,8	$1,6 \cdot 10^6$	0,8	8,0	8,7	$1,5 \cdot 10^6$
Степная	3,7	2,4	7,0	$2,8 \cdot 10^6$	1,0	14,4	15,6	$2,0 \cdot 10^6$
Юбилейная	3,2	2,2	6,4	$2,4 \cdot 10^6$	0,6	9,5	10,3	$1,2 \cdot 10^6$
Днепровская	3,4	2,1	6,1	$2,5 \cdot 10^6$	1,3	10,0	10,8	$2,6 \cdot 10^6$
Сташкова	4,2	2,1	6,1	$3,1 \cdot 10^6$	1,7	12,8	13,9	$3,4 \cdot 10^6$

Как видно из таблицы, в выработках выемочного участка вентиляционные струи с весьма развитой турбулентностью, так как критерий Рейнольдса значительно больше 2300 [6].

Турбулентный режим движения воздушного потока характеризуется возникновением пульсаций скорости его движения. Причиной возникновения таких пульсаций являются периодически повторяющиеся бурные локальные выбросы массы воздуха из неустойчивых замедленных участков пристеночной области

потока, где воздух испытывает сильное торможение и имеет место весьма значительный градиент скорости движения. Выбросы воздуха порождают подковообразные вихри, уходящие вглубь потока и в свою очередь стимулирующие появление новых локальных отрывов потока. Масштаб первичных вихрей сравним с масштабом потока, а скорость — со скоростью потока; частота же соответствующих им пульсаций скорости сравнительно невелика. При математическом описании турбулентного движения мгновенная скорость потока в рас-

смагиваемой точке для каждой из трёх составляющих — продольной (ось x), поперечной (ось y) и тангенциальной (ось z) — представляется в виде суммы осреднённой скорости и скорости пульсаций.

При теоретическом анализе движения пылевых частиц в турбулентном потоке воздуха обычно принимаются следующие предположения [3]:

1. Диаметр пылевых частиц d_c мал по сравнению с масштабом пульсаций воздуха. Этому условию удовлетворяют частицы любой дисперсности, а именно: высокодисперсные ($d < 0,5 \dots 1$ мкм); тонкодисперсные ($0,5 \dots 1 < d < 10 \dots 20$ мкм); грубодисперсные ($10 \dots 20 < d < 100 \dots 200$ мкм).

2. Обтекание частиц пульсационными потоками имеют вязкий характер.

3. Частицы сферичны по форме.

4. Гидродинамическое сопротивление движению частиц описывается в первом приближении линейным законом Стокса:

$$F_c = 3\pi\mu d_c \vartheta.$$

5. Среднее расстояние между частицами, определяемое по формуле

$$s_m = 80d_c \sqrt[3]{\frac{\rho_c}{C_M}},$$

(d_c — диаметр пылевой частицы, м; ρ_c — плотность частицы, г/см³; C_M — их массовая концентрация, г/м³), велико по сравнению с их размерами, поэтому они не стесняют друг друга в ходе взаимных перемещений, не соударяются и не коагулируют друг с другом.

6. Электростатические и другие силы не гидродинамической природы в турбулентном аэродисперсном потоке отсутствуют.

В этом случае дифференциальное уравнение движения отдельно взятой частицы в турбулентной среде имеет вид [3,8]:

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{6} d_c^3 \rho_c \frac{d\bar{\vartheta}}{dt} &= 3\pi\mu d_c (\bar{u} - \bar{\vartheta}) - \frac{\pi}{6} d_c^3 (\rho_c - \rho_g) \frac{d\bar{u}}{dt} - \\ &- \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{6} d_c^3 \rho_g \left(\frac{d\bar{u}}{dt} - \frac{d\bar{\vartheta}}{dt} \right) + \frac{3}{2} d_c^2 \sqrt{\pi\rho_g\mu} \times \\ &\times \int_{e_0}^e \frac{d\bar{u}}{\sqrt{t-t'}} - \frac{d\bar{\vartheta}}{dt'} dt' + F_g, \end{aligned} \quad (1)$$

где d_c — диаметр пылевой частицы, м; ρ_c, ρ_g — плотность пылевой частицы и воздуха соответственно, кг/м³;

μ — динамическая вязкость воздуха, Па·с; $\bar{\vartheta}, \bar{u}$ — векторы скоростей частицы и воздуха, м/с; t, t' — рассматриваемый и предшествующий моменты времени; F_g — внешняя сила, действующая на частицу.

Здесь сила инерции частицы, вызванная изменением её скорости, в левой части равенства уравновешивается стоящей в правой части суммой сил сопротивления и инерции, вызванной изменением скорости газа, инерции вытесненного газа, сопротивления при внезапном ускорении за промежуток времени $(t - t')$, а также суммой внешних сил.

Интегральным членом в уравнении (1) можно пренебречь, так как сопротивление среды при внезап-

ном ускорении мало отличается от стоковского. Третий член в правой части этого уравнения также пренебрежимо мал, так как плотность газа на три порядка меньше плотности вещества пылевой частицы.

После упрощений и деления левой и правой части уравнения на массу частицы $m = \pi d_c^3 \rho_c / 6$ уравнение (1) примет вид:

$$\frac{d\bar{\vartheta}}{dt} + \frac{18\mu\bar{\vartheta}}{\rho_c d_c^2} = \frac{18\mu\bar{u}}{\rho_c d_c^2} + \frac{\bar{F}_g}{m}. \quad (2)$$

Уравнение (2) с учётом того, что $\frac{\rho_c d_c^2}{18\mu} = \tau$ (время релаксации частицы), примет вид:

$$\frac{d\bar{\vartheta}}{dt} + \frac{\bar{\vartheta}}{\tau} = \frac{\bar{u}}{\tau} + \frac{\bar{F}_g}{m}. \quad (3)$$

В прямоугольных координатах за ось x примем продольное направление, за ось z — вертикальное направление и за ось y — поперечное направление.

Уравнение (3) описывает движение пылевой частицы в продольном направлении под действием скоростного напора движущего потока воздуха и в вертикальном направлении (вниз) под действием силы тяжести.

При рассмотрении процесса оседания пылевой частицы внешней силой является сила тяжести $F_g = mg$.

При рассмотрении процесса переноса пылевой частицы в продольном направлении под воздействием скоростного давления воздушного потока ($P_{ск}$) внешняя сила представлена произведением этого давления на площадь миделевого сечения (S_M) пылевой частицы и равна

$$F_g = P_{ск} \cdot S_M = \frac{\rho_g u^2}{2} \cdot \frac{\pi d_c^2}{4}.$$

Рассмотрим первоначально оседание пылевой частицы под действием силы тяжести, внесённой в движущийся со скоростью u поток воздуха.

Процесс оседания пылевых частиц под действием силы тяжести в турбулентном потоке складывается из двух процессов:

а) непрерывного оседания частиц книзу внутри несущих их пульсационных молей;

б) беспорядочного по направлению, частоте и амплитуде движения частиц со спусками и подъёмами вместе с несущими их пульсационными молями.

В этом случае уравнение (3) примет вид

$$\frac{d\bar{\vartheta}}{dt} + \frac{\bar{\vartheta}}{\tau} = \frac{\bar{u}}{\tau} + g.$$

Поскольку вектор скорости воздушного потока не влияет на процесс оседания пылевой частицы, то это выражение можно привести к виду

$$\tau \frac{d\bar{\vartheta}}{dt} + \bar{\vartheta} - \bar{u} = 0. \quad (4)$$

Решение уравнения (4) при начальных условиях $t = 0, \bar{\vartheta} = 0$ имеет вид:

$$\bar{\vartheta} = \bar{u} \cdot (1 - e^{-t/\tau}) = \bar{u} (1 - e^{-t/\tau}). \quad (5)$$

Вторичным интегрированием определим пройденный частицей путь:

$$z = g_c t - g_c \tau (1 - e^{-t/\tau}). \quad (6)$$

Выражение (6) позволяет рассчитать путь, пройденный частицей за время t под действием силы тяжести. При известном положении частицы относительно уровня поверхности осаждения из выражения (6) можно определить время осаждения частицы. Так, с верхней границы воздушного потока в выработке, имеющей высоту относительно почвы выработки h_g , время осаждения частиц можно определить из выражения:

$$h_g = g_c t - g_c \tau (1 - e^{-t/\tau}).$$

Значение $e^{-t/\tau} \ll 1$ при любых значениях t и им можно пренебречь. В этом случае

$$t = \frac{h_g + g_c \tau}{g_c}. \quad (7)$$

В горизонтальном направлении пылевая частица движется под действием силы скоростного давления воздушного потока F_g . В этом случае в выражении (3) следует заменить g на F_g/m и оно примет вид:

$$\frac{d\bar{g}}{dt} + \frac{\bar{g}}{\tau} = \frac{\bar{u}}{\tau} + \frac{\bar{F}_g}{m}$$

или

$$\tau \frac{d\bar{g}}{dt} + \bar{g} = \bar{u} + \frac{\tau}{m} \bar{F}_g. \quad (8)$$

Выражение (8) представляет собой уравнение движения пылевой частицы в горизонтальном направлении под действием скоростного давления воздушного потока, записанном в векторной форме. Правую часть

этого выражения можно заменить одним вектором \bar{u}_0 . Скалярная форма уравнения движения частицы по оси x будет иметь вид:

$$\tau \frac{d g_x}{dt} + g_x = u_0, \quad (9)$$

где $g_c = \tau g$ — конечная скорость оседания пылевых частиц, м/с.

После интегрирования этого выражения при известной скорости частицы g_{x0} в момент времени $t = 0$ получим выражение для определения скорости частицы в горизонтальном направлении:

$$g_x = u_0 + (g_{x0} - u_0) e^{-t/\tau}. \quad (10)$$

Вторичное интегрирование выражения (10) даёт определение пути, пройденного пылевой частицей под действием воздушного потока в горизонтальном направлении

$$L_x = u_0 t + \tau (g_{x0} - u_0) (1 - e^{-t/\tau}).$$

Так как экспоненциальная функция в этом выражении с ростом t быстро убывает и уже при $t = 7\tau$ близка к нулю, то путь частицы можно определить из выражения

$$L_x = u_0 t + \tau (g_{x0} - u_0).$$

Поскольку начальная скорость частицы в горизонтальном направлении $g_{x0} = 0$, то это выражение упростится:

$$L_x = u_0 (t - \tau).$$

После подстановки значений u_0 и τ выражение для расчёта пути пылевой частицей, пройденной под действием воздушного потока за время t , примет вид:

$$L_x = \left(u + \frac{\tau}{m} F_c \right) (t - \tau) = ut + \frac{\rho_c d_c^2}{18\mu} u^2 \left(\frac{3\rho_g t}{4\rho_c d_c} - \frac{1}{u} - \frac{\rho_g d_c}{24\mu} \right),$$

где L_x — пройденный пылевой частицей путь под действием воздушного потока, м; u — скорость воздушного потока, м; ρ — плотность частицы, кг/м³; d — диаметр частицы, м; $\mu = 18,2 \cdot 10^{-6}$ Па·с — динамическая вязкость воздуха.

Полученную математическую модель процесса переноса аэрозолей в турбулентном воздушном потоке можно использовать для расчёта параметров пылевой динамики на вентиляционном штреке выемочного участка. В качестве исходных данных примем скорость движения воздушного потока $u = 1,3$ м/с, плотность угольной пыли $\rho_c = 1400$ кг/м³, плотность воздуха $\rho_g = 1,2$ кг/м³, диаметры пылевых частиц 5; 10; 25; 50 мкм, высота оседания частиц (расстояние от кровли до почвы штрека) составляет 2,5 м.

Результаты расчётов параметров пылевой динамики представлены в табл. 2.

Таблица 2. Параметры пылевой динамики на вентиляционном штреке

Параметры пылевой динамики	Диаметр частиц, мкм			
	5	10	25	50
Время релаксации, с; $\frac{\rho_c d_c^2}{18\mu} = \tau$	$21 \cdot 10^{-6}$	$42 \cdot 10^{-6}$	$106 \cdot 10^{-6}$	$212 \cdot 10^{-6}$
Скорость оседания, м/с; $g_c = \tau g$	0,001	0,0042	0,026	0,105
Время оседания, с; $t = \frac{h_g + g_c \tau}{g_c}$	2500	595	96	21
Дальность переноса частицы, м; $L_x = u_0 (t - \tau)$	3250	773	125	27

Выводы

1. Воздушный поток в горных выработках очистного участка характеризуется развитой турбулентностью (число Рейнольдса составляет порядка $1,24 \cdot 10^6$),

что вызывает возникновения пульсаций скорости потока во всех направлениях.

2. Пульсационные потоки (моли) переносят пылевые частицы и вызывают появление турбулентной

диффузии, при которой крупные частицы оседают по сложной траектории, а мелкие постоянно находятся во взвешенном состоянии.

3. Разработана математическая модель процесса переноса пылевых частиц воздушным потоком в подземных горных выработках.

4. Получена аналитическая зависимость скорости оседания пылевых частиц от скорости движения воздушного потока в горной выработке, плотности пылевых частиц и их диаметра, а также вязкости среды оседания.

5. Установлены границы оседания на вентиляционном штреке от выхода из лавы различных фракций угольной пыли: для частиц диаметром 50 мкм — 27 м; 25 мкм — 125 м; 10 мкм — 773 м; 5 мкм — 3250 м.

ЛИТЕРАТУРА

1. Журавлёв В.П., Демишева Е.Ф., Спирин Л.А. Аэродинамические методы борьбы с угольной пылью. Из-во Ростовского университета, 1988. – 144 с.
2. Романенко С.Б. Аппаратно-программный комплекс контроля уровней запылённости на базе датчиков нового поколения / Горный информационно-аналитический бюллетень, 2007. – С. 273–279.
3. Медников Е.П. Турбулентный перенос и осаждение аэрозолей. – М.: Из-во «Наука». 1981. – 174 с.
4. Бурчаков А.С., Москаленко Э.М. Динамика аэрозолей в горных выработках. – М.: Наука, 1965. – 65 с.
5. Борьба с пылью в очистных забоях / Гродель Г.С., Губский Ю.Н., Кривохижа Б.М., Шпак А.Ф. – К.: Техніка, 1983. – 71 с.
6. Аэрология горных предприятий: учеб. пособие / В.И. Голинько, Я.Я. Лебедев, А.А. Литвиненко, О.А. Муха; М-во образования и науки Украины, Нац. горн. ун-т. – Д.:НГУ, 2015. – 206 с.
7. Рудничная вентиляция: Справочник / Гращенко Н.Ф., Петросян А.Э., Фролов М.А. и др. – М.: Недра, 1988. – 440 с.
8. Брэдшоу П. Введение в турбулентность и её измерение. – М.: Мир, 1974. – 280 с.

пост. 26.09.2017