

І.К. КАРИМОВ, к.ф.-м.н, доцент,
І.С. ДОЛГОПОЛОВ, к.т.н, доцент
О.Л. ЯЦЕНКО, студент
В.Т. ТУЧИН, інженер
 Дніпровський державний технічний університет, м. Кам'янське

Математичне моделювання теплового стану будівельних конструкцій з використанням матеріалів з фазовими переходами

Проаналізовано особливості і переваги матеріалів з фазовими переходами (МФП) для використання їх у плоских дахах будівель. Надано алгоритм і результати математичного моделювання теплового стану конструкцій з МФП для умов м. Кам'янського.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

В наш час світ знаходиться в пошуках ефективного використання відновлюваних джерел енергії, особливо сонячної. Ефективним напрямком використання сонячної енергії є акумулювання цієї енергії з її подальшим споживанням. Один з таких варіантів використання полягає в розробці конструкцій, які містять матеріали з фазовими переходами (МФП). Для МФП характерний фазовий перехід першого роду при якому поглинається або видаляється прихована теплота. З літературних джерел [1—2] відомо про дослідження матеріалів з фазовими переходами та застосування їх у практиці. Перспективним напрямком використання МФП є будівельні конструкції. У літературних джерелах [3] представлено результати досліджень застосування плит перекриття будівель з МФП у м. Ченнаї (Chennai city) (Індія), враховані особливості використання їх у цих широтах.

В роботі зроблено спробу дослідити можливості та визначити ефективність застосування матеріалів з фазовими переходами у будівельних конструкціях для умов середніх широт України на прикладі міста Кам'янське Дніпропетровської області

Формулювання мети дослідження

Мета дослідження — визначення динаміки температурного поля у будівельних конструкціях з використанням МФП, обумовленої змінами характеристик зовнішнього середовища.

Будівельна конструкція представлена як плита, в якій між двома шарами бетону розміщений шар глауберової солі, яка і є матеріалом з фазовими переходами. Відповідна розрахункова схема показана на рис. 1.

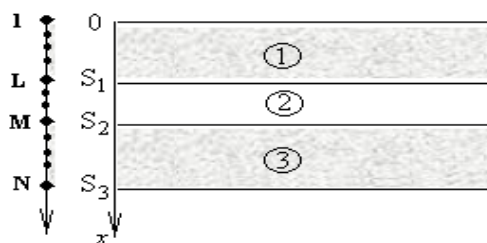


Рис. 1. Розрахункова схема

Вихідними даними для розв'язання задачі є теплофізичні характеристики шарів плити і температурні показники навколишнього середовища. Для бетону прийнято: густина — 1600 кг/м³; теплопровідність — 0,84 Вт/(м К); питома теплота — 840 Дж/(кг К). Теплофізичні характеристики МФП — глауберової солі пред-

ставлені у табл. 1, температурні показники навколишнього середовища міста Кам'янське за 2015 рік наведені на рис. 2.

Таблиця 1. Характеристики МФП

Параметри	Числові значення
Хімічний склад	48% CaCl ₂ ; 4,3%NaCl; 0,4%KCl; 47,3%Н ₂ О
Температура зміни фази, °С	26 – 28
Густина, кг/м ³	1640
Теплопровідність, Вт/(м К) твердий стан (0-27 °С) рідкий стан (28-60 °С)	1,09 0,54
Питома теплота, Дж/(кг К) від 0 до 26,5 °С від 26,5 до 28 °С	1440 125000

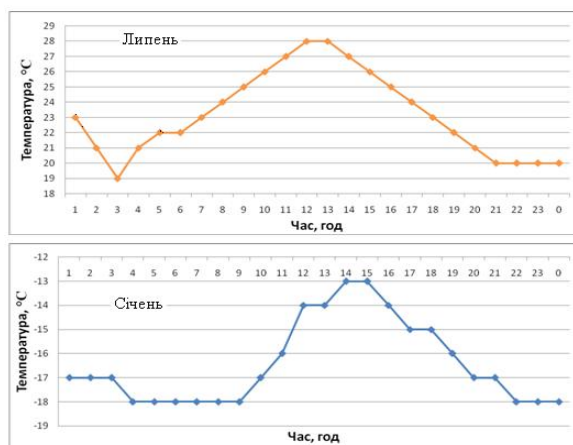


Рис. 2. Температурні показники навколишнього середовища

Методика досліджень та результати роботи

Математична модель процесу, що розглядається, має вигляд:

$$(c\rho)_1 \frac{\partial t_1}{\partial \tau} = \lambda_1 \frac{\partial^2 t_1}{\partial x^2}, \quad \tau > 0, \quad 0 < x < S_1 \quad (1)$$

$$(c\rho)_2 \frac{\partial t_2}{\partial \tau} = \lambda_2 \frac{\partial^2 t_2}{\partial x^2}, \quad \tau > 0, \quad S_1 < x < S_2 \quad (2)$$

$$(c\rho)_3 \frac{\partial t_3}{\partial \tau} = \lambda_3 \frac{\partial^2 t_3}{\partial x^2}, \quad \tau > 0, \quad S_2 < x < S_3 \quad (3)$$

$$t_i(x,0) = t_0, \quad i = 1,2,3 \quad (4)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial t_1}{\partial x} \Big|_{x=0} = q_0 + \alpha_0 (t_{cp} - t_1(0, \tau)) \quad (5)$$

$$\lambda_3 \frac{\partial t_3}{\partial x} \Big|_{x=S_3} = \alpha_1 (t_3(S_3, \tau) - t_k) \quad (6)$$

$$t_1(S_1, \tau) = t_2(S_1, \tau); \quad \lambda_1 \frac{\partial t_1}{\partial x} \Big|_{x=S_1} = \lambda_2 \frac{\partial t_2}{\partial x} \Big|_{x=S_1} \quad (7)$$

$$t_2(S_2, \tau) = t_3(S_2, \tau); \quad \lambda_2 \frac{\partial t_2}{\partial x} \Big|_{x=S_2} = \lambda_3 \frac{\partial t_3}{\partial x} \Big|_{x=S_2} \quad (8)$$

Можливість зміни фазового стану матеріалу середнього шару враховується формулою визначення теплоємності в залежності від температури

$$c_2(t) = \begin{cases} c_{21}, & t \leq t_{f1} \\ c_{22}, & t_{f1} < t < t_{f2} \\ c_{23}, & t \geq t_{f2} \end{cases}$$

Розв'язання подібних задач за допомогою аналітичних методів пов'язане з принциповими математичними труднощами, призводить до спрощення математичних моделей і суттєвого зниження практичної цінності одержаних результатів. В даній роботі використовується спеціальна методика, заснована на універсальних різницевих схемах модифікованого методу елементарних теплових балансів [4]. Узагальнений алгоритм розв'язання задачі наведений на рис. 3.

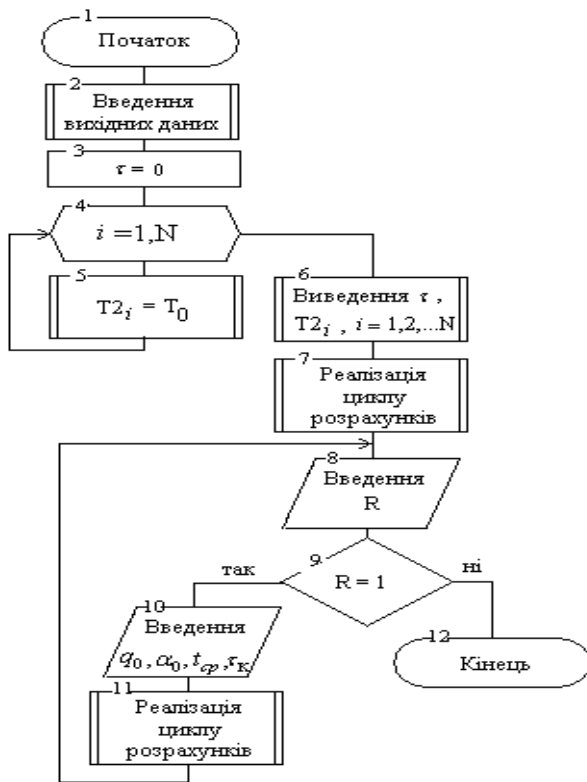


Рис. 3. Узагальнена блок-схема алгоритму

Розрахункові формули, виведені за допомогою вказаного методу [4], можуть бути представлені системою рівнянь

$$A_i t_i^{n+1} - C_i t_i^{n+1} + B_i t_{i+1}^{n+1} = -F_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (9)$$

де

$$A_i = \begin{cases} 0, & i = 1 \\ \frac{\lambda_1 \Delta \tau}{(c\rho)_1 \Delta x_1^2}, & i = 2, 3, \dots, L-1 \\ \frac{\lambda_1 \Delta \tau}{((c\rho)_1 \Delta x_1 + (c\rho)_2 \Delta x_2) \Delta x_1}, & i = L \\ \frac{\lambda_2 \Delta \tau}{(c\rho)_2 \Delta x_2^2}, & i = L+1, L+2, \dots, M-1 \\ \frac{\lambda_2 \Delta \tau}{((c\rho)_2 \Delta x_2 + (c\rho)_3 \Delta x_3) \Delta x_2}, & i = M \\ \frac{\lambda_3 \Delta \tau}{(c\rho)_3 \Delta x_3^2}, & i = M+1, M+2, \dots, N-1 \\ \frac{2\lambda_3 \Delta \tau}{(c\rho)_3 \Delta x_3^2}, & i = N \end{cases}$$

$$A_i = \begin{cases} 0, & i = 1 \\ \frac{\lambda_1 \Delta \tau}{(c\rho)_1 \Delta x_1^2}, & i = 2, 3, \dots, L-1 \\ \frac{\lambda_1 \Delta \tau}{((c\rho)_1 \Delta x_1 + (c\rho)_2 \Delta x_2) \Delta x_1}, & i = L \\ \frac{\lambda_2 \Delta \tau}{(c\rho)_2 \Delta x_2^2}, & i = L+1, L+2, \dots, M-1 \\ \frac{\lambda_2 \Delta \tau}{((c\rho)_2 \Delta x_2 + (c\rho)_3 \Delta x_3) \Delta x_2}, & i = M \\ \frac{\lambda_3 \Delta \tau}{(c\rho)_3 \Delta x_3^2}, & i = M+1, M+2, \dots, N-1 \\ \frac{2\lambda_3 \Delta \tau}{(c\rho)_3 \Delta x_3^2}, & i = N \end{cases}$$

$$B_i = \begin{cases} \frac{2\lambda_1 \Delta \tau}{(c\rho)_1 \Delta x_1^2}, & i = 1 \\ \frac{\lambda_1 \Delta \tau}{(c\rho)_1 \Delta x_1^2}, & i = 2, 3, \dots, L-1 \\ \frac{\lambda_1 \Delta \tau}{((c\rho)_1 \Delta x_1 + (c\rho)_2 \Delta x_2) \Delta x_2}, & i = L \\ \frac{\lambda_2 \Delta \tau}{(c\rho)_2 \Delta x_2^2}, & i = L+1, L+2, \dots, M-1 \\ \frac{\lambda_2 \Delta \tau}{((c\rho)_2 \Delta x_2 + (c\rho)_3 \Delta x_3) \Delta x_3}, & i = M \\ \frac{\lambda_3 \Delta \tau}{(c\rho)_3 \Delta x_3^2}, & i = M+1, M+2, \dots, N-1 \\ 0, & i = N \end{cases}$$

$$C_i = \begin{cases} 1 + B_1 + \frac{2\alpha_0 \Delta \tau}{(c\rho)_1 \Delta x_1}, & i = 1 \\ 1 + A_i + B_i, & i = 2, 3, \dots, N-1 \\ 1 + A_N + \frac{2\alpha_1 \Delta \tau}{(c\rho)_3 \Delta x_3}, & i = N \end{cases}$$

$$F_i = \begin{cases} t_i^n + \frac{2(q_0 + \alpha_0 t_{cp}) \Delta \tau}{(c\rho)_1 \Delta x_1}, & i = 1 \\ t_i^n, & i = 2, 3, \dots, N-1 \\ t_i^n + \frac{2\alpha_1 \Delta \tau}{(c\rho)_3 \Delta x_3} t_k, & i = N \end{cases}$$

Система рівнянь (9) на кожному часовому кроці розв'язується за допомогою методу прогону [4] з використанням формул

$$\xi_N = \frac{A_N}{C_N}, \quad \eta_N = \frac{F_N}{C_N}$$

$$\xi_i = \frac{A_i}{C_i - B_i \xi_{i+1}}, \quad \eta_i = \frac{F_i + B_i \eta_{i+1}}{C_i - B_i \xi_{i+1}}, \quad i = N-1, N-2, \dots, 2$$

$$t_1^{n+1} = \frac{F_1 + B_1 \eta_2}{C_1 - B_1 \xi_2}$$

$$t_{i+1}^{n+1} = \xi_{i+1} t_i^{n+1} + \eta_{i+1}, \quad i = 1, 2, \dots, N-1$$

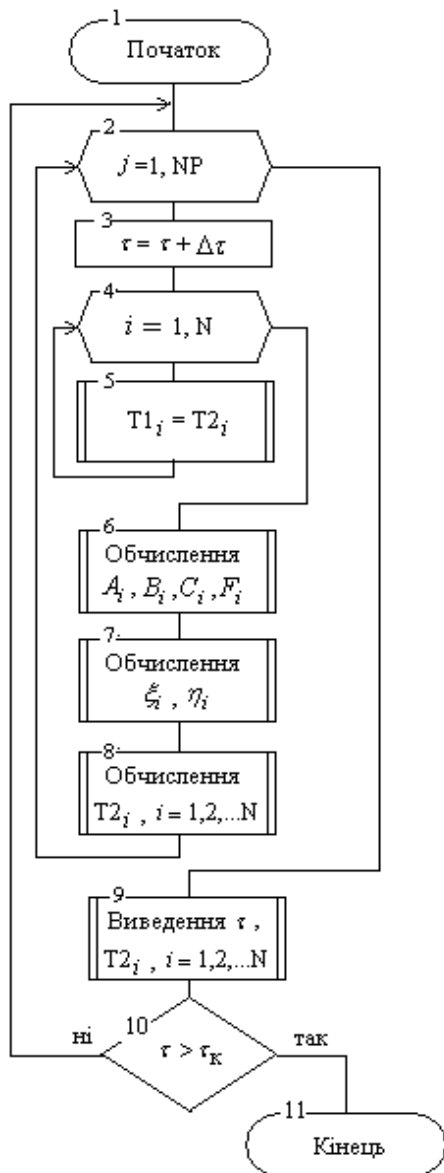


Рис. 4. Деталізація циклу розрахунків

Деталізація блоку «Реалізація циклу розрахунків» узагальненого алгоритму наведена на рис. 4.

При цьому під циклом розрахунків мається на увазі проведення розрахунків процесу при незмінних умовах теплообміну з зовнішнім середовищем. Для продовження розрахунків при змінених умовах необхідно ввести $R=1$ і тоді узагальненим алгоритмом передбачена можливість введення характеристик, що змінюють умови теплообміну з зовнішнім середовищем, та реалізація нового циклу розрахунків. Введення значення R , відмінного від 1, призводить до завершення роботи алгоритму.

В алгоритмі передбачається виведення результатів на друк після певної кількості кроків, яка задається параметром NP . Масиви $T1$ і $T2$ в алгоритмі відповідають значенням t_i^n і t_i^{n+1} в розрахункових формулах.

Параметр τ_K задає час закінчення чергового циклу (при незмінних умовах теплообміну з зовнішнім середовищем). При цьому ведеться загальний відлік часу з самого першого циклу.

Для проведення розрахунків за наведеним алгоритмом розроблена програма, яка реалізована в середовищі PascalABC. Результати розрахунків зміни температурного поля плити з різною товщиною МФП протягом доби у липні 2015 року представлені на рис. 5 (верхня крива відповідає зовнішній поверхності плити, нижня — внутрішній поверхності плити, середня — шару МФП).

Як видно з рис. 5, температура в приміщенні в літніх умовах в значній мірі залежить від товщини шару МФП. При товщині шару МФП 2,5 мм неможливо забезпечити комфортну температуру у приміщенні у пікові моменти температурних умов зовні. Використання шару МФП з товщиною 3,5 мм забезпечує стабільну та комфортну температуру в середині приміщення

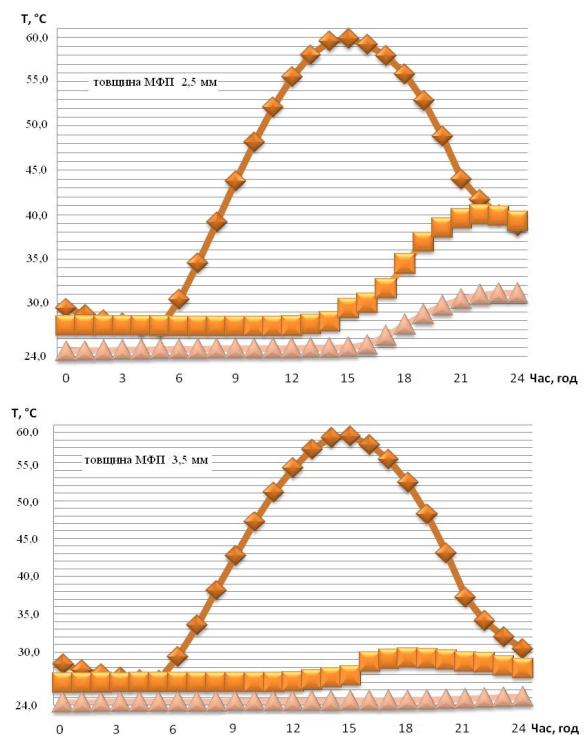


Рис. 5. Температурне поле плити у липні

(24—25°C), навіть при коливанні температури зовнішнього шару плити в межах від 27 до 60°C.

На рис. 6 показані зміни температурного поля плити протягом доби у січні 2015 року (верхня крива відповідає внутрішній поверхності плити, нижня — зовнішній поверхності плити, середня — шару МФП). Видно, що в зимових умовах при коливанні температури зовнішнього шару плити в межах 8—12°C температура внутрішньої поверхності плити (стеля) змінювалась несуттєво (15,5—16°C). Це можна пояснити впливом теплофізичних характеристик МФП, зокрема теплоємністю, яка відрізняється від теплоємності бетону майже вдвічі. З цього витікає, що МФП має акумуляційні якості навіть при відсутності фазового переходу. Це може зменшити витрату теплоти на обігрів приміщення.

Як видно з рис. 5, температура в приміщенні в літніх умовах в значній мірі залежить від товщини шару МФП. При товщині шару МФП 2,5 мм неможливо забезпечити комфортну температуру у приміщенні у пікові моменти температурних умов зовні. Використання шару МФП з товщиною 3,5 мм забезпечує стабільну та комфортну температуру в середині приміщення (24—25°C), навіть при коливанні температури зовнішнього шару плити в межах від 27 до 60°C.

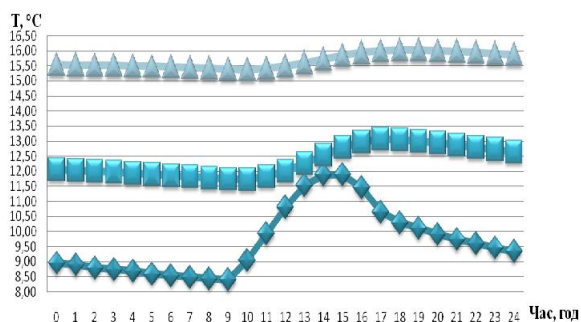


Рис. 6. Температурне поле плити у січні

На рис. 6 показані зміни температурного поля плити протягом доби у січні 2015 року (верхня крива відповідає внутрішній поверхності плити, нижня — зовнішній поверхності плити, середня — шару МФП). Видно, що в зимових умовах при коливанні температури зовнішнього шару плити в межах 8—12°C температура внутрішньої поверхності плити (стеля) змінювалась несуттєво (15,5—16°C).

Це можна пояснити впливом теплофізичних характеристик МФП, зокрема теплоємністю, яка відрізняється від теплоємності бетону майже вдвічі. З цього витікає, що МФП має акумуляційні якості навіть при відсутності фазового переходу.

Висновки

1. Запропоновано комп'ютерно орієнтований алгоритм моделювання теплового стану плит перекриття, створених з використанням МФП.
2. Встановлено, що у тришаровій плиті перекриття з використанням МФП на основі глауберової солі при товщині шару МФП 3,5 мм досягається заданий рівень комфортної температури у приміщенні влітку (в умовах м. Кам'янського), навіть при коливанні температури зовнішнього шару плити в межах від 27 до 60°C.
3. Результати розрахунків роботи плити з глауберовою сіллю у зимових умовах показали, що при коливанні температури зовнішнього шару плити в межах 8—12°C, температура внутрішнього шару плити (стеля приміщення) змінювалась несуттєво (15,5—16°C). Це можна пояснити впливом теплофізичних характеристик МФП, зокрема теплоємністю, яка відрізняється від теплоємності бетону майже вдвічі. З цього витікає, що плита з цим МФП має кращі акумуляційні якості навіть при відсутності фазового переходу. Це може зменшити витрату теплоти на обігрів приміщення.
4. Результати досліджень свідчать про перспективність використання матеріалів з МФП у будівельних конструкціях м. Кам'янського.
5. Цікавим напрямком використання МФП у будівельних конструкціях уявляються багатошарові плити з декількома шарами МФП матеріалів. Це потребує подальших досліджень у моделюванні теплового стану таких об'єктів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Левенберг В.Д. Аккумуляирование тепла / Левенберг В.Д., Ткач М.Р., Гольстрем В.А. — К. : Техника, 1991. — 112 с.
2. Теплофизические свойства теплоаккумулирующих материалов, кристаллогидраты / А.Г. Мозговой, Э.Э. Шпильрайн, М.А. Дибиров [и др.]. — АН СССР. Ин-т высоких температур, Науч. — информ. центр по тепло-физ. свойствам чистых веществ. — М. : 1990. — 105 с.
3. A. Pasupathy. Experimental investigation and numerical simulation analysis on the thermal performance of a building roof incorporating phase change material (PCM) for thermal management/ A. Pasupathy, L. Athanasius, R. Velraj, R.V. Seeniraj // *Applied Thermal Engineering, Volume 28, Issues 5–6, April 2008, Pages 556-565*
4. Огурцов А.П. Математические методы и модели в расчетах на ЭВМ/ А.П. Огурцов, Л.М. Мамаев, И.К. Каримов. — К.: ИСМО, 1997. — 192 с.

пост. 30.05.2017