

РОЗДІЛ «ТЕПЛОТЕХНІКА. ТЕПЛОЕНЕРГЕТИКА»

УДК 622.691.2

САДОВЕНКО И.А., д.т.н., профессор
ИНКИН А.В., к.т.н., доцент, докторант

Государственное высшее учебное заведение „Национальный горный университет”

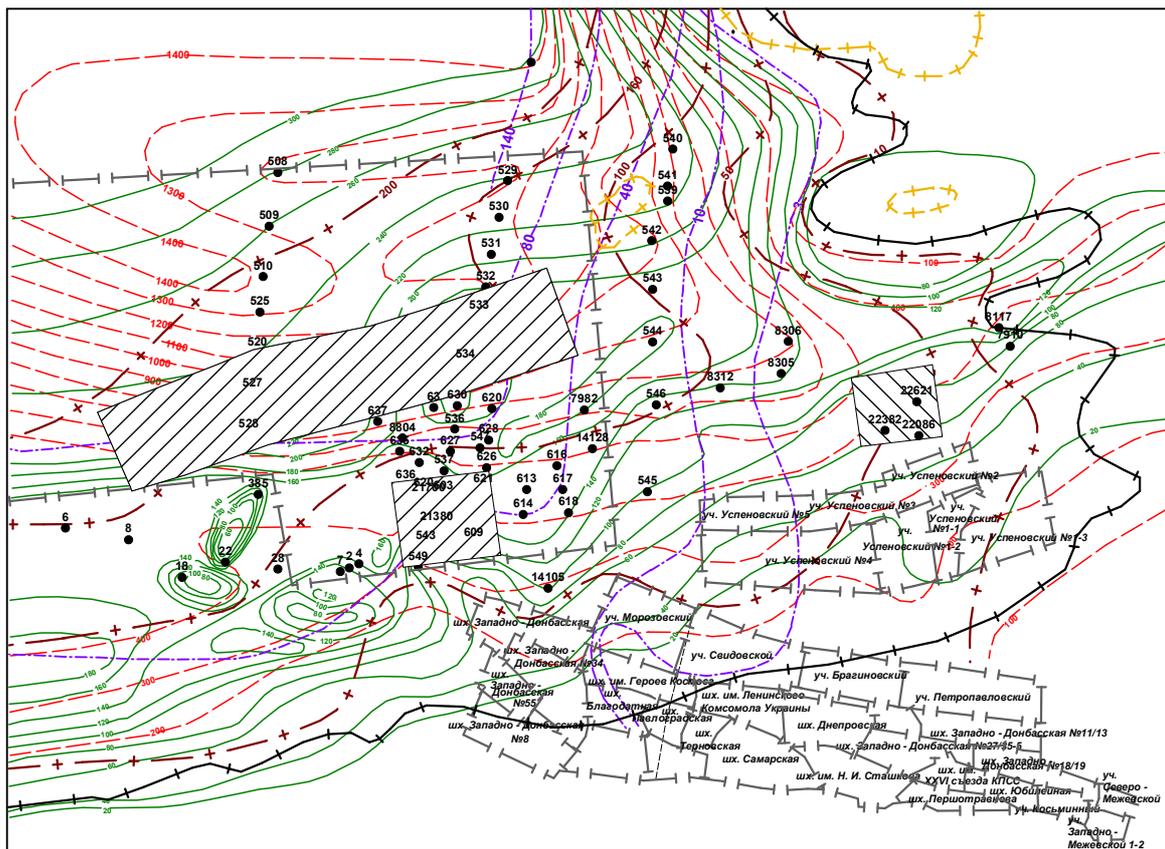
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ СВОЙСТВ ПОРОД-КОЛЛЕКТОРОВ ПРИ АККУМУЛИРОВАНИИ УГЛЕВОДОРОДНЫХ ГАЗОВ

Введение. В настоящее время подземное хранение газа (ПХГ) в водоносных пластах является общепризнанной технологией, применяемой во всем мире [1]. Подземные газохранилища эксплуатируются в США (80 хранилищ общим объемом 90 млрд. м³), Канаде (30 хранилищ – 25 млрд. м³), России (10 хранилищ – 25 млрд. м³), Франции (3 хранилища – 1,5 млрд. м³) и в других странах. Анализ их работы показал [2], что средние удельные затраты на прирост 1 тыс. м³ активного объема в водоносных хранилищах составляют 50 долларов США, в то время как создание наземных резервуаров эквивалентного объема требует в 7-10 раз больше капитальных вложений. Кроме того, хранилища в водоносных структурах характеризуются герметичностью, которая обеспечивает хранение парниковых газов, например, СО₂.

В Украине поиск геологических структур, пригодных для хранения газа, особенно актуален. Это обусловлено тем, что имеющиеся в распоряжении подземные хранилища большой емкости сосредоточены преимущественно на западе страны, откуда подача газа на восток и в центр Украины нерациональна. Кроме этого, использование для аккумуляции газа стальных резервуаров, имеющих вместимость до 500 тыс. м³, позволяет сглаживать лишь суточные колебания потребления, в то время как сезонные пики достигают сотен миллионов кубических метров. Применяемые в мировой практике для хранения газа такие типы природных резервуаров, как соляные полости и истощенные газовые и нефтяные залежи, не могут рассматриваться как альтернатива ввиду ограниченности их распространения на территории промышленных центров страны.

Постановка задачи. В работе [3] уже было показано, что в качестве емкостного ресурса, способного вмещать запасы природного газа в количестве 150 млн. м³, необходимые для покрытия сезонной неравномерности газопотребления в центральной части Украины, может быть использовано поровое пространство пермско-триасового водоносного горизонта, расположенного в пределах Левенцовской площади (1930 км²) Западного Донбасса (рис.1). Эксплуатация такого газохранилища будет сопровождаться периодической закачкой и отбором углеводородного газа, проникающего на довольно значительные расстояния и взаимодействующего с водоносным горизонтом по пути движения. Этот процесс ведёт к изменению порового пространства пород и значительному загрязнению геологической среды [4]. Кроме того, агрессивное воздействие газа на вмещающие породы может вызвать деструкцию их скелета, что создаст угрозу увеличения проницаемости и потери герметичности предполагаемого хранилища. В связи с этим целью данной работы является анализ горно-геологических условий Левенцовской структуры для проведения лабораторных исследований по оценке степени влияния аккумулируемого в ней газа на фильтрационные свойства пород-коллекторов.

Результаты работы. Согласно изысканиям, выполненным Павлоградской геологоразведочной экспедицией [5], мощность пермско-триасового водоносного горизонта изменяется от 113 до 127 м при глубине залегания кровли от 350 до 580 м. Воды горизонта характеризуются высокой минерализацией (33-65 г/л) и не пригодны для любо-



Условные обозначения

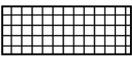
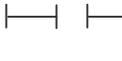
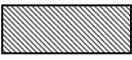
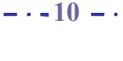
Участки:			
	– Северо-Орельская площадь;		– граница шахтных полей;
	– Левенцовская площадь;		– граница перспективной площади;
	– Первомайский полигон;		– граница юрских отложений;
			– граница отложений перми;
			– * 50 * – минерализация ВГ С ₂ ;
			– - 10 - - минерализация ВГ пермотриаса;
			– 100 – изолинии мощности пермотриаса;
			– - 200 - - изолинии глубин залегания кровли пермотриаса.

Рисунок 1 – Карта районирования территории Западного Донбасса по условиям захоронения шахтных вод в пермско-триасовых отложениях (масштаб 1:25 000 00) [5]

го вида водоснабжения. Перспективный пласт представлен зеленовато-серыми, кварц-полевошпатовыми крупнозернистыми песчаниками, переслаивающимися с прослоями темно-серых, сильно каолинизированных глинистых песков. Породы пласта сравнительно однородны по физико-механическим свойствам и гранулометрическому составу как в площадном отношении, так и в вертикальном разрезе, что обуславливает относительное постоянство их коллекторских свойств. Кровля водоносного горизонта характеризуется наличием мощной толщи (110-200 м) региональных водоупоров, представленных нижнеюрскими, голубовато-серыми, монтмориллонитовыми глинами следующего гранулометрического состава: глинистых частиц 49,7-72,1%, пылеватых – 13,5-40,6% и песчаных – 0,5-12,6%. Наличие минералов монтмориллонита и дисперсионный состав частиц в покрывающих породах обуславливает их высокую экранирующую способ-

ность и почти полностью исключает утечки газа из пласта-коллектора в вышележащие породы. Почва пермско-триасового горизонта приурочена к отложениям среднего карбона, представленных толщей разнородных алевролитовых песчаников трещиноватого строения и обладающих большей, в сравнении с описанным водоносным горизонтом, проницаемостью.

С целью адекватного определения фильтрационных свойств водоносных пород Левенцовской структуры на ее территории были проведены опытно-фильтрационные работы (нагнетания, одиночные и кустовые откачки) [4], обработка результатов которых осуществлялась в программном комплексе „ANSDIMAT” (Institute of Environmental Geology, Россия) путем построения графиков временного, площадного и комбинированного прослеживания. По результатам расчетов установлены средние значения проницаемости пород пермско-триасового водоносного горизонта (крупнозернистых песчаников $3,2-4,4 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2$ и глинистых песков $1,7-2,9 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2$) и его почвы (алевролитовых песчаников $6,5-7,8 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2$). Отобранные в процессе проведения геологоразведочных работ пробы этих пород были использованы для лабораторных исследований. Размер и форма опытных образцов (длина – 76 мм, диаметр – 38 мм) принимались в соответствии с техническими требованиями прибора трехосного сжатия (стабилометра) TriSCAN фирмы VJTech (Великобритания), с помощью которого производилось определение их проницаемости. Изготовленные образцы были помещены в экспериментальную установку (рис.2), избыточное давление в которой поддерживалось периодическим нагнетанием сжиженного газа (пропано-бутановая смесь) из резервуара. Регистрация давления в сосуде осуществлялась с помощью манометра, при этом его величина на протяжении всего эксперимента была равной давлению, которое соответствует упругости паров газовой смеси (0,3 МПа). Данный способ испытания образцов воспроизводил более жесткие, чем в реальности, условия соприкосновения углеводородов с породой из-за значительно большей контактирующей поверхности породы на единицу ее объема.

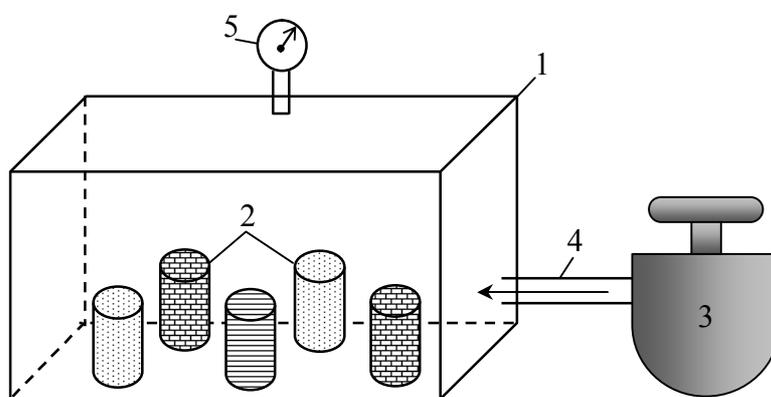
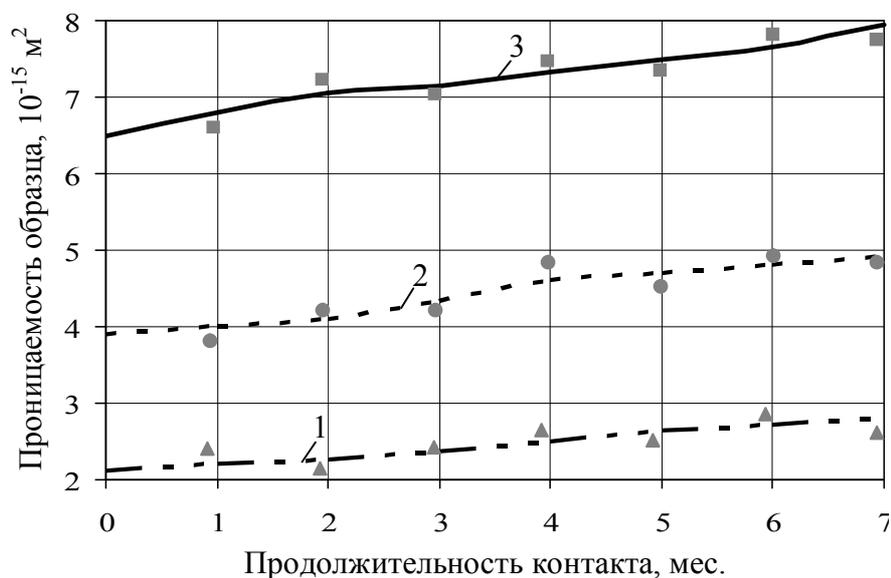


Рисунок 2 – Экспериментальная установка для оценки воздействия углеводородных газов на проницаемость горных пород: 1 – сосуд; 2 – образцы пород; 3 – резервуар с пропано-бутановой смесью; 4 – шланг; 5 – манометр

Перед помещением образцов в установку и через каждый месяц после этого проводилось определение их абсолютной проницаемости. Для этого извлеченные из сжиженного газа образцы по методу ASTM [6] подвергались длительному экстрагированию толуолом до полного освобождения порового пространства и помещались в камеру стабилометра. Равностороннее обжатие образца (воссоздание горного давления) обеспечивалось при помощи нагнетания в камеру жидкости через контроллер, а покрытие образца эластичной оболочкой способствовало однородности возникающих дефор-

маций. Подача дистиллированной воды под давлением в образец производилась с помощью другого контроллера. Регистрация объемов закачиваемой и вытесняемой жидкости, а также времени ее фильтрации позволяла фиксировать значения коэффициентов проницаемости в соответствии с программой исследований. Обработка результатов замеров и нахождение средних значений проницаемости производились с помощью методов математической статистики. Такой режим испытаний поддерживался на всем протяжении эксперимента.

На рис.3 приведены усредненные данные об изменении абсолютной проницаемости пород Левенцовской структуры в процессе их контакта с углеводородами. Анализ, построенных с помощью кубической сплайн-интерполяции, графиков показывает, что проницаемость большей части исследуемых групп образцов в течение семи месяцев испытаний (продолжительность хранения газа в межотопительный период) изменилась. В среднем, к завершению эксперимента по всем типам исследуемых пород (крупнозернистые и алевролитовые песчаники, глинистые пески) проницаемость увеличилась на 15 – 20%. Необходимо отметить, что хотя в целом по партии образцов определенного литологического типа существенного увеличения проницаемости не отмечалось, по отдельным образцам она возросла на 30-40%.

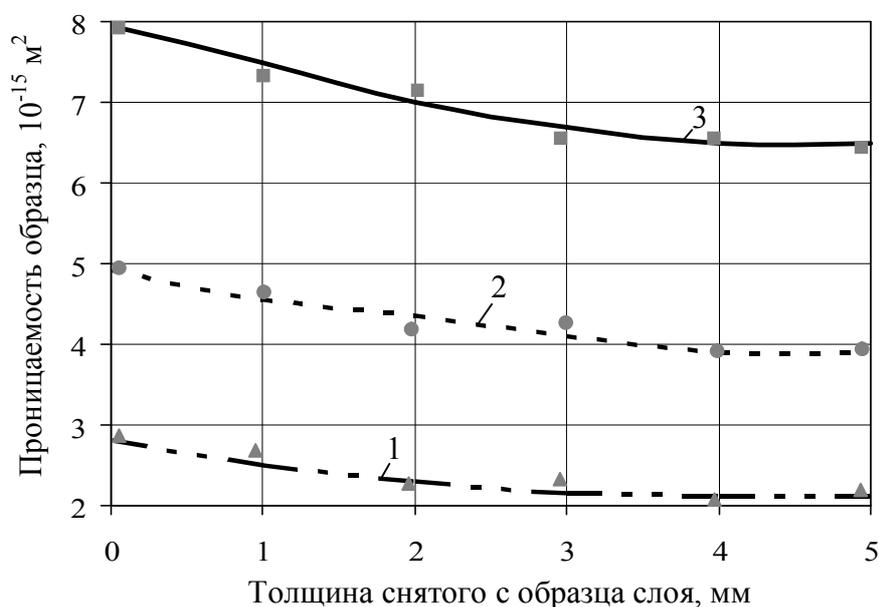


1, 2, 3 – соответственно глинистые пески, крупнозернистые и алевролитовые песчаники
Рисунок 3 – Изменение абсолютной проницаемости образцов горных пород при контакте с углеводородным газом

Поскольку в период испытаний образцы горных пород, извлеченные из углеводородной среды, неоднократно подвергались экстрагированию, необходимо было оценить степень воздействия высоких температур паров толуола на скелет породы и точность проводимых экспериментов. Для этого дополнительно были изготовлены образцы, аналогичные хранившимся в сосуде с избыточным давлением. После определения их начальной проницаемости они дважды подверглись экстрагированию, причем длительность операции равнялась суммарной продолжительности нескольких экстрагирований, которым подверглись образцы, контактирующие с пропано-бутановой смесью. Полученные результаты показали, что проницаемость продолжительно экстрагированных образцов практически не изменилась (не более 4%) и, следовательно, причиной

увеличения проницаемости хранившихся в углеводородной среде образцов является ее агрессивное воздействие.

Для оценки проникновения углеводородного воздействия вглубь пород-коллекторов с боковых поверхностей образцов, хранившихся в сжиженном газе, по всему периметру механическим способом снимался равномерно тонкий слой породы, после чего определялась их абсолютная проницаемость. Снятие слоев с образцов проводилось до глубины 5 мм с интервалом в 1 мм. Результаты испытаний приведены на рис.4, анализ которых показывает снижение проницаемости образцов по мере удаления слоев. Первоначальная проницаемость образцов достигается в зависимости от литологического типа пород в среднем после удаления 3-4 миллиметрового слоя. Таким образом, обнаруженное ранее увеличение проницаемости образцов, контактирующих с углеводородными продуктами, вызвано деструктивными изменениями породы в приповерхностной зоне, мощность которой не превышает первых единиц миллиметров.



1, 2, 3 – глинистые пески, крупнозернистые и алевролитовые песчаники соответственно

Рисунок 4 – Изменение абсолютной проницаемости образцов, хранившихся в сжиженном газе, при равномерном удалении породы с их поверхности

Выводы. Анализ горно-геологических условий Левенцовской площади показал наличие мощного пермско-триасового водоносного горизонта, представленного переслаиваемыми слоями крупнозернистых песчаников и глинистых песков, способными аккумулировать значительные объемы (150 млн. м^3) природного газа. Кровля выделенного коллектора приурочена к нижнеюрским слабопроницаемым глинам, практически полностью исключающим возможность перетока газа в вышележащие породы, почва – к трещиноватым алевролитовым песчаникам. Проведенные с целью установления влияния сберегаемого углеводородного газа на фильтрационные свойства пород лабораторные исследования в целом показали значительное (15-20%) повышение абсолютной проницаемости пласта-коллектора и подстилающих его пород. Данные изменения, с одной стороны, приведут к увеличению емкостного ресурса водоносного газохранилища, с другой – могут способствовать перетоку аккумулируемого газа в нижележащие породы. Однако если в процессе эксплуатации газохранилища деструктивные изменения пород будут происходить с той же скоростью (около 0,5 мм в месяц), как и во вре-

мя эксперимента, то за проектный период его работы (50 лет) мощность формирующейся в почве коллектора зоны техногенной проницаемости не превысит 30 см, что не создаст угрозу разгерметизации хранилища.

ЛИТЕРАТУРА

1. Aide-memoire de l'industrie du gaz. 4-me edition (1990) Association technique de l'industrie du gaz en France, Paris.
2. Бачурина Н.М. Экономическая эффективность создания и эксплуатации подземных хранилищ газа: автореф. дис. на соиск. научн. степ. канд. экон. наук: спец. 08.00.05 „Экономика и управление народным хозяйством” / Бачурина Нина Михайловна; Науч.-исслед. ин-т. природных газов и технологий. – М., 2002. – 28с.
3. Оценка потерь газа при его хранении в водоносных пластах Западного Донбасса / И.А.Садовенко, А.В.Инкин, З.Н.Якубовская [и др.] // Науковий вісник НГУ. – 2012. – № 6. – С.18-24.
4. Экология подземного хранения газов / [Бухгалтер Э.Б., Медиков Е.В., Бухгалтер Л.Б. и др.]. – М.: МАИК „Наука / Интерпериодика“, 2002. – 431с.
5. Горобец О.А. Отчет о поисках и оценке коллекторов для захоронения минерализованных шахтных вод Западного Донбасса / Горобец О.А., Держак С.В., Чемерис Б.Б. – Павлоград: ГРЭ ПГО „Донбассгеология“, 1985. – 219с.
6. Амикс Д. Физика нефтяного пласта / Амикс Д., Басс Д., Уайтинг Р. – М.: Гостоптехиздат, 1962. – 572с.

Поступила в редколлегию 08.04.2014.

УДК 621.63+621.51

ГОЦУЛЕНКО В.В., к.т.н., ст. науч. сотр.
ГОЦУЛЕНКО В.Н.*, к.т.н., доцент

Институт технической теплофизики НАН Украины
*Институт предпринимательства “Стратегия”, г. Желтые Воды

ДИНАМИЧЕСКОЕ ДЕМПФИРОВАНИЕ АВТОКОЛЕБАНИЙ (ПОМПАЖА) ВЕНТИЛЯТОРА РЕЗОНАТОРОМ ГЕЛЬМГОЛЬЦА

Введение. Динамическое демпфирование автоколебаний вибрационного горения в жидкостных реактивных двигателях (ЖРД) осуществляется резонатором Гельмгольца и антипульсационными перегородками [1, 2], а также резонансными поглотителями, рассмотренными в [3, 4].

Эффективным снижением амплитуды автоколебаний является также присоединение дополнительного демпфирующего $L_a C_a$ – колебательного контура [5]. Механическим аналогом таких акустических поглотителей является динамический гаситель механических автоколебаний [6].

В случае демпфирования колебаний в линейных системах наибольшее снижение амплитуды наблюдается при совпадении частот в основном контуре и резонаторе. В нелинейной системе „поющего пламени” в вертикальной трубе при присоединении демпфирующего контура амплитуда автоколебаний снижалась до минимальной при $L_a = L_{a,д}$ и $C_a = C_{a,д}$ [7], где $L_{a,д}$ и $C_{a,д}$ – акустические параметры демпфирующего контура. Однако это условие может изменяться из-за нелинейных свойств системы.

В [8], используя резонатор Гельмгольца, рассмотрено демпфирование автоколе-

баний вибрационного горения в камере сгорания ЖРД и установлено, что, когда ее напорная характеристика является монотонно убывающей, данный резонатор демпфирует как гармонические, так и релаксационные колебания. В случае же седлообразной напорной характеристики камеры сгорания ЖРД при снижении ее волнового сопротивления $Z = \sqrt{L_a/C_a}$ образуются релаксационные автоколебания постоянной амплитуды, которая, начиная с некоторого значения волнового сопротивления $Z = Z^*$, не зависит от дальнейшего его снижения. В [8] также определено, что резонатором Гельмгольца такие релаксационные автоколебания не демпфируются.

Постановка задачи. В данной работе рассматривается особенность демпфирования автоколебаний (помпажа) центробежного вентилятора в системе перемещения воздуха применением резонатора Гельмгольца. Схема демпфирования автоколебаний (помпажа) вентилятора в напорной магистрали перемещения воздуха приведена на рис.1.

При отсутствии резонатора в рассматриваемой системе (рис.1) стационарный режим движения среды в области восходящей ветви напорной характеристики нагнетателя $H(Q)$ является неустойчивым. В этом случае в системе возбуждаются продольные

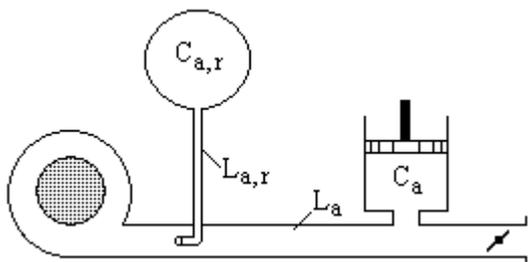


Рисунок 1 – Схема включения резонатора Гельмгольца в пневмосистему с центробежным вентилятором

автоколебания помпажа. В дискретных системах теоретическое описание рассматриваемых автоколебаний осуществляется следующей нелинейной автономной системой дифференциальных уравнений [9]:

– изменения импульса массы

$$L_a \frac{dQ}{dt} = F(Q) - P, \quad (1)$$

где $L_a = \rho \frac{\ell}{S}$ – акустическая масса,

Q – объемный расход воздуха, переме-

мечаемый вентилятором, $F(Q) = H(Q) - R(Q)$ – напор потока в колебательном контуре (рис.1), а $R(Q)$ – гидравлические потери напора;

– изменения массы в емкости напорной магистрали пневмосистемы (рис.1)

$$C_a \frac{dP}{dt} = Q + Q_r - \varphi(P), \quad (2)$$

где $C_a = \frac{V}{\rho c^2}$ – акустическая гибкость колебательного контура, Q_r – объемный расход

воздуха через резонатор Гельмгольца, обращение функции $\varphi(P)$ составляет гидравлическую характеристику $P = k_c Q_c^2$ подключенной к колебательному контуру магистрали.

Нестационарные движения воздуха в пневмосистеме (рис.1) при отсутствии резонатора Гельмгольца описываются системой уравнений (1)-(2), когда $Q_r = 0$.

Далее рассмотрим вентилятор с седлообразной напорной характеристикой $H(Q)$, а величиной потерь $R(Q)$, в виду их малости, пренебрежем [9].

Анализ периодических (автоколебательных) решений системы уравнений (1)-(2) для этого случая позволил определить зависимость амплитуды $A(Z)$ автоколебаний

давления от волнового сопротивления Z колебательного контура пневмосистемы (рис.2).

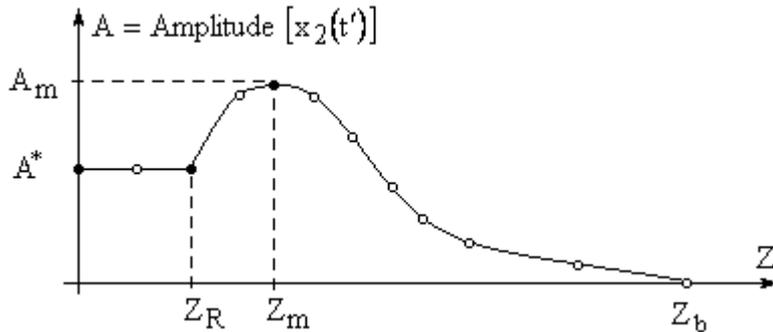


Рисунок 2 – Зависимость $A(Z)$ амплитуды автоколебаний от волнового сопротивления Z колебательного контура пневмосистемы без резонатора Гельмгольца

При снижении волнового сопротивления гармонические автоколебания нарастают, достигая при некотором значении $Z = Z_m$ максимальной амплитуды $A = A_m$. Далее амплитуда автоколебаний начинает уменьшаться, и они переходят от гармонической формы к релаксационным колебаниям. При значениях $Z < Z_R$

релаксационные автоколебания имеют постоянную амплитуду $A = A^*$, не зависящую от дальнейшего уменьшения Z . Если же увеличивать волновое сопротивление Z , то при некотором значении $Z = Z_b$ возникает суперкритическая бифуркация Андронова-Хопфа, в результате которой гармонические автоколебания исчезают, и стационарный режим становится абсолютно устойчивым.

В резонаторе Гельмгольца, как в динамической системе с сосредоточенными параметрами, нестационарные движения среды описываются следующей системой обыкновенных дифференциальных уравнений [8]:

$$L_{a,r} \frac{dQ_r}{dt} = P_r - P - k_r Q_r^2, \quad C_{a,r} \frac{dP_r}{dt} = -Q_r, \quad (3)$$

где $L_{a,r} = \rho \frac{\ell_r}{S_r}$, $C_{a,r} = \frac{V_r}{\rho c^2}$, c – скорость распространения звука в среде, ρ – ее плотность.

При уменьшении длины ℓ_r трубки резонатора Гельмгольца его акустическая масса $L_{a,r} \rightarrow 0$, в системе (1)-(3) $k_r = 0$, $P = P_r$, и она преобразуется в динамическую систему с одной степенью свободы:

$$\begin{cases} (C_a + C_{a,r}) \frac{dP}{dt} = Q - \varphi(P), \\ L_a \frac{dQ}{dt} = F(Q) - P. \end{cases} \quad (4)$$

Таким образом, в этом случае действие резонатора Гельмгольца сводится лишь к увеличению акустической гибкости основного колебательного контура пневмосистемы.

Параметры Q^* , P^* , Q_r^* и P_r^* стационарного режима работы рассматриваемой пневмосистемы с резонатором Гельмгольца (рис.1) определяются из системы уравнений (1)-(3), полагая в ней:

$$\left. \frac{dQ}{dt} \right|_{Q=Q^*} = 0, \quad \left. \frac{dP}{dt} \right|_{P=P^*} = 0, \quad \left. \frac{dQ_r}{dt} \right|_{Q_r=Q_r^*} = 0, \quad \left. \frac{dP_r}{dt} \right|_{P_r=P_r^*} = 0,$$

откуда после несложных преобразований получаем

$$Q^* = \xi, \quad P^* = \eta, \quad Q_r^* = 0, \quad P_r^* = \eta,$$

где ξ и η определяются из системы алгебраических уравнений: $\eta = F(\xi)$, $\xi = \varphi(\eta)$.

Для анализа свойств решений системы уравнений (1)-(3) удобнее перейти к безразмерным параметрам, полагая:

$$x_1 = \frac{Q}{Q^*}, \quad x_2 = \frac{P}{P^*}, \quad x_3 = \frac{Q_r}{Q_r^*}, \quad x_4 = \frac{P_r}{P_r^*}, \quad t' = \frac{t}{m_t}, \quad (5)$$

где m_t – характерный масштаб времени (например $m_t = 1$ с). Отметим, что т.к. $Q_r^* = 0$ входит в знаменатель безразмерной переменной x_3 , то полагаем $Q_r^* = m$, где m – произвольная размерная константа (например $m = \xi$). После замены переменных (5) система (1)-(4) приводится к следующей безразмерной форме:

$$\begin{cases} \left[\frac{L_a \xi}{m_t F(\xi)} \right] \frac{dx_1}{dt'} = \frac{F(\xi x_1)}{F(\xi)} - x_2, \\ \left[\frac{C_a F(\xi)}{m_t \xi} \right] \frac{dx_2}{dt'} = x_1 + \frac{m}{\xi} x_3 - \sqrt{x_2}, \\ \left[\frac{m L_{a,r}}{m_t F(\xi)} \right] \frac{dx_3}{dt'} = x_4 - x_2 - \frac{k_r m^2}{F(\xi)} x_3^2, \\ \left[\frac{C_{a,r} F(\xi)}{m_t m} \right] \frac{dx_4}{dt'} = -x_3. \end{cases} \quad (6)$$

Проведенный численный анализ периодических автоколебательных решений системы уравнений (6) показал, что в зависимости от соотношений между акустическими параметрами колебательного контура и резонатора Гельмгольца их амплитуда описывается достаточно сложной нелинейной функцией

$$A = f\left(\frac{L_{a,r}}{L_a}, \frac{C_{a,r}}{C_a}\right).$$

При этом при определенных значениях $L_a/L_{a,r}$ и $C_a/C_{a,r}$ резонатор Гельмгольца действительно демпфирует колебания (рис.3).

На рис.3, а) приведены предельный цикл и соответствующие ему автоколебания в пневмосистеме при отсутствии резонатора Гельмгольца, а на рис.3, б) иллюстрирован характер их демпфирования при включении резонатора Гельмгольца с акустическими параметрами $\frac{L_{a,r}}{L_a} = \frac{C_{a,r}}{C_a}$.

При помощи резонатора Гельмгольца в пневмосистеме (рис.1) эффективно снижается амплитуда автоколебаний (помпажа) по форме близких к гармоническим коле-

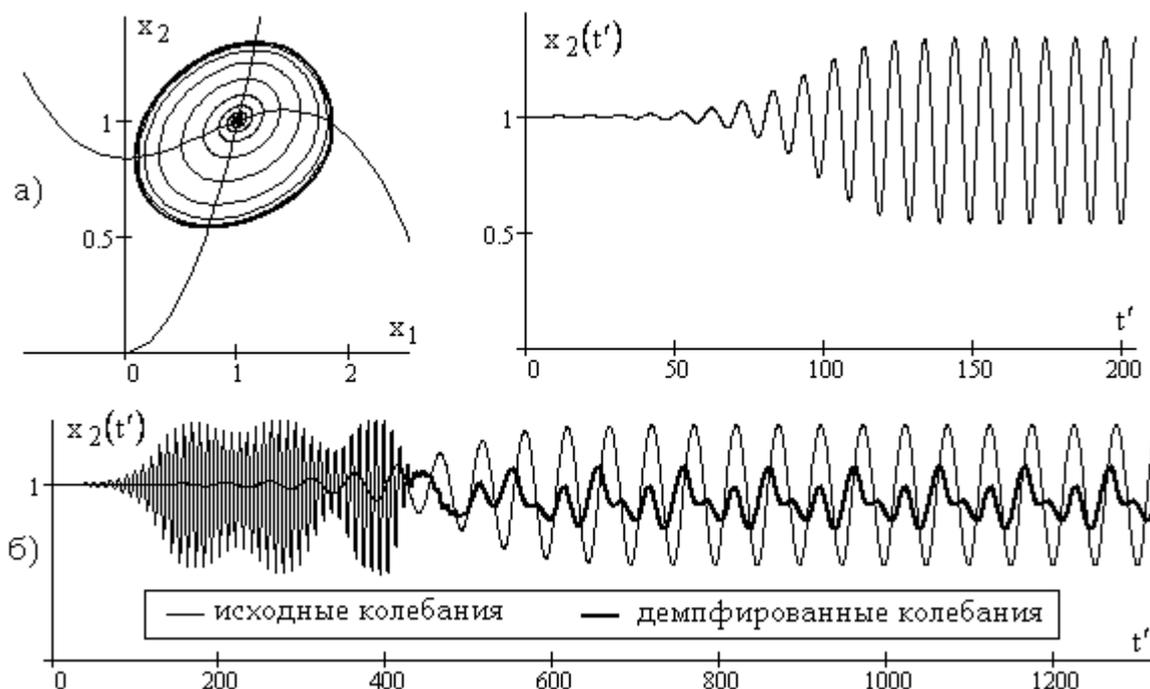


Рисунок 3 – Демпфирование автоколебаний при помощи резонатора Гельмгольца

баниям (рис.3), а релаксационные автоколебания неизменной амплитуды (рис.4) вовсе не демпфируются.

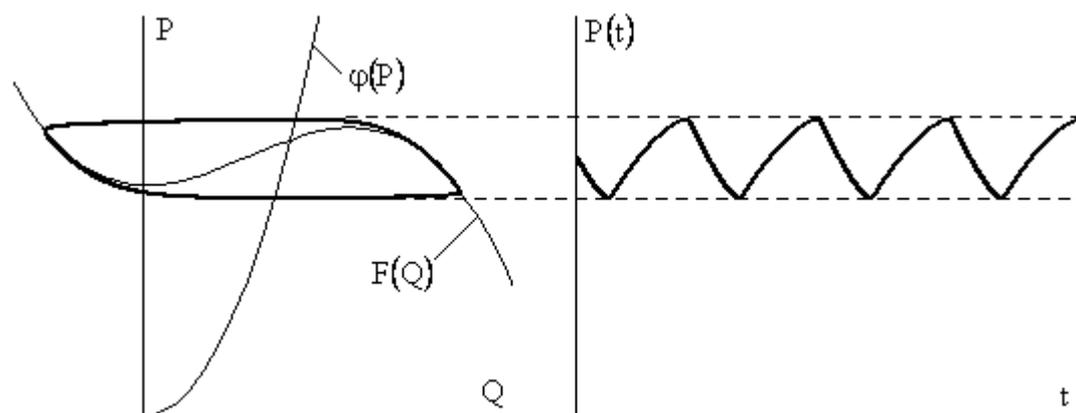
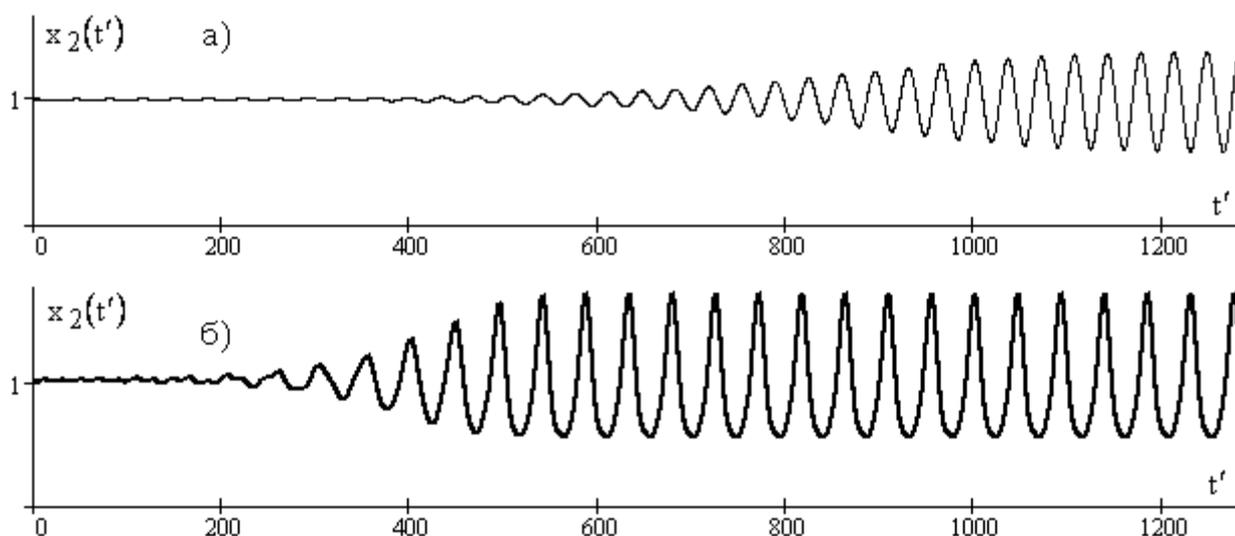


Рисунок 4 – Релаксационные автоколебания неизменной амплитуды и соответствующий им предельный цикл

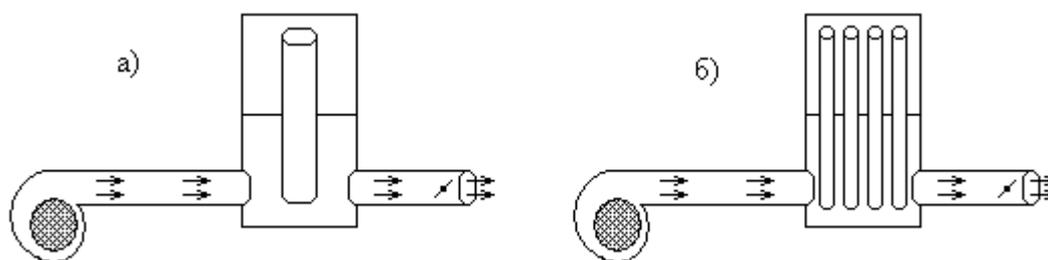
Однако существуют и значения $L_{a,r}/L_a$ и $C_{a,r}/C_a$, когда подключение к пневмосистеме резонатора Гельмгольца (рис.1) наоборот усиливает автоколебания помпажа (рис.5).

В [10, 11] предложены различные демпфирующие устройства, в частности, включающие резонатор Гельмгольца в емкости аккумулятора массы как с одной трубкой (рис.6, а)), так и с пакетом трубок (рис.6, б)), которые увеличивают число известных противопомпажных устройств [12].



а) исходные колебания; б) после присоединения резонатора Гельмгольца

Рисунок 5 – Усиление автоколебаний при помощи резонатора Гельмгольца



а) – с одной трубкой, б) – с пакетом трубок

Рисунок 6 – Аккумулятор массы на напорной магистрали пневмосистемы, включающий резонатор Гельмгольца

В полости объема резонатора Гельмгольца преобладающее значение имеют силы упругости, а в трубке резонатора – силы инерции и трения [4], варьирование которых позволяет осуществить демпфирование колебаний в устройствах [11].

Выводы. Теоретически определена возможность снижения амплитуды автоколебаний (помпажа) в пневмосистеме, включающей вентилятор, применением резонатора Гельмгольца.

Предложен динамический демпфер с расположением резонатора Гельмгольца в аккумуляторе массы на напорной магистрали. Для снижения амплитуды автоколебаний в пневмосистемах такие устройства следует последовательно располагать на протяженных напорных магистралях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Неустойчивость горения в ЖРД: [под ред. Д.Т.Харье, Ф.Г.Рирдона]. – М.: Мир, 1975. – 869с.
2. Натанзон М.С. Неустойчивость горения / Натанзон М.С. – М.: Машиностроение, 1986. – 248с.
3. Артамонов К.И. Термогидроакустическая устойчивость / Артамонов К.И. – М.: Машиностроение, 1982. – 216с.
4. Устойчивость рабочего процесса в двигателях летательных аппаратов / [Ильченко М.А., Крютченко В.В., Мнацаканян Ю.С. и др.]. – М.: Машиностроение, 1995. – 320с.

5. Гоцуленко В.В. Демпфирование автоколебаний вибрационного горения проточными динамическими демпферами / В.В.Гоцуленко, В.Н.Гоцуленко // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2011. – № 3 (80). – С.53-57.
6. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле / Тимошенко С.П. – М.: Наука, 1967. – 444с.
7. Гоцуленко В.В. Математическое моделирование снижения амплитуд колебаний вибрационного горения в крупных промышленных агрегатах / В.В.Гоцуленко // *Математическое моделирование, РАН*. – 2005. – Т. 17, № 11. – С.16-24.
8. Басок Б.И. К проблеме динамического демпфирования автоколебаний вибрационного горения в жидкостном реактивном двигателе / Б.И.Басок, В.В.Гоцуленко, В.Н.Гоцуленко // *Инженерно-физический журнал*. – 2012. – Т. 85, № 6. – С.1242-1247.
9. Казакевич В.В. Автоколебания (помпаж) в компрессорах: моногр. / В.В.Казакевич. – М.: Машиностроение, 1974. – 264с.
10. Гоцуленко В.В. О независимости автоколебаний феномена Рийке от условий гипотезы Рэля и их динамическое демпфирование / В.В.Гоцуленко, В.Н.Гоцуленко // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2012. – № 3 (90). – С.76-81.
11. Пат. 85663 Україна, МПК (2013.01) F04D 29/00. Пневмосистема з лопатевим нагнітатчем // Басок Б.І., Авраменко А.О., Гоцуленко В.В., Гоцуленко В.М.; заявник і патентовласник Інститут технічної теплофізики НАН України. – № u201307160; заявл. 06.06.2013; опубл. 25.11.13, Бюл. № 22.
12. Дзидзигури А.А. Неустойчивая работа вентиляторов и способы ее предупреждения / А.А.Дзидзигури, Т.И.Матикашвили. – М.: Наука, 1965. – 94с.

Поступила в редколлегию 13.05.2014.

УДК 533.1:532.7

КРАВЧЕНКО А.В., д.т.н.

Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры
г. Днепропетровск

ДАВЛЕНИЕ ПАРА: 3. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ НОВОЙ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ

Введение. В [1] представлен анализ инструментальных прямых и косвенных методов измерения давления пара веществ при различной температуре и на этой основе предложено использовать для оценки коэффициентов уравнения (2), полученного в [2], данные, приведенные в [3].

Постановка задачи. Предложенный в [1] для расчетов экспериментальный материал охватывает практически весь температурный интервал, включает неорганические и органические вещества, отличающиеся не только элементарным составом и строением, но и агрегатным состоянием. По этим данным необходимо найти оценки коэффициентов a , b , c уравнения, связывающего упругость паров с температурой, обеспечивающие наименьшее остаточное, среднее квадратическое отклонение S .

Результаты работы. Полученные в ходе расчетов результаты представлены в виде графиков на рис. 1 и 2. На этих рисунках
четырёхугольники – экспериментальные данные;
сплошные линии – результаты расчёта по новой температурной зависимости;

т и ж – твердое и жидкое состояния соответственно;

X – температура, °C;

Y – давление, кПа;

$T_{пл}$ – температура плавления, °C.

Кроме того, на рис.1 представлены температурные зависимости упругости паров следующих неорганических веществ:

-4n- хлористый алюминий $AlCl_3$

-142n- хлористый свинец $PbCl$

-1n- алюминий Al

-137n- железо Fe

-7n- оксид алюминия Al_2O_3

-160n- молибден Mo

-23n- аргон Ar

-43n- диборан B_2H_6

-29n- мышьяковистый водород AsH_3

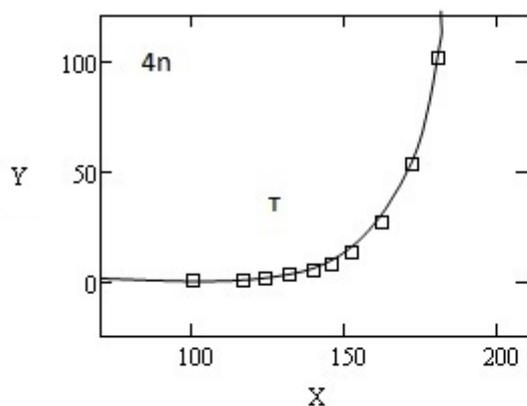
-8n- аммиак NH_3

-2n- боргидрид алюминия AlB_3H_{12}

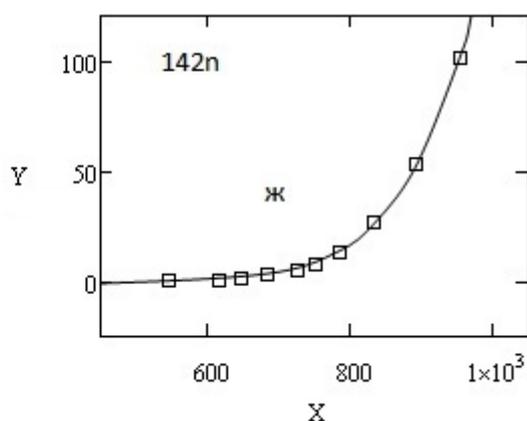
-3n- бромистый алюминий $AlBr_3$

-285n- вольфрам W

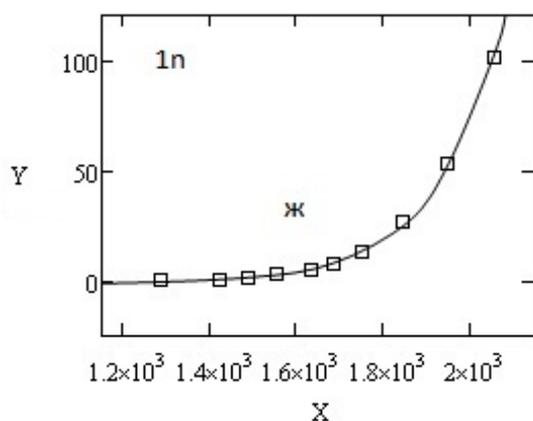
-58n- углерод C



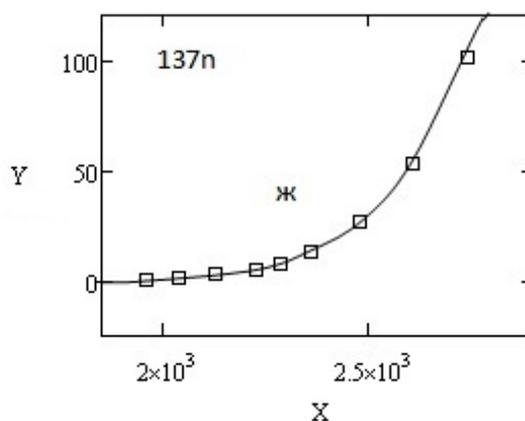
$$\begin{aligned} a &= 6.233E-006 & b &= 8.374E+000 \\ c &= -1.377E-002 & S &= 5.613E-001 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} a &= 1.173E-015 & b &= 6.098E+000 \\ c &= -1.924E-002 & S &= 5.151E-001 \end{aligned}$$

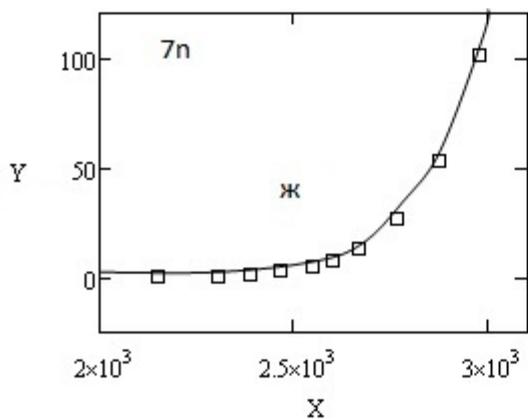


$$\begin{aligned} a &= 1.04E-015 & b &= -1.770E-002 \\ c &= 1.614E+001 & S &= 4.955E-001 \end{aligned}$$

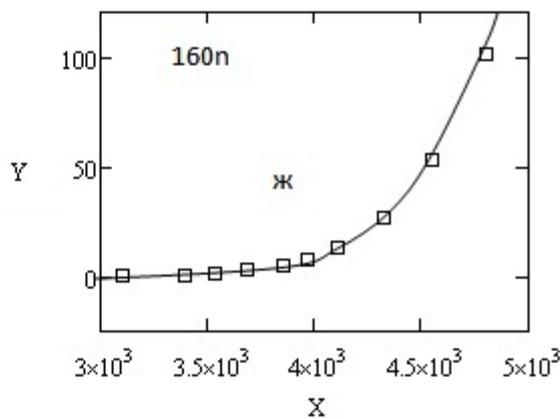


$$\begin{aligned} a &= 1.051E-015 & b &= 2.387E+001 \\ c &= -1.683E-002 & S &= 5.519E-001 \end{aligned}$$

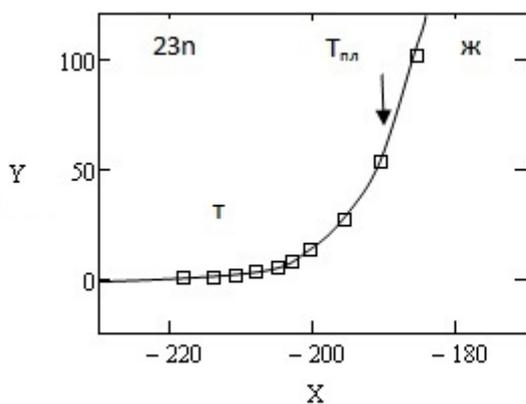
Рисунок 1 – Зависимость упругости паров неорганических веществ от температуры при $0 \leq P \leq 101.325$ кПа



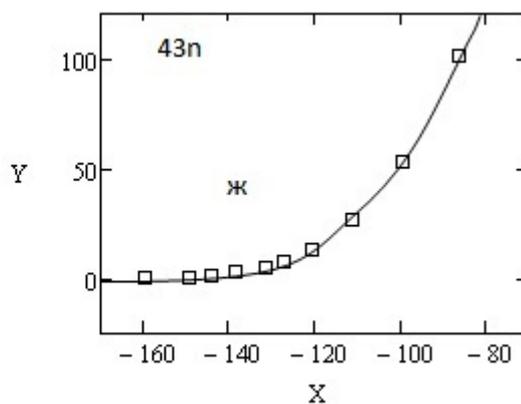
$a = 1.11E-015$ $b = -1.357E-002$
 $c = 3.580E+001$ $S = 3.885E-001$



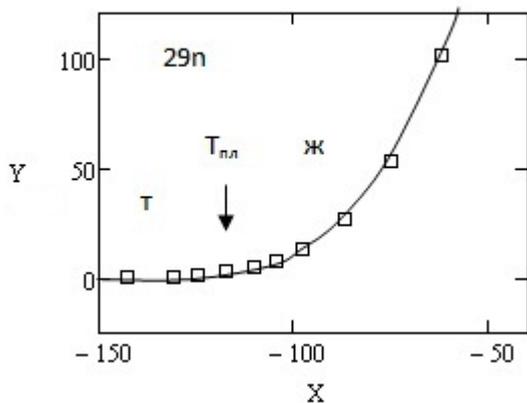
$a = 1.009E-015$ $b = 3.903E+001$
 $c = -1.741E-002$ $S = 8.229E-001$



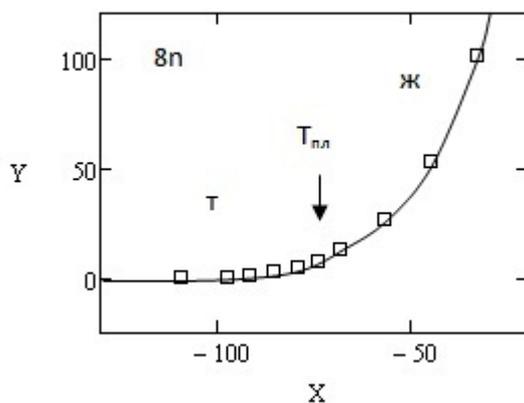
$a = 3,604E+008$ $b = 2,111E+001$
 $c = -4,738E-002$ $S = 1,736E+000$



$a = 1,762E+003$ $b = 4,438E+001$
 $c = -1,618E-001$ $S = 7,940E-001$

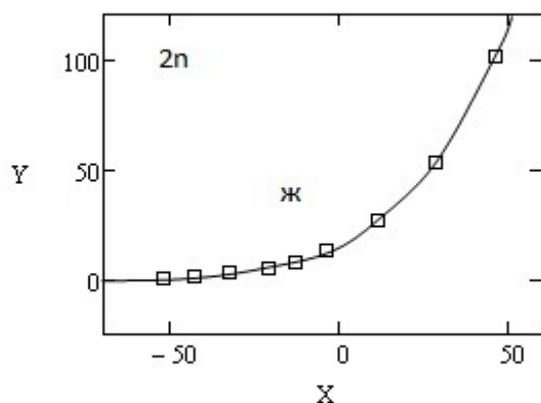


$a = 8,575E+002$ $b = 3,875E+001$
 $c = -1,557E-001$ $S = 1,155E-001$

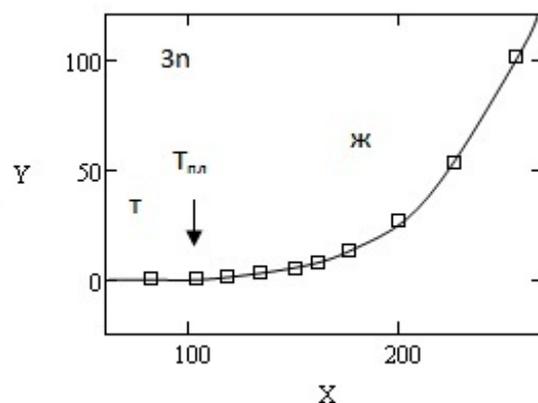


$a = 4,438E+002$ $b = 2,623E+001$
 $c = -1,044E-001$ $S = 4,877E-001$

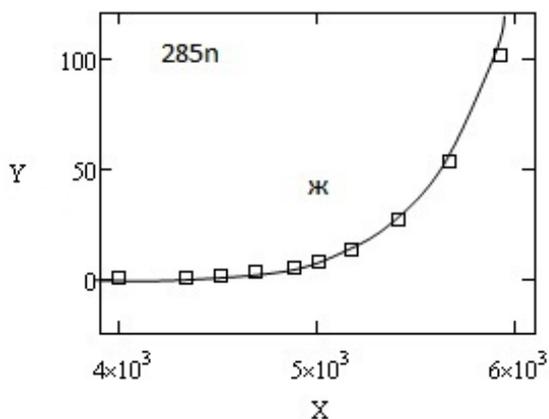
Рисунок 1, лист 2



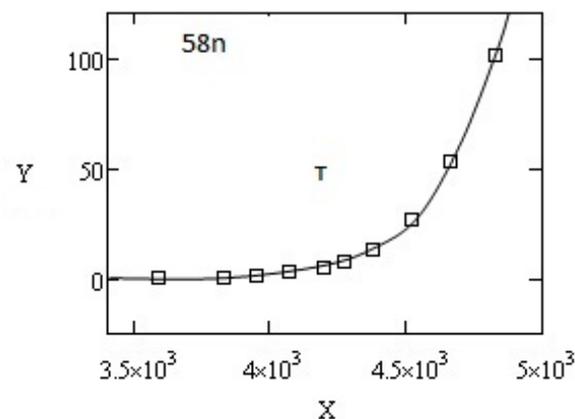
$a = 1,596E+001$ $b = 2,127E+001$
 $c = -7,675E-002$ $S = 2,597E-001$



$a = 1,147E-004$ $b = 1,171E+000$
 $c = -4,505E-002$ $S = 1,902E-001$



$a = 1.122E-015$ $b = 6.316E+001$
 $c = -1.252E-002$ $S = 1.317E+000$

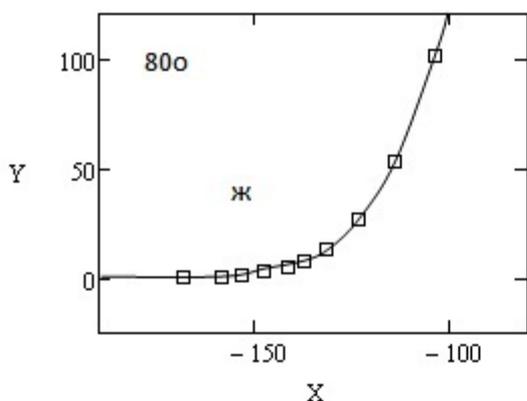


$a = 1.136E-015$ $b = 5.628E+001$
 $c = -1.612E-002$ $S = 5.298E-001$

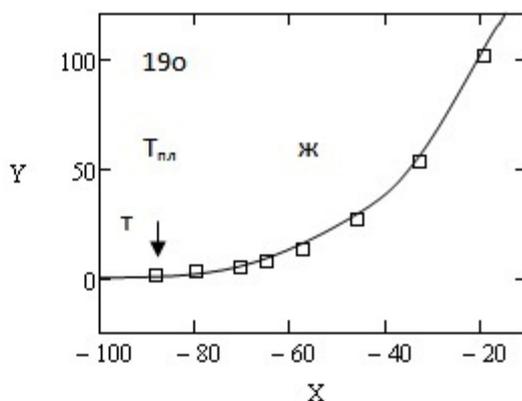
Рисунок 1, лист 3

На рис.2 приведены результаты расчётов для органических соединений:

- 80o – этилен C_2H_4
- 174o – глицерин $C_3H_5(OH)_3$
- 19o – формальдегид CH_2O
- 420o – бензол C_6H_6
- 160o – этиловый спирт C_2H_5OH
- 188o – антрацен $C_{14}H_{10}$
- 1191o – докозан $C_{22}H_{46}$
- 1200o – октакозан $C_{28}H_{58}$

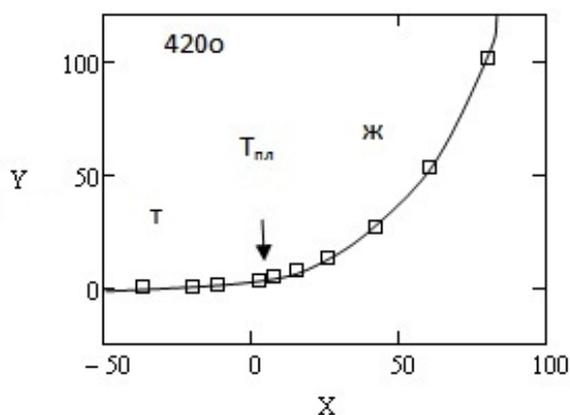


$a = 4.5E+003$ $b = 4.466E+001$
 $c = -1.252E-002$ $S = 1.317E+000$

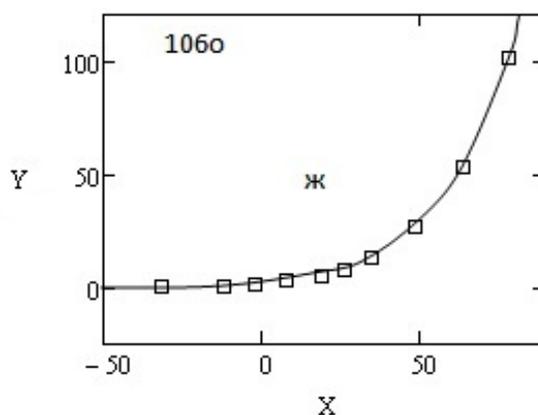


$a = 2.206E+002$ $b = 2.738E+001$
 $c = -1.216E-001$ $S = 2.640E-001$

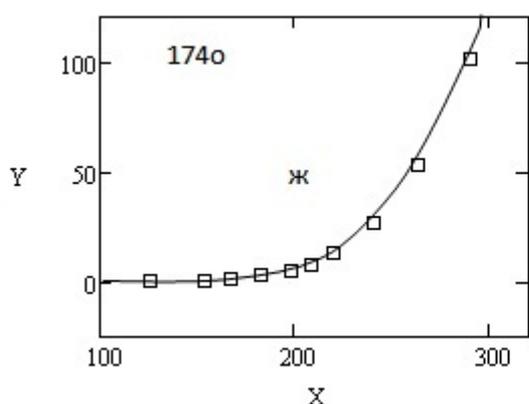
Рисунок 2 – Зависимость упругости паров органических веществ от температуры при $0 \leq P \leq 101.325$ кПа



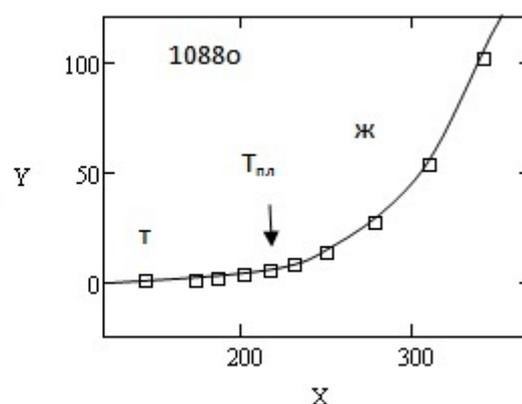
$a = 3.142E+000$ $b = 1.607E+001$
 $c = -8.736E-002$ $S = 4.712E-001$



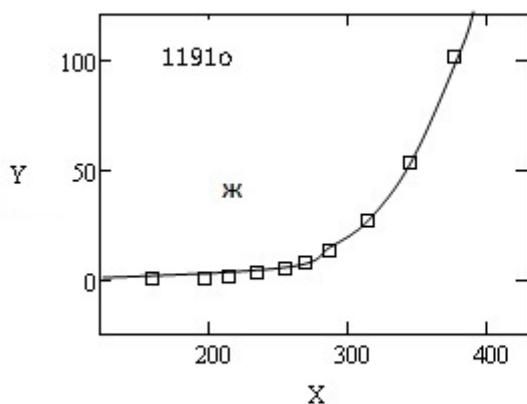
$a = 1.515E-000$ $b = 1.413E+001$
 $c = -5.773E-002$ $S = 1.824E-0$



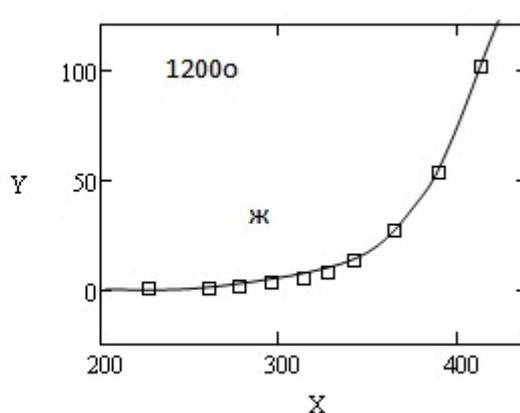
$a = 1.23E-014$ $b = 1.438E+000$
 $c = -2.232E-002$ $S = 6.653E-001$



$a = 1.845E-007$ $b = 5.306E+000$
 $c = -3.418E-002$ $S = 5.227E-001$



$a = 1.822E-014$ $b = 1.975E+000$
 $c = -2.233E-002$ $S = 3.931E-001$



$a = 1.537E-014$ $b = 3.280E+000$
 $c = -1.950E-002$ $S = 3.734E-001$

Рисунок 2, лист 2

Выводы. Анализ полученных результатов показывает, что при $P \leq 101,325$ кПа:
 1. Уравнение (2) имеет закономерный характер во всей доступной для экспериментальных измерений области температур, общий для веществ разного элементного состава, химического строения, разных свойств и агрегатного состояния.
 2. Остаточное среднее квадратическое отклонение S определяется величиной слу-

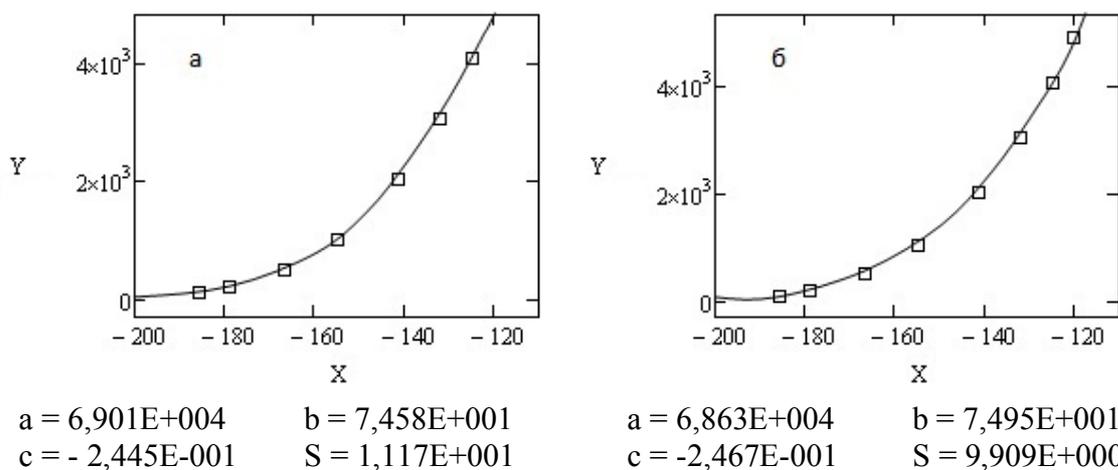
чайных ошибок¹⁾ экспериментальных измерений, приводящим к абсолютным значениям $0,10 \leq S \leq 0,65$ кПа. Поэтому значения давления паров в области $P^H \leq 0,65$ кПа следует считать мало надёжными.

3. Для веществ с высокой и низкой температурой плавления значения коэффициента a_j оказываются соответственно исключительно малыми ($a_j \leq 10^{-15}$) и очень большими ($a_j \geq 10^{10}$) и могут быть оценены только в расчётах с учётом большого числа знаков.

4. Закономерный характер уравнения (2) позволяет обнаружить в выборке опытных данных по давлениям насыщенных паров „грубые” измерения [4], связанные с ошибками определения температуры. Например, корректировка температур углерода 4516°C и 4660°C в пределах 10°C и 20°C соответственно привела к уменьшению S в 5,41 раза.

Учитывая ограниченный объем статьи, ниже приводим результаты анализа данных из области $P^H \geq 101.325$ кПа только для 2-х веществ (аргона и бензола), представляющих неорганические и органические вещества в температурных интервалах соответственно $-185,6^{\circ}\text{C} \leq t \leq -124,9^{\circ}\text{C}$ и $80,1^{\circ}\text{C} \leq t \leq 290,3^{\circ}\text{C}$ (табл.1).

На рис.3, а представлена кривая, полученная по данным о давлении аргона с использованием уравнения (2) [2]. Полагая, что критическая точка должна лежать на этой кривой, в число опытных данных включили соответствующие значения $t_{кр}$ и $P_{кр}$ (табл.1). Результаты расчёта ($S = 93,46$ кПа) показали, что критические параметры определены с „грубыми” ошибками.



а) без критической точки; б) с критической точкой при $t_{кр} = -120^{\circ}\text{C}$

Рисунок 3 – Зависимость упругости паров аргона от температуры (298n)

Из уравнения (2) [2] получена зависимость температуры от давления в виде:

$$\hat{t}_{кр} = \frac{b \ln \frac{P}{a}}{1 + c \ln \frac{P}{a}} \quad (1)$$

Подставив в (1) значения коэффициентов, приведенных на рис.3, а, получили $\hat{t}_{кр} = 119.9967 \cong 120^{\circ}\text{C}$. При этом значении выборка, содержащая критическую точку, да-

¹⁾ Систематические отклонения по данным из таблицы Сталла обнаружить нельзя, т. к. они не содержат результатов измерений упругости паров одного и того же вещества разными методами

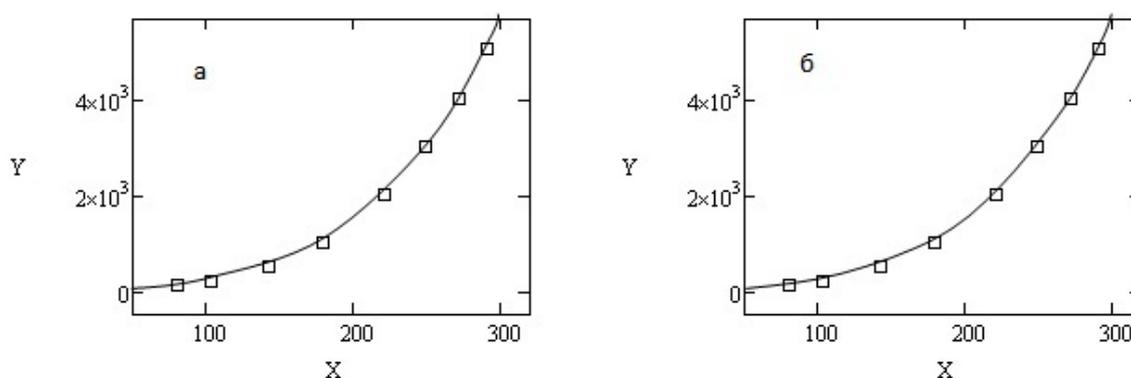
ёт результаты, приведенные на рис.3, б: увеличение $t_{кр}$ на $2\text{ }^{\circ}\text{C}$ ($-122\text{ }^{\circ}\text{C} \rightarrow -120\text{ }^{\circ}\text{C}$) снижает остаточное квадратическое отклонение в 9,43 раза.

Таблица 1 – Парциальные давления насыщенных паров (в кПа) в зависимости от температуры (в $^{\circ}\text{C}$)

№	Давление		Температура	
			$(23n, 298n)^2$	$(420o, 1289o)^2$
1	0.1333		-218.2	-36.7
2	0.6666		-213.9	-19.6
3	1.3332		-210.9	-11.5
4	2.6664		-207.9	2.6
5	5.3329		-204.9	7.6
6	7.9993		-202.9	15.4
7	13.3322		-200.5	26.1
8	26.6645		-195.6	42.2
9	53.3289		-190.6	60.6
10	101.3250		-185.6	80.1
11	202.6500		-179.0	103.8
12	506.6250		-166.7	144.5
13	1013.2500		-154.9	178.8
14	2026.5000		-141.3	221.5
15	3039.5730		-132.0	249.5
16	4053.0000		-124.9	272.3
17	5066.2500		-120.0	290.3
Плавление	101.325		-189.2	5.5
Критическая точка	4263.60 Аргон	5076.38 Бензол	-122.0	290.5

² – числа в скобках соответствуют номерам веществ в таблицах Сталла [3].

На рис.4, а приведены результаты экспериментальной оценки температурной зависимости давления паров бензола при $P^H \geq 101.325$ кПа. Кривая, полученная по (2) из [2], описывает эти данные с остаточным отклонением $S = 11,4354$ кПа.



$$a = 6,134E+000$$

$$c = -7,353E-002$$

$$b = 2,188E+001$$

$$S = 1,143E+001$$

$$a = 6,213E+000$$

$$c = -7,347E-002$$

$$b = 2,198E+001$$

$$S = 1,060E+001$$

а) без критической точки; б) с критической точкой

Рисунок 4 – Зависимость упругости паров бензола от температуры (1298о)

Используя (1) и значения коэффициентов, приведенных на рис.4, а, нашли, что при $P_{кр}^H = 5076,38$ кПа критическая температура должна быть равной $290,62^{\circ}\text{C}$.

Практическое совпадение расчетного и экспериментального значений ($t = 290,50^{\circ}\text{C}$) говорит о том, что все использованные экспериментальные данные по бензолу соответствуют теоретической зависимости (2) из [2] (рис.4, б).

Попытка оценить уравнение (2) из [1] на обобщённой выборке данных по бензолу ($420^{\circ}\text{C} + 1289^{\circ}\text{C} + \text{кр. точка}$) представлена на рис.5. Видно, что объединение экспериментальных данных из разных температурных областей не увеличило остаточное квадратичное отклонение, что говорит об общем характере уравнения (2).

Вместе с тем, наблюдается резкое снижение оценки P^H при $t = 0^{\circ}\text{C}$, которая приближается к значениям α_j в интервале $P^H \leq 101,325$ кПа.

Кроме того, относительное квадратичное отклонение к абсолютным значениям давления на концах интервала, охватившего все данные, обнаруживаем экспоненциальные различия величин относительных отклонений (7500% и 0,20% соответственно).

Оценку коэффициентов уравнения (2) целесообразно осуществлять по данным из относительно узких интервалов температуры и давления.

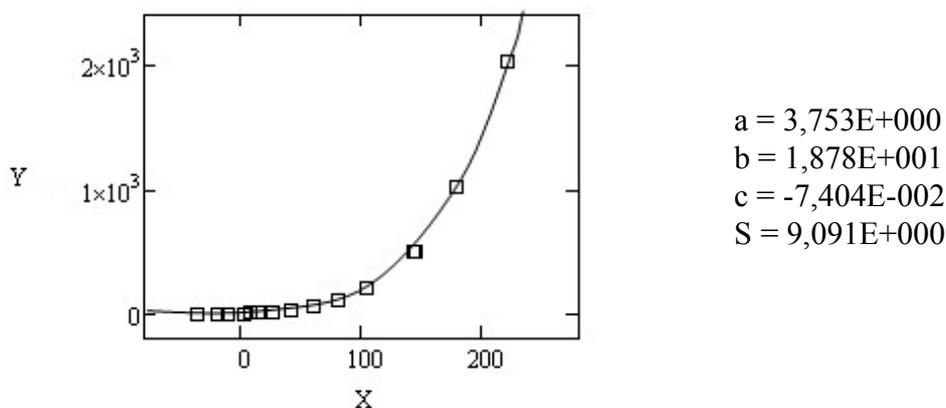


Рисунок 5 – Зависимость упругости паров бензола от температуры ($420^{\circ}\text{C} + 1289^{\circ}\text{C} + \text{Кр.точка}$)

ЛИТЕРАТУРА

1. Кравченко А.В. Давление пара: Сообщение 2. Экспериментальные данные для оценки точности новой температурной зависимости / Кравченко А.В. //Сборник научных трудов Днепродзержинского государственного технического университета (технические науки). – Днепродзержинск: ДГТУ. – 2014. – №1 (24). – С.88-92.
2. Давление пара: новая зависимость давления от температуры / Барский В.Д., Кравченко А.В., Рудницкий А.Г., Гуревина Н.Л. // Вопросы химии и химической технологии. – 2013. – № 4. – С.46-53.
3. Сталл Д.Р. Таблицы давления паров индивидуальных веществ / Сталл Д.Р. – М.: Издательство иностранной литературы. – 1949. – 71с.
4. Барский В.Д. Практический математико-статистический анализ в коксохимии / Барский В.Д., Когал Л.А. – М: Металлургия. – 1975. – 185с.

Поступила в редколлегию 11.04.2014.

Запорожская государственная инженерная академия

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В ЕДИНИЧНОМ ОБЪЕМЕ АГЛОМЕРАЦИОННОГО СЛОЯ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С УЧЕТОМ ВНУТРЕННИХ ИСТОЧНИКОВ ТЕПЛА

Введение. Текущий уровень развития вычислительной техники дает возможность исследователю решать с помощью ЭВМ прикладные задачи широкого класса. Не смотря на то, что эксперимент по-прежнему является решающим критерием правильности того или иного конструкторского решения, возможности анализа физических процессов путем использования численных методов, предоставляемые современными программными продуктами, таковы, что позволяет получать решения с высокой степенью согласуемости с экспериментальными данными.

К числу эффективных методов решения задач математической физики относится метод конечных элементов (МКЭ). За счет своих особенностей (однородности формы конечных элементов, большого числа нулевых элементов глобальной матрицы и др.) данный метод является легко реализуемым на ЭВМ. В настоящий момент абсолютное большинство программных пакетов, предлагаемых различными разработчиками специализированного программного обеспечения для инженерных расчетов, в том числе и широко известный пакет Ansys, в качестве математического аппарата использует именно МКЭ [1].

Постановка задачи. На базе МКЭ описать математическую модель в трехмерной постановке с целью нахождения распределения температуры в единичном конечном элементе агломерируемого слоя. Провести сравнение результатов расчета температуры по представленной в работе методике и посредством вычисления в программном продукте Ansys с целью подтверждения правильности математического описания процесса.

Результаты работы. В данной работе рассматривается задача о нахождении распределения температуры в единичном, конечном элементе слоя агломерата. Схематически срез спекаемого агломерационного слоя на паллете агломашины представлен на рис. 1.

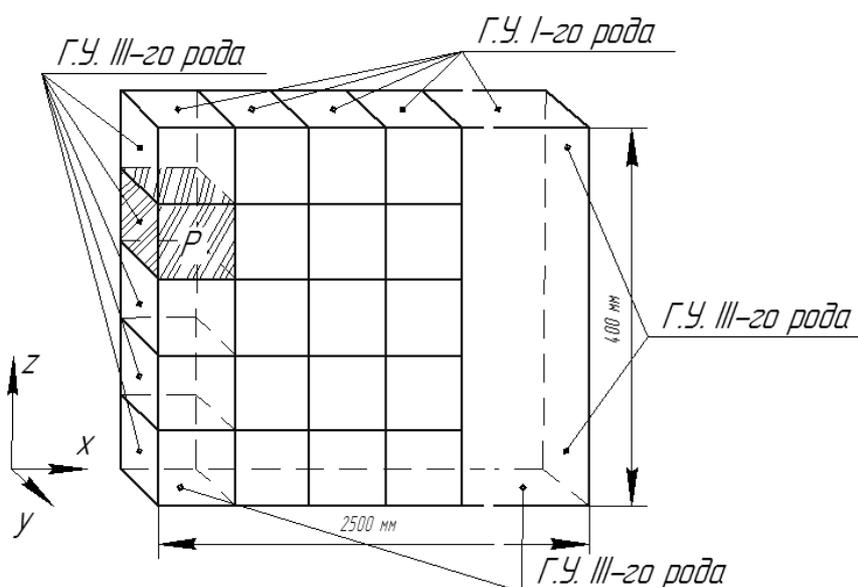


Рисунок 1 – Схема разбиения агломерируемого слоя шихты

Сформулируем математическую постановку задачи теплопроводности. Имеем слой материала заданной плотности, разбитый по ширине и высоте на единичные объемы (области), сверху действует источник постоянной температуры, по бокам и внизу слой контактирует с внешней средой посредством конвективного теплообмена. Объемная плотность распределения внутренних источников тепла, представленных в виде распределенного в слое топлива, выражается как функция координат с распределением $Q(x, y, z)$.

Математическая постановка задачи включает уравнение теплопроводности с внутренними источниками тепла, начальные и граничные условия:

$$\rho c \frac{dT}{dt} = \lambda \frac{d^2T}{dx^2} + \lambda \frac{d^2T}{dy^2} + \lambda \frac{d^2T}{dz^2} + Q(x, y, z), \quad (1)$$

Н.У.: $t_0 = 0 T_i(x, y, z) = T_0,$

Г.У.: $z = z_0 T_i|_{\Gamma_1} = T_{зажиг}, t > 0,$

$$x = x_0 - \lambda \frac{dT_i}{dt}|_{\Gamma_2} = k_1 (T_i(x, y, z) - T_{o.c.}), t > 0,$$

$$x = x_n \lambda \frac{dT_i}{dt}|_{\Gamma_3} = k_2 (T_i(x, y, z) - T_{o.c.}), t > 0,$$

$$z = z_n - \lambda \frac{dT_i}{dt}|_{\Gamma_4} = k_3 (T_i(x, y, z) - T_{o.c.}), t > 0,$$

где T_i – температура в конечном объеме, °С; $T_{o.c.}$ – температура окружающей среды, °С; $T_{зажиг}$ – температура зажигания, °С; k – коэффициент теплообмена, Вт/(м²·°С); λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·°С); ρ – плотность материала, кг/м³; c – удельная теплоемкость Дж/(кг·°С); Q – мощность внутренних источников Вт/м³; t – время, с.

Для аппроксимации функции T в нумерованных узлах области P с границами $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4$ выберем систему базисных функций $N_m, m = \overline{1, M}$, с помощью которых построим приближенное решение:

$$\bar{T} \approx \sum_{m=1}^M T_m N_m. \quad (2)$$

В трехмерном случае в качестве конечных элементов можно использовать тетраэдры (рис.2) с нумерованными узлами в вершинах i, j, k, l . Если расчетная область разбита на тетраэдры, то базисные функции, ассоциируемые с каждым нумерованным узлом конечного элемента P^g , формируются в виде линейных функций переменных x, y, z .

Для узла i базисная функция примет вид:

$$N_i^g(x, y, z) = a_i^g + b_i^g x + c_i^g y + d_i^g z.$$

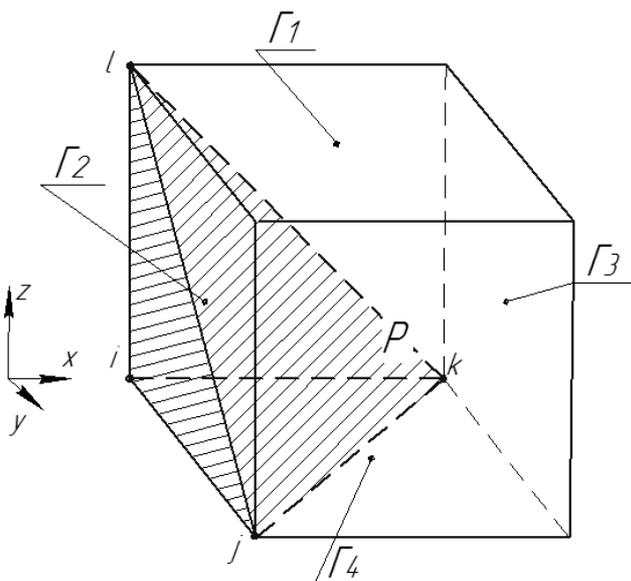


Рисунок 2 – Разбивка единичной, расчетной области на конечные элементы

Базисные функции в узлах j, k, l определяются аналогично [2-4, 7, 8]. Таким образом формируется система линейных, алгебраических уравнений для определения коэффициентов $a_i^g, b_i^g, c_i^g, d_i^g$ базисных функций $N_i^g(x, y, z)$:

$$a_i^g = \frac{\Delta_a^g}{6V^g}; b_i^g = \frac{\Delta_b^g}{6V^g}; c_i^g = \frac{\Delta_c^g}{6V^g}; d_i^g = \frac{\Delta_d^g}{6V^g},$$

где V^g – объем конечного элемента (тетраэдра), м³.

$$V^g = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i & z_i \\ 1 & x_j & y_j & z_j \\ 1 & x_k & y_k & z_k \\ 1 & x_l & y_l & z_l \end{bmatrix}; \Delta_a^g = \begin{bmatrix} x_j & y_j & z_j \\ x_k & y_k & z_k \\ x_l & y_l & z_l \end{bmatrix};$$

$$b_i^g = - \begin{bmatrix} 1 & y_j & z_j \\ 1 & y_k & z_k \\ 1 & y_l & z_l \end{bmatrix}; c_i^g = - \begin{bmatrix} 1 & x_j & z_j \\ 1 & x_k & z_k \\ 1 & x_l & z_l \end{bmatrix}; d_i^g = - \begin{bmatrix} 1 & x_j & z_j \\ 1 & x_k & z_k \\ 1 & x_l & z_l \end{bmatrix}.$$

Вектор базисных функций для элемента задается как $N = [N_i, N_j, N_k, N_l]$. Если узловые значения искомой функции $T_m, m = i, j, k, l$ станут известными, то значения функции $T(x, y, z)$ во внутренних точках элемента P^g определяются с помощью функции элемента:

$$\bar{T}^g = T_i^g N_i^g + T_j^g N_j^g + T_k^g N_k^g + T_l^g N_l^g. \quad (3)$$

Если подставить приближенное решение (3) в (2), то результатом будет не тождественный ноль, а некоторая функциональная невязка $G_P(x, y, z)$ по расчетной области P и невязка $G_L(x, y, z)$ по границе Γ .

$$G_P(x, y, z) = \rho c \frac{d\bar{T}}{dt} - \lambda \left(\frac{d^2 \bar{T}}{dx^2} + \frac{d^2 \bar{T}}{dy^2} + \frac{d^2 \bar{T}}{dz^2} \right) - Q(x, y, z)$$

$$G_L(x, y, z) = \lambda \frac{d\bar{T}}{dn} \Big|_{\Gamma}. \quad (4)$$

Согласно метода взвешенных невязок [5] необходимо обеспечение ортогональности функциональных невязок и специальным образом подобранных весовых функций $W_S(x, y, z), S = \overline{1, M}$ для невязки $G_P(x, y, z)$ и $\bar{W}_S(x, y, z), S = \overline{1, M}$ – для невязки $G_L(x, y, z)$. Для непрерывных функций $G_P(x, y, z)$ и $G_L(x, y, z)$ это означает равенство нулю суммы тройного и криволинейного интегралов соответственно по области и границе:

$$(G_P, W_S) + (G_L, \bar{W}_S) = \iiint_P \left[\rho c \frac{d\bar{T}}{dt} - \lambda \left(\frac{d^2 \bar{T}}{dx^2} + \frac{d^2 \bar{T}}{dy^2} + \frac{d^2 \bar{T}}{dz^2} \right) - Q(x, y, z) \right]$$

$$\cdot W_S(x, y, z) dx dy dz + \int_L \left[\lambda \frac{d\bar{T}}{dn} \Big|_{\Gamma} \right] \bar{W}_S d\Gamma = 0 \quad S = \overline{1, M}, \quad (5)$$

где $W_S(x, y, z)$ – весовые функции для внутренних узлов расчетной области $S = \overline{1, M}$,

$\bar{W}_S(x, y, z)$ – весовые функции для граничных узлов расчетной области.

В соответствии с методом Галеркина взвешенных невязок весовые функции равны базисным: $W_S = N_S$, $\bar{W}_S = \bar{N}_S$. Таким образом, подставляя (5) в (2) и применяя к полученному выражению формулу Грина, получаем формулировку конечно-элементного метода Галеркина:

$$\sum_{m=1}^M T_m \left[\int_V \rho c \frac{d\bar{T}}{dt} N_S N_m dV + \int_V \left(\frac{dN_S}{dx} \left(\lambda \frac{dN_m}{dx} \right) + \frac{dN_S}{dy} \left(\lambda \frac{dN_m}{dy} \right) + \frac{dN_S}{dz} \left(\lambda \frac{dN_m}{dz} \right) \right) dV \right] = \int_V Q(x, y, z) N_S dV, \quad S = \overline{1, M}. \quad (6)$$

Система (6) является неоднородной системой линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), которую можно представить в матричной форме:

$$[R][T] = [F], \quad (7)$$

где R – глобальная матрица теплопроводности,

T – вектор-столбец, состоящий из температур в узлах элементов,

F – глобальный вектор тепловой нагрузки.

Для конечного элемента g система уравнений МКЭ запишется в виде:

$$[r^g][t^g] = [\varphi^g], \quad (8)$$

где $r^g = \begin{bmatrix} r_{ii} & r_{ij} & r_{ik} & r_{il} \\ r_{ji} & r_{jj} & r_{jk} & r_{jl} \\ r_{ki} & r_{kj} & r_{kk} & r_{kl} \\ r_{li} & r_{lj} & r_{lk} & r_{ll} \end{bmatrix}$ – локальная матрица теплопроводности;

$\varphi^g = \begin{bmatrix} \varphi_i \\ \varphi_j \\ \varphi_k \\ \varphi_l \end{bmatrix}$ – локальный вектор тепловой нагрузки.

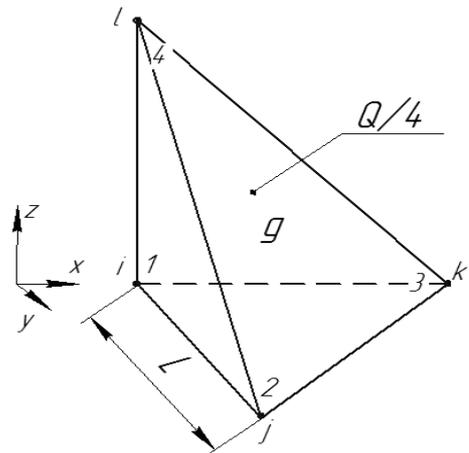


Рисунок 3 – Конечный элемент g тетраэдральной формы

Рассмотрим случай для конечного элемента g , представленного тетраэдром (рис.3), когда на всех гранях присутствует конвективный теплообмен и объемное тепловыделение.

Локальный вектор тепловой нагрузки в случае, когда на всех гранях элемента g приложен конвективный теплообмен и присутствуют внутренние источники тепла, запишется в виде:

$$\begin{aligned} \varphi^g = & \frac{Q}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{T_{ij}\alpha_{ij}L_{ij}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{T_{ik}\alpha_{ik}L_{ik}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{T_{il}\alpha_{il}L_{il}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \\ & + \frac{T_{jk}\alpha_{jk}L_{jk}}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{T_{kl}\alpha_{kl}L_{kl}}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{T_{li}\alpha_{li}L_{li}}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (9)$$

Локальную матрицу теплопроводности для конечного элемента g при наличии на каждой грани конвективного теплообмена запишем следующим образом:

$$\begin{aligned} r^g = & \lambda_x V^g \begin{bmatrix} a_{ii} & a_{ji} & a_{ki} & a_{li} \\ a_{ij} & a_{jj} & a_{kj} & a_{lj} \\ a_{ik} & a_{jk} & a_{kk} & a_{lk} \\ a_{il} & a_{jl} & a_{kl} & a_{ll} \end{bmatrix} + \lambda_y V^g \begin{bmatrix} b_{ii} & b_{ji} & b_{ki} & b_{li} \\ b_{ij} & b_{jj} & b_{kj} & b_{lj} \\ b_{ik} & b_{jk} & b_{kk} & b_{lk} \\ b_{il} & b_{jl} & b_{kl} & b_{ll} \end{bmatrix} + \lambda_z V^g \begin{bmatrix} c_{ii} & c_{ji} & c_{ki} & c_{li} \\ c_{ij} & c_{jj} & c_{kj} & c_{lj} \\ c_{ik} & c_{jk} & c_{kk} & c_{lk} \\ c_{il} & c_{jl} & c_{kl} & c_{ll} \end{bmatrix} + \\ & + \frac{\alpha_{ij}L_{ij}}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{\alpha_{ik}L_{ik}}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{\alpha_{il}L_{il}}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} + \\ & + \frac{\alpha_{jk}L_{jk}}{6} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{\alpha_{kl}L_{kl}}{6} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} + \frac{\alpha_{li}L_{li}}{6} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (10)$$

Значения температуры в узлах конечного элемента получим из выражения:

$$[t^g] = [r^g]^{-1} \cdot [\varphi^g]. \quad (11)$$

Для построения глобальных матриц R, T, F необходимо локальным номерам узлов i, j, k, l каждого элемента g поставить в соответствие глобальные номера узлов m , $m = \overline{1, M}$. Расширенные таким образом матрицы складываются, и в результате ансамблирования получаем глобальные матрицы. Поставляя последние в формулу (7), рассчитываем распределение температуры по узлам рассматриваемой области.

Выводы. Моделирование распределения температуры в единичном элементе проводилось в программном пакете Ansys при грубом качестве сетки и вручную с использованием программы MathLab для конечного элемента того же размера и с теми же граничными условиями. Рассчитанное значение температуры на поверхности элемента в пакете Ansys составило 366°C , расчет по вышеизложенной методике показал температуру в $366,8133^\circ\text{C}$, таким образом, ошибка расчета составила $\sigma = 0,22$. Приведенные данные численного моделирования показывают, что при решении методом МКЭ, используемого в том числе в качестве математического аппарата в системе Ansys, задач

конвективного теплообмена с заданными граничными условиями можно достигнуть хорошего соответствия численного и теоретического расчета.

Приведенная методика позволяет создать модель всего агломерируемого слоя с наложенными на него граничными условиями; зная распределение химических компонентов и внешних тепловых источников по высоте и ширине моделируемого слоя [10], можно рассчитать распределение температуры в агломерате. Кроме того, данная модель позволит оценить влияние сегрегации компонентов шихты на температурный режим процесса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Конечно-элементное моделирование тепловых процессов в программной среде ANSYS: методические указания к лабораторной работе / сост. Трудоношин В.А., Носко А.П. – М.: МГТУ, 2005. – 54с.
2. Румянцев А.В. Метод конечных элементов в задачах теплопроводности: учеб. пос. / Калининград: Калинингр. ун-т, 1995. – 170с.
3. Метод конечных элементов: учеб. пос. для вузов / под ред. П.М.Варвака. – Киев: Вища школа. Головное изд-во, 1981. – 176с.
4. Применение метода конечных элементов в решении задач прикладной механики: учеб.-метод. пос. для студентов техн. специальностей / А.О.Шимановский, А.В.Путятю. – Гомель: БелГУТ, 2008. – 61с.
5. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / пер. с англ. под ред. В.Д.Виоленского. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 124с.
6. Свет Е.В. Нестационарная задача теплопроводности в трехмерной постановке для многослойных пластин сложной формы / Свет Е.В. // Вісник НТУ „ХПІ”. – 2013. – № 63 (1036). – С.122-131.
7. Введение в метод конечных элементов: методическое пособие / сост. Ю.А.Сагдеева и др. – Ижевск: Изд-во „Удмуртский ун-т”, 2011. – 44с.
8. Метод конечных элементов в нелинейных задачах инженерной механики / Клованич С.Ф. – Запорожье: Издательство журнала „Світ геотехніки”, 2009. – 400с.
9. А.А.Фефелов. Оценка квазисингулярных интегралов при численной реализации метода граничных элементов в трехмерных неосесметричных задачах теплопроводности / А.А.Фефелов // Вестник РГРТУ. – 2008. – Вып. 23. – С.41-46.
10. Мных А.С. Исследование химического состава фракций агломерационной шихты для условий комбината „Запорожсталь” / Мных А.С. // Теория и практика металлургии. – 2014. – №3-6. – С.35-38.

Поступила в редколлегию 03.09.2014.