

В.Д. ВЕРНИГОРА, старший викладач
Дніпровський державний технічний університет, м. Кам'янське

Розробка математичної моделі процесу мийки шламів абразивної обробки металів в миючому розчині

Метою роботи є по результатам дослідження процесу мийки шламу абразивної обробки металів розробити математичну модель для визначення кількості мастила, що переходить в миючий розчин

Вступ

На сьогоднішній день машинобудівні підприємства мають величезні проблеми з утилізацією шламів, що отримуються після шліфування деталей. Щомісяця їх утворюється тисячі тон. Вони не утилізуються, а вивозяться на спеціальні сховища, чим погіршують екологічну безпеку навколишнього середовища.

За своїм складом такий шлам являє собою суміш подрібненої стружки, абразиву, технічного мастила, мастильно-охолоджуючої рідини, пилу і ін. Процентний вміст металевої подрібненої стружки у шламах абразивної обробки металів досягає 60—80 %.

При світовому зростанні цін на сировину і розвиток порошкової металургії, а також з метою зменшення обсягів накопичення шламів абразивної обробки металів і рівня забруднення навколишнього середовища доцільним і економічно вигідним є переробка шламів абразивної обробки металів. Авторами [1] розроблений технологічний процес і комплексна система обладнання для вилучення металевих частинок з шламів абразивної обробки металів. Проведено дослідження процесу мийки шламу абразивної обробки металів [2].

Постановка проблеми Побудова математичної моделі процесу мийки шламу абразивної обробки металів.

Аналіз публікацій по даній темі

З метою вирішення поставленого завдання були використані матеріали, методології і та підходи, що містяться в роботах [1—3].

Матеріали досліджень

У роботі поставлено завдання про визначення кількості мінерального мастила И-20 (G), яке переходить у миючий розчин «Лабомід» у процесі мийки шламу абразивної обробки металів. Завдання вирішувалося знаходженням умовного мінімуму функції відгуку для кількості забруднення $G(\tau)$. Для одержання зазначеної функції проведений аналіз експериментальних даних процесу мийки шламу.

Таблиця 1. Рівні і інтервали варіювання факторів

№ досліджу	Фактори	Кодове позначення	Інтервали варіювання	Рівні факторів				
				-1,682	-1	0	+1	+1,682
1	C_p — концентрація миючого розчину, кг/м ³	x_1	5	6,59	10	15	20	23,41
2	T — температура миючого розчину, °С	x_2	10	18,18	25	35	45	51,82
3	(τ) — час мийки шламу, сек.	x_3	540	57,24	180	360	540	662,76

У математичній постановці задачі у якості змінних прийняті наступні фактори: C_p — концентрація миючого розчину (кг/м³); T — температура миючого розчину (°С); τ — час мийки шламу (сек.).

Для побудови математичної моделі залежності кількості забруднення $G = f(C_p, T, \tau)$ (кг), яке переноситься з боку шламу абразивної обробки металів у миючий розчин від зазначених вище факторів використовується методика планування експерименту. Для одержання функції відгуку (реакції) у вигляді ступеневого поліному другого порядку реалізований композиційний ротатабельний план другого порядку для трьох факторів.

Загальна кількість досліджень у матриці центрального композиційного ортогонального плану при $k = 3$ факторах складала [4, 5]:

$$N = 2^k + 2k + n_0 = 2^3 + 2 \cdot 3 + 6 = 20, \quad (1)$$

де n_0 — кількість експериментів в центрі плану з нульовими координатами.

Прийняті при дослідженні рівні і інтервали варіювання факторів наведені у таблиці 1.

Матриця планування і результати дослідження наведені у таблиці 2. Центральний композиційний ротатабельний план другого порядку для трьох факторів складається з плану повного факторного експерименту типу 2^3 (див. табл.2, дослід. 1—8), шести досліджень у «зіркових точках» (дослід. 9—14) і шести досліджень в центрі плану (дослід. 15—20).

По результатам досліджень, виконаних у відповідності з прийнятим планом експерименту, можна оцінити коефіцієнти рівняння регресії виду:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{33}x_3^2 \quad (2)$$

Таблиця 2. Матриця планування і результати дослідів

№	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	x^2_1	x^2_2	x^2_3	y	\bar{y}	Похибка, %
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	7,265	7,272	-0,10
2	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	1	9,637	9,577	0,62
3	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	5,042	5,024	0,35
4	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	6,693	6,597	1,44
5	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	4,583	4,666	-1,80
6	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	7,001	6,971	0,43
7	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	6,066	6,112	-0,76
8	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	7,740	7,685	0,72
9	1	1,68	0	0	0	0	0	2,83	0	0	7,070	7,164	-1,34
10	1	-1,68	0	0	0	0	0	2,83	0	0	5,917	5,887	0,51
11	1	0	1,68	0	0	0	0	0	2,83	0	7,460	7,456	0,06
12	1	0	-1,68	0	0	0	0	0	2,83	0	6,095	6,165	-1,13
13	1	0	0	1,68	0	0	0	0	0	2,83	5,183	5,108	1,44
14	1	0	0	-1,68	0	0	0	0	0	2,83	8,230	8,370	-1,70
15	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5,762	5,928	-2,89
16	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6,018	5,928	1,50
17	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5,910	5,928	-0,30
18	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6,018	5,928	1,50
19	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6,083	5,928	2,55
20	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5,790	5,928	-2,38
Σ	129,56	5,18	5,24	-13,24	7,38	0,069	-1,46	90,76	92,37	91,97	275,11		

Коефіцієнти рівняння при $\kappa = 3$ визначаємо по наступним формулам:

$$b_0 = 0,16666 \sum_{j=1}^{20} y_j - 0,05694 \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^{20} x_{ij}^2 y_j ;$$

$$b_i = 0,07322 \sum_{j=1}^{20} x_{ij} y_j ; b_{ii} = 0,125 \sum_{j=1}^{20} x_{ij} x_{ij} y_j ;$$

$$b_{ii} = 0,06254 \sum_{j=1}^{20} x_{ij}^2 y_j + 0,00695 \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^{20} x_{ij}^2 y_j -$$

$$- 0,05694 \sum_{j=1}^{20} y_j .$$

По даним табл. 2 суми, що входять в формули для розрахунку коефіцієнтів рівняння:

$$\sum_{j=1}^{20} y_j = 129,563 ; \sum_{j=1}^{20} x_{1j} y_j = 5,185 ;$$

$$\sum_{j=1}^{20} x_{2j} y_j = 5,241 ; \sum_{j=1}^{20} x_{1j} x_{1j} y_j = -13,241 ;$$

$$\sum_{j=1}^{20} x_{1j} x_{2j} y_j = 7,389 ; \sum_{j=1}^{20} x_{1j} x_{3j} y_j = 0,069 ;$$

$$\sum_{j=1}^{20} x_{2j} x_{3j} y_j = -1,464 ; \sum_{j=1}^{20} x_{1j}^2 y_j = 90,768 ;$$

$$\sum_{j=1}^{20} x_{2j}^2 y_j = 92,375 ; \sum_{j=1}^{20} x_{3j}^2 y_j = 91,972 ;$$

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^{20} x_{ij}^2 y_j = 275,115 .$$

Використовуючи приведені вище формули, знаходимо коефіцієнти рівняння регресії (2):

$$b_0 = 0,16666 \cdot 129,563 - 0,05694 \cdot 275,115 = 5,928 ;$$

$$b_1 = 0,07322 \cdot 5,185 = 0,38 ; b_2 = 0,07322 \cdot 5,241 = 0,384 ;$$

$$b_3 = 0,07322 \cdot (-13,241) = -0,969 ;$$

$$b_{12} = 0,125 \cdot 7,389 = 0,924 ;$$

$$b_{13} = 0,125 \cdot 0,069 = 0,009 ; b_{23} = 0,125 \cdot (-1,464) = -0,183 ;$$

$$b_{11} = 0,06254 \cdot 90,768 + 0,00695 \cdot 275,115 -$$

$$- 0,05694 \cdot 129,563 = 0,211 ;$$

$$b_{22} = 0,06254 \cdot 92,375 + 0,00695 \cdot 275,115 -$$

$$- 0,05694 \cdot 129,563 = 0,312 ;$$

$$b_{33} = 0,06254 \cdot 91,972 + 0,00695 \cdot 275,115 -$$

$$- 0,05694 \cdot 129,563 = 0,297 .$$

Дисперсію S_y^2 відтворюваності визначаємо по результатам досліджень в центрі плану. Для розрахунку S_y^2 склали додаткову таблицю (табл. 3).

Дисперсії, що характеризують помилки в визначенні коефіцієнтів рівняння регресії при $\kappa = 3$, вчислили по формулам:

$$S^2\{b_0\} = 0,16666 S_y^2 ; S^2\{b_i\} = 0,07322 S_y^2 ;$$

$$S^2\{b_{ii}\} = 0,125 S_y^2 ; S^2\{b_{ii}\} = 0,0695 S_y^2 .$$

Таблиця 3. Допоміжна таблиця для розрахунку s_y^2

Номер опыта	y_j	\bar{y}_j	$y_j - \bar{y}_j$	$(y_j - \bar{y}_j)^2$	s_y^2
15	5,7615	$\bar{y} = \frac{\sum_{z=1}^{n_0} y_z}{n_0} = \frac{35,571}{6} = 5,928$	-0,1665	0,0278	$s_y^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n_0} (y_j - \bar{y}_j)^2}{n_0 - 1} = \frac{0,087}{6 - 1} = 0,0175$
16	6,018		0,09	0,0081	
17	5,91		-0,0892	0,0079	
18	6,018		0,018	0,0003	
19	6,083		0,155	0,024	
20	5,79		-0,138	0,019	
	$\sum_{j=1}^{n_0} y_j = 35,571$			$s_E = \frac{\sum_{j=1}^{n_0} (y_j - \bar{y}_j)^2}{n_0} = 0,087$	

Дисперсії коефіцієнтів рівняння регресії, обчислені за вище приведеними формулами мають такі значення:

$$S^2\{b_0\} = 0,0029; S^2\{b_i\} = 0,0013;$$

$$S^2\{b_{ii}\} = 0,0022; S^2\{b_{ii}\} = 0,0012.$$

Визначаємо довірчі інтервали для коефіцієнтів рівняння регресії:

$$\Delta b_0 = \pm t \cdot S\{b_0\} = \pm 0,1386; \Delta b_i = \pm t \cdot S\{b_i\} = \pm 0,0919;$$

$$\Delta b_{ii} = \pm t \cdot S\{b_{ii}\} = \pm 0,1202; \Delta b_{ii} = \pm t \cdot S\{b_{ii}\} = \pm 0,09,$$

де $\pm t = 2,57$ — табличне значення критерію Стьюдента при 5% — ому рівні значимості і числом ступеню свободи $f = 5$.

Коефіцієнт b_{13} менше довірчого інтервалу, тому його можна признати статистично не значимим і ви-

ключити із рівняння регресії. Після виключення незначущого коефіцієнту, рівняння (2) прийме вид:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{23}x_2x_3 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{33}x_3^2. \quad (3)$$

Адекватність отриманої моделі перевіряємо по критерію Фішера.

Знаходимо дисперсію адекватності за формулою:

$$s_{ad}^2 = \frac{s_R - s_E}{N - \kappa' - (n_0 - 1)} \quad (4)$$

Визначаємо суму квадратів відхилень розрахункових значень \hat{y}_p функції відгуку від експериментальних y_{on} .

Для обчислення s_R складемо допоміжну таблицю 4.

Таблиця 4. Допоміжна таблиця для розрахунку s_R

Номер опыта	y_{on}	\hat{y}_p	$y_{on} - \hat{y}_p$	$\varepsilon = \frac{y_{on} - \hat{y}_p}{y_{on}} \cdot 100\%$	$(y_{on} - \hat{y}_p)^2$
1	7,265	7,272	-0,007	0,10	0,00005
2	9,637	9,577	0,060	0,62	0,0036
3	5,0415	5,024	0,018	0,35	0,0003
4	6,693	6,597	0,096	1,43	0,0092
5	4,5832	4,666	-0,083	1,81	0,0069
6	7,001	6,971	0,030	0,43	0,0009
7	6,0658	6,112	-0,046	0,76	0,0021
8	7,740	7,685	0,055	0,71	0,0030
9	7,070	7,164	-0,094	1,33	0,0088
10	5,9175	5,887	0,031	0,52	0,00096
11	7,460	7,456	0,004	0,05	0,00002
12	6,096	6,165	-0,069	1,13	0,0048
13	5,183	5,108	0,075	1,45	0,0056
14	8,230	8,370	-0,140	1,70	0,0196
15	5,7615	5,928	-0,166	2,89	0,0277
16	6,018	5,928	0,090	1,50	0,0081
17	5,910	5,928	-0,018	0,30	0,0003
18	6,018	5,928	0,090	1,50	0,0081
19	6,083	5,928	0,155	2,55	0,0240
20	5,79	5,928	-0,138	2,38	0,0190
					$s_R = \sum_{j=1}^{20} (y_{on} - y_p)^2 = 0,153$

Сумма квадратів s_E (див.табл.3) буде дорівнювати: $s_E = 0,087$

Тоді дисперсія адекватності буде:

$$s_{ad}^2 = \frac{0,153 - 0,087}{20 - 9 - (6 - 1)} = 0,011.$$

$$s_y^2 = 0,0175 \text{ (див. табл. 3)}$$

Критерій Фішера розраховуємо по формулі:

$$F_p = \frac{s_{ad}^2}{s_y^2} \quad (5)$$

При розрахунку критерію Фішера повинна виконуватися умова $s_{ad}^2 > s_y^2$. В противному випадку необхідно поміняти місцями дисперсії [5].

Визначаємо розрахункове значення критерію Фішера:

$$F_p = \frac{s_y^2}{s_{ad}^2} = \frac{0,0175}{0,011} = 1,32.$$

При 5% — ому рівні значущості і числах ступенів свободи дисперсії адекватності $f_{ad} = N - k' - (n_0 - 1) = 20 - 9 - (6 - 1) = 6$ і дисперсії відворуваності $f_y = n_0 - 1 = 6 - 1 = 5$, табличне значення критерію Фішера $F_T(0,05;6;5) = 4,95$.

Перевірка гіпотези адекватності моделі, що представлена рівнянням (3), показала, що отримана модель адекватна при 5% - ому рівні значущості, так як розрахункове значення критерію менше табличного $F_p = 1,32 < F_T(0,05;9;5) = 3,5$.

Обчислені за рівнянням (3) значення відрізняються від експериментальних на величини, що не перевищують похибку досліду (табл.4).

Кодовані значення факторів пов'язані з натуральними наступними залежностями:

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{C_p - 15}{5} = 0,2C_p - 3; \\ x_2 &= \frac{T - 35}{10} = 0,1T - 3,5; \\ x_3 &= \frac{\tau - 360}{180} = 0,0056\tau - 2. \end{aligned} \quad (6)$$

Переходячи від кодованих $(x_1; x_2; x_3)$ значень факторів до натуральних, $(C_p; T; \tau)$ одержимо залежність кількості забруднення G_t , що перейшло зі шламу

абразивної обробки металів у миючий розчин «Лабомід» від складових (концентрації і температури миючого розчину, а також від часу мийки шламу).

Рівняння (3) з урахуванням відносин (6) можна представити у вигляді:

$$\begin{aligned} G &= 108,03 - 0,824C_p - 0,42T - 0,0083\tau + \\ &+ 0,0185C_p T - 0,0001T\tau + 0,0084C_p^2 + \\ &+ 0,0031T^2 + 0,0000092\tau^2. \end{aligned} \quad (7)$$

Рівняння (7) адекватно, тому його можна використовувати як інтерполяційну формулу для обчислення величини G , кг/м³ — кількості забруднення, яке переходить у миючий розчин за час мийки τ , сек.

Висновки

Розроблена математична модель процесу мийки шламів абразивної обробки металів в миючому розчині дозволяє визначити кількість мастила, що переходить в миючий розчин при заданих межах часу мийки. Це дозволить оптимізувати процес мийки і мінімізувати габаритні розміри (довжину) мийного жолобу обладнання для переробки шламів абразивної обробки металів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Вернигора В.Д. Извлечение металлических частиц из шламов абразивной обработки металлов / В.Д. Вернигора, А.Н. Коробочка // Збагачення корисних копалин: Наук.-техн. зб. — 2008. — Вип. 32(73). — С.26—32.
2. Вернигора В.Д. Исследование процесса мойки твердых частиц шлама абразивной обработки металлов/В.Д.Вернигора // Механизация производственных процессов рыбного хозяйства, промышленных и аграрных предприятий. Сб. науч. труд. КГМТУ. — Керчь: 2008. Вып. 9. — С. 137—140.
3. Вернигора В.Д. Исследование процесса мойки металлосодержащих шламов/ В.Д. Вернигора, А.Н. Коробочка //«Математичне моделювання». Математичні моделі та алгоритми: Науковий журнал. — Дніпродзержинськ: ДДТУ. — 2015. Випуск 1(32). — С. 52—56.
4. Спиридонов А.А. Планирование эксперимента при исследовании технологических процессов/ А.А. Спиридонов// — М.: Машиностроение, 1981. — 184 с.
5. Блохин В.Г. Современный эксперимент: подготовка, проведение, анализ результатов / В.Г. Блохин, О.П. Глудкин, А.И. Гуров, М.Л. Ханин; Под ред. О.П. Глудкина // М.: Радио и связь, 1997. — 232 с.

пост. 07.04.2017