

**А. В. ЛЬДОВСКАЯ**, студентка  
**С. К. МЕЩАНИНОВ**, д.т.н., профессор  
 Днепропетровский государственный технический университет, Каменское

## Математическая модель оценки риска отказа подсистемы «человек» в системе «человек-машина-среда»

Предложен метод расчета интегрального показателя для оценки психофизиологического состояния человека-оператора. На основе использования математического аппарата нечеткой логики разработана модель риска отказа подсистемы «человек» человеко-машинной системы. На основе этой модели может быть разработана математическая модель оценки риска отказа человеко-машинной системы и, соответственно, в дальнейшем, имитационная компьютерная модель оценки риска отказа подсистемы «Человек».

### Постановка проблемы

В связи с всё большим внедрением более сложной техники во все сферы жизнедеятельности человека и ускоренными темпами производственного оборудования все более остро возникает необходимость обеспечить безотказную работу машин и различного рода технологического оборудования во всех сферах человеческой деятельности, а в первую очередь — на производстве. Все аварийные ситуации, можно назвать сбоем системы «Человек – Машина – Среда» (ЧМС).

Вероятность такого сбоя может быть определена на основе данных контроля и прогноза состояния системы ЧМС и ее элементов, и, в этом случае могут быть приняты определенные меры предосторожности. В случае неожиданного отказа системы ЧМС, как правило, возникают крайне негативные экономические, социальные и экологические последствия, избежать которых без проведения предварительных исследований и осуществления мониторинга состояния системы ЧМС в режиме реального времени не представляется возможным.

На сегодняшний день, подсистема «Человек» системы ЧМС, является, с одной стороны, наиболее уязвимым звеном, что обусловлено, нестабильностью его психофизиологического состояния (ПС), а с другой стороны — в случае непредвиденных технических неполадок, именно «Человек» может минимизировать ущерб от аварии. Исследования влияния «человеческого фактора» на надежность функционирования современного производства посвящены многие работы, к примеру, в [1—3].

Существует большое количество систем предназначенных для диагностики ПС (системы Mind Reader, Барьер, Крис, Поларг и др). Появляются новые системы и методы психофизиологической диагностики. Однако ни одна из них не способна выполнять контроль ПС в соответствии со всеми требованиями, предъявляемыми производством. Все используемые в настоящее время системы осуществляют периодический контроль с довольно большим периодом (от одной до нескольких десятков минут), не позволяющим отслеживать ПС человека в реальном времени. В большинстве систем используются методики, требующие отрыва обследуемых от работы, либо ограничивающие их возможности, что затрудняет их полноценное использование в условиях производства.

Одна из основных трудностей на пути к созданию требуемой системы связана со спецификой регистрируемой информации. Измеряемые параметры с одной стороны переменны от индивидуума к индивидууму, а

с другой — существует необходимость рассчитывать их «суммарное» значение, с учетом нелинейности их взаимосвязей. По этой причине возникают сложности при математической обработке и принятии решений.

Таким образом, целью настоящей работы является разработка математической модели оценки состояния подсистемы «человек» человеко-машинной системы.

### Основная часть

На рис. 1 показана блок-схема анализа поступающих в контролируемую систему сигналов биометрической информации о ПС человека-оператора.

Математическое описание расчета рисков, учитывая неопределенность и неточность идентификации параметров, наличие большого количества предположений и допущений, базируется на теории нечетких множеств [4, 5, 6] и предполагает решение одним алгоритмом задач, различных по своим исходным параметрическим данным. Воспользуемся далее результатами работ [7, 8, 9].

Для расчета предлагается следующая последовательность действий:

1. Уточнить количественные или качественные параметры  $C_i$ , используемые для описания уровня риска отказа подсистемы «Человек» (рис. 1). Каждый параметр представить в виде лингвистической переменной, имеющей свой носитель  $X$  (единицу измерения) со своей областью определения на вещественной оси.

2. На выбранном носителе определить лингвистическую переменную вида «Уровень параметра  $X$ », которая обладает трехуровневым («Низкий», «Средний», «Высокий») или пятиуровневым («Очень низкий», «Низкий», «Средний», «Высокий», «Очень высокий») терм-множеством значений (шкалой).

3. Для каждого значения лингвистической переменной «Уровень параметра  $X$ » определить численные значения удельных весов  $p_i$ , используя методы:

- пропорциональности:

$$p_i = \frac{2(N - i + 1)}{(N + 1)N}, \quad (1)$$

- равно значимости:

$$p_i = 1/N \quad (2)$$

4. Каждому значению лингвистической переменной «Уровень параметра  $X$ » экспертным путем поставить в соответствие стандартный нечеткий 01-классификатор и функцию принадлежности  $\mu_i(x_i)$  (рис. 2).



Рис. 1. Блок-схема анализа поступающих сигналов биопараметров человека-оператора

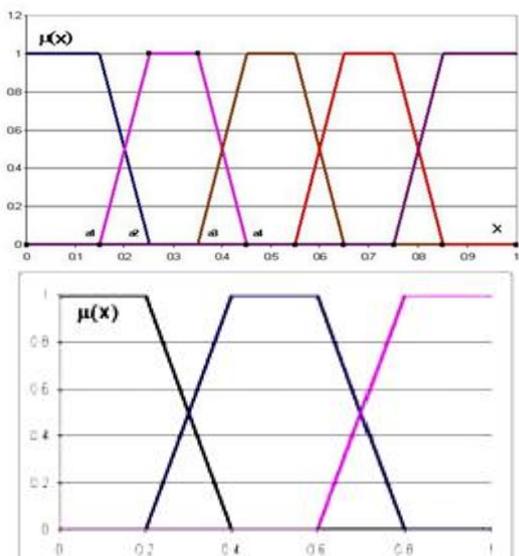


Рис.2. Стандартные пяти- и трехуровневые нечеткие 01-классификаторы

5. Составить матрицу для оценки показателя агрегированного (в рамках вида) риска (табл. 1).

Таблица 1. Матрица для оценки агрегированного показателя риска

Параметры риска	Веса параметров, $p_i$	Функции принадлежности для уровней параметров риска				
		«Очень низкий» $\mu_1$	«Низкий» $\mu_2$	«Средний» $\mu_3$	«Высокий» $\mu_4$	«Очень высокий» $\mu_5$
C1	0.4	0	0.5	0.5	0	0
C2	0.1	1	0	0	0	0
C3	0.3	0	0	1	0	0
Ci	0.2	0	0.5	0.5	0	0
Узловые точки $a_j$		0.1	0.3	0.5	0.7	0.9

6. Решить матрицу (табл. 1), определив численное значение показателя агрегированного риска : (3)

7. Воспользовавшись стандартным 01-классификатором осуществить контроль (распознавание уровня) полученного значения агрегированного риска .

8. Определить численное значение интегральных показателей рисков R:

9. Воспользовавшись стандартным 01-классификатором осуществить контроль (распознавание уровня) (4)

полученных численных значений показателей рисков R (табл. 2).

Таблица 2. Классификация уровня интегрального показателя риска R на основе стандартного трехуровневого нечеткого 01-классификатора

Интервал значений R	Классификация уровня параметра	Степень оценочной уверенности (функция принадлежности)
$0 < R \leq 0.2$	R_1	1
$0.2 < R \leq 0.4$	R_1	$\mu_1 = 5 * (0.4 - R)$
	R_2	$\mu_2 = 1 - \mu_1$
$0.4 < R \leq 0.6$	R_2	1
$0.6 < R \leq 0.8$	R_2	$\mu_2 = 10 * (0.8 - R)$
	R_3	$\mu_3 = 1 - \mu_2$
$0.8 < R \leq 1.0$	R_3	1

**Математическая модель риска отказа подсистемы «человек»**

Пусть имеется математическая модель риска отказа подсистемы «человек», далее именуемая Risk-моделью:

$$Risk = \langle F, U, P \rangle, \tag{5}$$

где F — древовидная иерархия параметров риска; U — набор качественных оценок уровней каждого параметра в иерархии; P — система отношений предпочтения одних параметров другим для одного уровня иерархии параметров.

В свою очередь, древовидная иерархия F может быть описана ориентированным графом, содержащим одну корневую вершину:

$$F = \langle \{F_i\}, \{V_{ij}\} \rangle, \tag{6}$$

где  $\{F_i\}$  — множество вершин параметров,  $\{V_{ij}\}$  — множество дуг, F0 — корневая вершина, отвечающая риск-параметру системы в целом. При этом в древовидном графе дуги расположены так: началу дуги соответствует вершина нижнего уровня иерархии (ранга), а концу дуги — вершина ранга, на единицу меньшего (рис. 1).

$$U = \{ \text{Низкий уровень (Н)}, \text{Средний уровень (С)}, \text{Высокий уровень (В)} \}, \tag{7}$$

$$P = \{ F_i (\varphi) F_j \mid \varphi \in \{ \prec, \approx \} \}, \tag{8}$$

где  $\prec$  — отношение предпочтения,  $\approx$  — отношение безразличия.

Пример, соответствующий иерархии вида рис. 3.

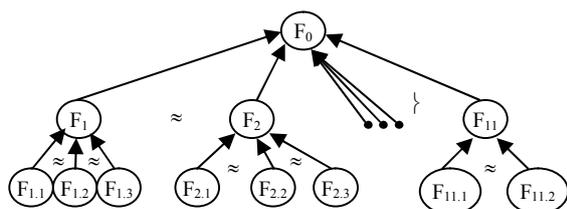


Рис. 3. Иерархия F с наложенной на нее системой P

F = <  
 {F0 – система «Человек» в целом;  
 F1 – Параметр 1;  
 F1.1 – Меньше нормы по причине усталости;  
 F1.2 – Больше нормы по причине усталости ;  
 F1.3 – Больше нормы по причине сбоя техники;  
 F2 – Параметр 2;

....  
 F11 – Параметр 11;  
 };

{связь вершин в графе отображается нумерацией вершин, в соответствии с занимаемым вершиной уровнем иерархии}>.

Рис. 3 соответствует система отношений P:

$$F = \{ F1 \approx F2 \sim F11 \} \{ F2 \} \{ F1 \sim F1.1 \approx F1.2 \approx F1.3 \sim F2.1 \approx F2.2 \approx F2.3; F11.1 \approx F11.2 \} \tag{9}$$

**Метод оценки риска отказа системы**

Чтобы произвести оценку риска отказа системы количественно и качественно, необходимо произвести агрегирование данных, собранных в рамках древовидной иерархии; при этом агрегирование совершается по направлению дуг графа иерархии.

Для агрегирования можно использовать матричную схему, описанную в [9, 10], с той лишь разницей, что агрегированию будет подлежать не отдельное значение выбранной функции принадлежности в структуре лингвистической переменной «Уровень параметра», а вся функция принадлежности целиком. В этом случае для агрегирования применяется OWA-оператор Ягера [10], причем весами в свертке выступают коэффициенты Фишберна (OWA -Ordered Weighted Averaging — усреднение с упорядоченными весами).

Раскроем сказанное выше. Сформируем лингвистическую переменную «Уровень параметра» с терм-множеством значений U вида (7). Тогда в качестве семейства функций принадлежности может выступать стандартный трёхуровневый 01-классификатор [11], где функции принадлежности — трапециевидные треугольные числа (рис. 4):

$$N: \mu_1(x) = \begin{cases} 1, 0 \leq x < 0.2 \\ 5(0.4 - x), 0.2 \leq x < 0.4 \\ 1, 0.4 \leq x \leq 1 \\ 0, 0 \leq x < 0.2 \end{cases}$$

$$C: \mu_2(x) = \begin{cases} 5(x - 0.2), 0.2 \leq x < 0.4 \\ 1, 0.4 \leq x < 0.6 \\ 5(0.8 - x), 0.6 \leq x < 0.8 \\ 0, 0.8 \leq x \leq 1 \\ 0, 0 \leq x < 0.6 \end{cases} \tag{10}$$

$$B: \mu_3(x) = \begin{cases} 5(x - 0.6), 0.6 \leq x < 0.8 \\ 1, 0.8 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

Везде в (10) x — это 01-носитель (отрезок [0,1] вещественной оси).

Стандартный классификатор осуществляет проекцию нечеткого лингвистического описания на 01-носитель, при этом делает это непротиворечивым способом, симметрично располагая узлы классификации (0.1, 0.5, 0.9). В этих узлах значение соответствующей функции принадлежности равно единице, а всех остальных функций — нулю. Неуверенность эксперта в классификации убывает (возрастает) линейно с удалением от узла (с приближением к узлу, соответственно); при этом сумма функций принадлежности во всех точках носителя равна единице.

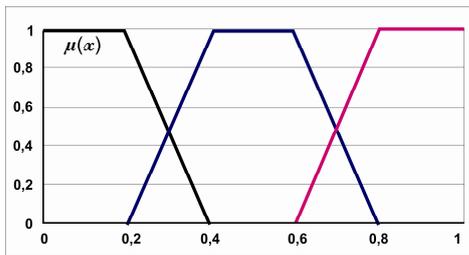


Рис. 4. Система трапецевидных функций принадлежности на 01-носителе

Как хорошо известно [9—11], системе убывающего предпочтения N альтернатив наилучшим образом отвечает система снижающихся по правилу арифметической прогрессии весов:

$$p_i = \frac{2(N-i+1)}{(N+1)N}, i = 1..N, \quad (11)$$

а системе безразличных друг другу N альтернатив — набор равных весов

$$p_i = N^{-1}, i = 1..N. \quad (12)$$

Из (11) видно, что веса Фишберна — это рациональные дроби, в знаменателе которых стоит сумма арифметической прогрессии N членов первых членов натурального ряда с шагом 1, а в числителе — убывающие на 1 элементы натурального ряда, от N до 1 (например, 3/6, 2/6, 1/6, в сумме единица). То есть предпочтение по Фишберну выражается в убывании на единицу числителя рациональной дроби весового коэффициента более слабой альтернативы.

Чтобы определить набор весов Фишберна для смешанной системы предпочтений, когда, наряду с предпочтениями, в систему входят отношения безразличия, необходимо определять числители  $r_i$  рациональных дробей по рекурсивной схеме:

$$r_{i-1} = \begin{cases} r_i, & F_{i-1} \approx F_i \\ r_i + 1, & F_{i-1} \succ F_i \end{cases}, r_N = 1, i = N..2 \quad (13)$$

Таким образом, предложенная здесь система весов Фишберна для смешанных систем предпочтений является непротиворечивой и обобщает частные случаи известных систем (11) и (12). Для иллюстрации в таблицу 3 сведены дроби Фишберна для всех смешанных систем отношений предпочтения при N=2...4.

Всего вариантов систем предпочтений 2N-1 для каждого числа N сопоставляемых альтернатив.

И наконец, когда по каждому показателю (F\*.1... F\*.N) на выбранном подуровне (\*) иерархии F вида (6) известны лингвистические оценки (7) U = (U\*.1 ... U\*.N), а также определена система весов Фишберна p = (p\*.1 ... p\*.N) на основе системы предпочтений P вида (8), тогда показатель подуровня F\* характеризуется своей лингвистической оценкой, определяемой функцией принадлежности на 01 носителе x:

$$\mu_{*i}(x) = \sum_{i=1}^N \mu_{*i}(x) \times p_i \quad (14)$$

где

$$\mu_{*i}(x) = \begin{cases} (9.1), & \text{если } U_{*i} = \text{«низкий»} \\ (9.2), & \text{если } U_{*i} = \text{«средний»} \\ (9.3), & \text{если } U_{*i} = \text{«высокий»} \end{cases} \quad (15)$$

Соотношение (14) — это OWA-оператор Ягера, причем, поскольку функции принадлежности (15) имеют трапецевидную форму, то и линейная суперпозиция (14) является трапецевидным нечетким числом.

Теперь можно свести операции с функциями принадлежности к операциям с их вершинами. Если обозначить трапецевидное число (15) как (a1, a2), где ai соответствуют абсциссам вершин трапеции, то выполняется:

$$\sum_{i=1}^N p_i \times (a_{i1}, a_{i2}) = (\sum_{i=1}^N p_i \times a_{i1}, \sum_{i=1}^N p_i \times a_{i2}) \quad (16)$$

Таблица 3. Система весов Фишберна (N=2..4)

N	Φ	p1	p2	p3	p4
2	F1 ≈ F2	1/2	1/2	-	-
	F1 } F2	2/3	1/3	-	-
3	F1 ≈ F2 ≈ F3	1/3	1/3	1/3	-
	F1 } F2 ≈ F3	2/4	1/4	1/4	-
	F1 ≈ F2 } F3	2/5	2/5	1/5	-
4	F1 } F2 } F3	3/6	2/6	1/6	-
	F1 ≈ F2 ≈ F3 ≈ F4	1/4	1/4	1/4	1/4
	F1 } F2 ≈ F3 ≈ F4	2/5	1/5	1/5	1/5
	F1 ≈ F2 } F3 ≈ F4	2/6	2/6	1/6	1/6
	F1 ≈ F2 ≈ F3 } F4	2/7	2/7	2/7	1/7
	F1 } F2 } F3 ≈ F4	3/7	2/7	1/7	1/7
	F1 } F2 ≈ F3 } F4	3/8	2/8	2/8	1/8
	F1 ≈ F2 } F3 } F4	3/9	3/9	2/9	1/9
	F1 } F2 } F3 } F4	4/10	3/10	2/10	1/10

Полученную функцию вида (16) необходимо лингвистически распознать, чтобы выработать суждение о качественном уровне показателя F\*. Для этого необходимо соотнести полученную функцию  $\mu_{*i}(x)$  и функции  $\mu_{*i}(x)$  вида (10). Если

$$(\forall x \in [0,1]) \sup \min (\mu_{*i}(x), \mu_i(x)) = 0 \quad (17)$$

то уровень показателя F\* однозначно не распознается как уровень, которому отвечает i-я «эталонная» функция принадлежности. Стопроцентное распознавание наступает, если выполняется

$$(\forall x \in [0,1]) \min (\mu_{*i}(x), \mu_i(x)) = \mu_i(x) \quad (18)$$

Во всех промежуточных случаях необходимо задаться мерой распознавания уровня. Такой мерой может быть разновидность нормы Хемминга v [9]. Пусть даны два трапецевидных числа (a1, a2) и (b1, b2) на 01-носителе. Тогда степень сходства v двух таких чисел может быть определена как

$$0 \leq v = 1 - \max\{|a1 - b1|, |a2 - b2|\} \leq 1 \quad (19)$$

Мы провели агрегирование показателей низового уровня иерархии F и распознавание агрегированного показателя по шкале U вида (7). Пройдя последовательно снизу вверх по всем уровням иерархии F и применяя соотношения (14)—(19), мы в итоге получаем функцию принадлежности параметра F0 и лингвистическую интерпретацию уровня этого параметра, сопровождаемую степенью сходства вида (19).

Сам же риск отказа подсистемы «человек» и его лингвистическая оценка напрямую вытекают из предыдущего изложения. Если сопоставить лингвистические переменные «Уровень параметра F0» и «Степень риска отказа подсистемы «человек»», то можно установить взаимно однозначное соответствие вида табл. 4.

Таблица 4. Соответствие лингвистических переменных

№ термножества	Уровень параметра F0	Степень риска отказа подсистемы «человек»
1	Н	Приемлемая (низкая)
2	С	Пограничная (средняя)
3	В	Опасная (высокая)

#### Выводы

Разработаны математическая модель и метод оценки риска отказа подсистемы «Человек» человеко-машинной системы. Отличительная особенность данной модели — возможность использовать при расчетах любые измеряемые биопараметры, с учетом их взаимосвязей, и выводить один интегральный показатель психофизиологического состояния человека-оператора. На основании предложенной модели и метода может быть создана в дальнейшем, компьютерная система оценки риска отказа подсистемы «Человек» человеко-машинной системы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гражданкин А.И. Экспертная система оценки техногенного риска опасных производственных объектов/ А.И. Гражданкин, П.Г. Белов // Безопасность труда в промышленности. – 2000. – N 11. – С. 6–10.
2. Хенли Э. Надежность систем и оценка риска / Хенли Э. Дж., Куamoto Х. – Машиностроение, 1984. – 528 с.
3. Бойко В.І., Мещанинов С.К. Моделювання надійності функціонування людино-машинних систем в умовах сучасної техносфери. – Дніпродзержинськ «ДДТУ» 2014. – 154 с.
4. Příkladnie nechetkie sistemy: per. s uap. K. Asayі, D. Vatada, S. Ivai /pod red. T. Terano, K. Asayі, M. Sugeno. – М.: Мір, 1993. – 368 p.
5. Фукунага К. Введение в статистическую теорию распознавания образов: пер. с англ. Гл. ред физико-математической литературы, М: Мир, 1979. – 368 с.
6. Фомин Я. А. Распознавание образов: теория и применения. – 2-е изд. – М.: ФАЗИС, 2012. – 429 с. – ISBN 978-5-7036-0130-4.
7. Фишберн П. Теория полезности для принятия решений. М.: Наука, 1978. – 242 с.
8. Лотов А. В., Поспелова И. И. Многокритериальные задачи принятия решений: учебное пособие – М: МАКС Пресс, 2008. – 197 с.
9. Машунин, Ю.К. Теория управления. Математический аппарат управления в экономике : [учеб. пособие] / Ю.К. Машунин . – М. : Логос, 2013 . – (Новая университетская библиотека) . – ISBN 978-5-98704-736-1
10. Kaufmann A., Gupta M. Introduction to Fuzzy Arithmetic: Theory and Applications. – Van Nostrand Reinhold, 1991.–330 p.
11. Рыжов А.П. Элементы теории нечетких множеств и измерения нечеткости. М.: Диалог-МГУ, 1998.– 242 с.

пост. 23.02.2017