

## СИНТЕЗ НЕЛИНЕЙНОГО СУБОПТИМАЛЬНОГО РЕГУЛЯТОРА КОНТУРА СТАБИЛИЗАЦИИ УСИЛИЯ РЕЗАНИЯ С УЧЕТОМ ФЛУКТУАЦИЙ ПРИПУСКА

**Введение.** В настоящее время в металлорежущих станках все чаще используются системы стабилизации усилия резания [1]. Применение таких систем позволяет повысить качество обрабатываемой поверхности и увеличить производительность оборудования. Отличительной их особенностью является сложность построения регуляторов, поскольку при использовании стандартных корректирующих устройств, при достаточно больших коэффициентах усиления разомкнутой системы, в контуре стабилизации усилия резания (КСУР) возникает режим автоколебаний. Существует ряд публикаций, посвященных проблеме построения регуляторов для КСУР [2,3]. Однако в них рассматривается упрощенная модель исследуемого объекта и не учитывается влияние ряда нелинейностей, существенно ухудшающих динамические характеристики системы.

**Постановка задачи исследования.** Известно, что системы стабилизации усилия резания работают при наличии внешних и внутренних возмущений. В современной теории оптимального управления сложилось два основных подхода при решении задачи синтеза с учетом внешних возмущений. Первый из них связан с задачей стохастического оптимального управления и приводит в итоге к стохастическому уравнению Беллмана [4]. Если статические характеристики возмущающего воздействия отличны от «белого шума», то решается задача получения математической модели внешних возмущений в виде формирующего фильтра с последующим решением задачи наблюдения [5]. Второй подход к решению задачи построения инвариантных систем автоматического управления возникает в том случае, когда возмущающие воздействия являются детерминированными, регулярными. Как правило, природа возмущений, действующих на управляемый объект, неизвестна. Однако в некоторых случаях оказывается достаточным приближенное описание возмущающих воздействий. В системах стабилизации усилия резания большинство возмущений имеет волнообразный, то есть регулярный характер, вследствие вращательного движения обрабатываемой заготовки [6-8]. Поэтому, второй подход к решению задачи построения инвариантной системы является более предпочтительным.

Перспективным направлением в настоящее время является разработка субоптимальных нелинейных законов управления, которые позволяют существенно уменьшить влияние возмущений, действующих в системе, а также учитывать наличие нелинейностей в контуре управления. В представленной статье решение задачи синтеза регулятора контура стабилизации усилия резания (КСУР) основано на методе Беллмана – Ляпунова с использованием концепции «метода погружения» [9,10].

**Материалы исследования.** Структурная схема КСУР с приводом подачи постоянного тока с учетом влияния зазоров и упругости механической передачи, а также упругой системы суппорта (УСС) и внешних возмущающих воздействий волнового характера изображена на рис.1. Модель процесса резания, полученная в [6], включает в себя «зону нечувствительности», обусловленную наличием зазора в направляющих; апериодическое звено первого порядка, учитывающее инерционность процесса резания, и колебательное звено, описывающее УСС. Математическая модель возмущений представлена дифференциальным уравнением второго порядка, предложенным в работе Джонсона [11]. На вход передаточной функции, определяющей влияние возмущений, подается единичная импульсная функция Дирака  $\delta$ . Контур регулирования тока якоря с релейным регулятором представлен звеном типа «насыщение» согласно [12]. Механическая передача представляет собой двухмассовую систему с сосредоточенными моментами инерции  $J_1$  и  $J_2$ , жесткостью  $C_{12}$  и вязким трением  $\beta_{12}$  [13]. Система регулирования скорости вращения вала двигателя и механическая передача входят в контур управления линейным перемещением режущего инструмента с П – регулятором положения. На рис.1. приняты следующие обозначения:  $K_{рез}$ ,  $K_{пр}$  – коэффициенты усиления процесса резания по подаче и припуску, соответственно;  $K_n$  – коэффициент усиления передаточного устройства;  $T_{рез}$  – постоянная времени процесса резания;  $K_{ус}$ ,  $T_{ус}$ ,  $\xi$  – коэффициент передачи, постоянная времени и коэффициент демпфирования УСС;  $b_1$ ,  $b_2$  – величины зазоров в шариково-винтовой паре и в направляющих;  $F_y$  – нормальная составляющая усилия резания;  $y$  – упругая деформация УСС;  $t_{рз}$  – заданная глубина резания;  $t_d$  – действительная величина глубины резания;  $F_{y3}$  – задание по нормальной составляющей усилия резания;  $l_2$  – линейное перемещение режущего инструмента;  $\varphi_2$ ,  $\omega_2$  – угол поворота и скорость выходного вала ходового винта;  $\varphi_1$ ,  $\omega_1$  – угол поворота и скорость вала двигателя;  $M_{12}$  – упругий момент;  $M$  – момент двигателя;  $M_{c1}$ ,  $M_{c2}(s, t_d)$  – моменты нагрузки вала двигателя и ходового винта;  $I_a$  – ток якоря;  $K_1$ ,  $K_\omega$  – коэффициенты обратных связей по перемещению исполнительного механизма и скорости вращения вала двигателя;  $K_{рп}$ ,  $K_{рс}$  – коэффициенты

усиления регуляторов положения и скорости;  $f_1(u_{pc})$ ,  $f_2(\Delta\varphi)$ ,  $f_3(t_{ps} - y)$  - нелинейности типа «насыщение» и «зона нечувствительности».  $\Delta m$  - флуктуация припуска;  $T_b$ ,  $\xi_{\hat{a}}$  - постоянная времени и коэффициент демпфирования внешних возмущений;  $\delta$  - функция Дирака.

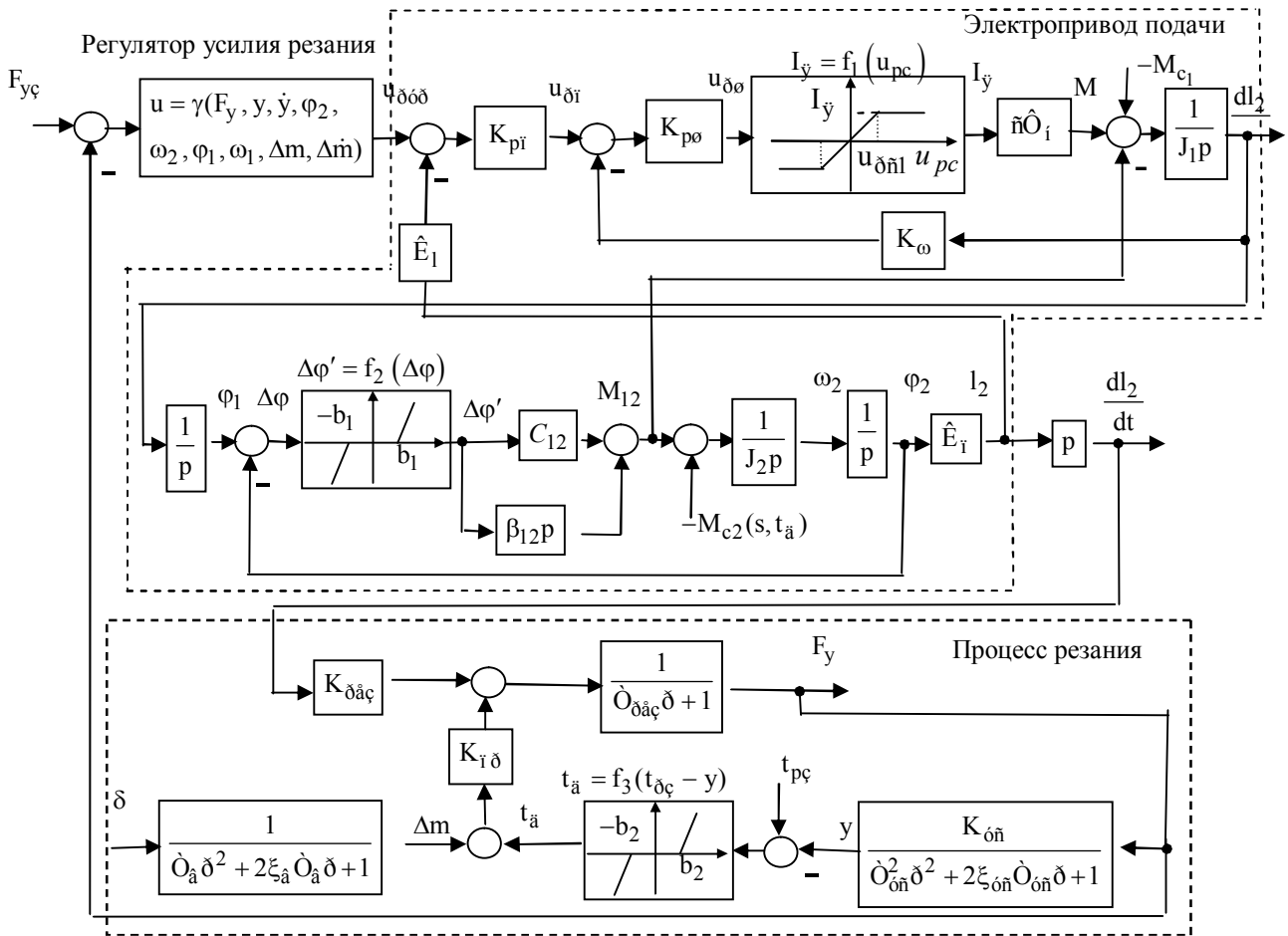


Рис.1. Структурная схема КСУР.

Система дифференциальных уравнений, соответствующих структурной схеме, приведенной на рис.1, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 \dot{F}_y &= -T_{рез}^{-1} F_y + K_{рез} T_{рез}^{-1} K_n \omega_2 + K_{пр} T_{рез}^{-1} f_3(t_{ps} - y + \Delta m), \\
 \dot{y} &= y', \\
 \dot{y}' &= -T_{yc}^{-2} y - 2\xi_{yc} T_{yc}^{-1} y' + K_{yc} T_{yc}^{-2} F_y, \\
 \Delta \dot{m} &= \Delta m', \\
 \Delta \dot{m}' &= -T_b^{-2} \Delta m - 2\xi_b T_b^{-1} \Delta m' + \delta, \\
 \dot{\varphi}_2 &= \omega_2, \dot{\omega}_2 = J_2^{-1} (c_{12} \cdot f_2(\Delta\varphi) + \beta_{12} \cdot f_2'(\Delta\varphi) - M_{c2}), \\
 \dot{\varphi}_1 &= \omega_1, \\
 \dot{\omega}_1 &= J_1^{-1} \cdot (c\Phi_n \cdot f_1(K_{пр}(u_{пр} - K_1 \cdot l_2) - K_\omega \cdot \omega_1)) - c_{12} \cdot f_2(\Delta\varphi) - \beta_{12} \cdot f_2'(\Delta\varphi) - M_{c1}),
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

где  $M_{c2} = K_1 \cdot \omega_2 \cdot K_n^{-1} + K_2 \cdot (t_{ps} - f_3(y)) \cdot K_n^{-1}$  - момент нагрузки на выходе механической передачи, определяемый составляющей усилия резания  $F_x$ .

Наличие нелинейностей в математической модели управляемого объекта делает процедуру синтеза нелинейного оптимального управления крайне сложной в вычислительном отношении, особенно для систем высокого порядка. Поэтому целесообразно использовать процедуру аналитического конструирования (АК) субоптимального регулятора при помощи аппарата Беллмана – Ляпунова с использованием концепции метода «инвариантного вложения» [9,10,14], что позволяет в значительной степени снять проблему «проклятия размерности». При этом сложная исходная задача синтеза нелинейного регулятора распадается на ряд более простых линейных задач оптимального управления.

Осуществляя линеаризацию вышеуказанных нелинейностей методом «секущих» [15], получим  $f_1(u_{pc1}) = K(u_{pc1}) \cdot u_{pc1}$ ,  $f_2(\Delta\varphi) = K(\Delta\varphi) \cdot \Delta\varphi$ ,  $f_3(y) = K(y) \cdot y$ , где  $K(u_{pc1})$ ,  $K(\Delta\varphi)$ ,  $K(y)$  - коэффициенты мгновенной линеаризации.

Линеаризованная система дифференциальных уравнений в матричной форме запишется:

$$\dot{X} = AX + BU, \quad (2)$$

$$\text{где } A = \begin{bmatrix} -a_1 & -a_2 & 0 & a_3 & 0 & 0 & a_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_5 & -a_6 & -a_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a_8 & -a_9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a_{10} & 0 & -a_{11} & 0 & -a_{12} & -a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a_{16} & a_{17} & -a_{18} & a_{19} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ b \end{bmatrix}; X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \end{bmatrix}; U = [u]; x_1 = F_y,$$

$$x_2 = y, \quad x_3 = y', \quad x_4 = \Delta m, \quad x_5 = \Delta m', \quad x_6 = \varphi_2, \quad x_7 = \omega_2, \quad x_8 = \varphi_1, \quad x_9 = \omega_1, \quad a_1 = T_{pez}^{-1},$$

$$a_2 = a_3 = K_{np} \cdot T_{pez}^{-1} \cdot K(y), \quad a_4 = K_{pez} \cdot T_{pez}^{-1} \cdot K_{\Pi}, \quad a_5 = K_{yc} T_{yc}^{-2}, \quad a_6 = T_{yc}^{-2}, \quad a_7 = 2\xi_{yc} T_{yc}^{-1}, \quad a_8 = T_B^{-2}, \quad a_9 = 2\xi_B T_B^{-1},$$

$$a_{10} = a_{11} = K_2 \cdot K(y) \cdot K_{\Pi}^{-1}, \quad a_{12} = a_{14} = a_{18} = c_{12} \cdot K(\Delta\varphi) \cdot J_2^{-1},$$

$$a_{13} = \beta_{12} \cdot K(\Delta\varphi) \cdot J_2^{-1}, \quad a_{15} = \beta_{12} \cdot K(\Delta\varphi) \cdot J_2^{-1} - K_1 \cdot K_{\Pi}^{-1}, \quad a_{16} = c\Phi_n K(u_{pc1}) K_{pc} K_{\Pi} J_1^{-1} - c_{12} \cdot K(\Delta\varphi) \cdot J_1^{-1},$$

$$a_{17} = \beta_{12} \cdot K(\Delta\varphi) \cdot J_1^{-1}, \quad a_{19} = c\Phi_n K(u_{pc1}) K_{pc} K_{\omega} \cdot J_1^{-1} + \beta_{12} \cdot K(\Delta\varphi) J_1^{-1}, \quad b = c\Phi_n \cdot K(u_{pc1}) \cdot K_{pc} \cdot K_{rp} \cdot J_1^{-1}.$$

При этом коэффициенты матриц  $A$  и  $B$  являются функциями параметров линеаризации, то есть будут изменяться для различных областей фазового пространства.

В качестве минимизируемого функционала принимаем квадратичный критерий оптимальности, отвечающий требованиям динамической точности и минимума энергетических затрат на управление:

$$\min_u J = \int_0^{\infty} [\sum_{i=1}^3 \alpha_i x_i^2 + \sum_{i=6}^9 \alpha_i x_i^2 + cu^2] dt. \quad (3)$$

В соответствии с методикой, изложенной в [9,10,14], процедура синтеза с использованием метода «погружения» реализуется в виде следующей последовательности этапов:

1. Осуществляется решение задачи АК «в малом» для модели (2) и функционала (3). При этом решается матричное уравнение Риккати вида  $A^T S + SA - SBR^{-1}B^T S + Q = 0$  и находится матрица коэффициентов обратных связей  $K_1 = R^{-1}B^T S$  для случая  $K(u_{pc1}) = K_{u1}$ ,  $K(\Delta\varphi) = K_{\Delta\varphi1}$ ,  $K(y) = K_{y1}$ . Уравнение оптимального регулятора будет иметь вид  $u_M = -\sum_{i=1}^9 k_i x_i$ .

2. Осуществляется решение задачи АК «в большом». Аналогично решается уравнение Риккати и находится матрица обратных связей  $K_2 = R^{-1}B^T S$  для случая  $K(u_{pc1}) = K_{u2}$ ,  $K(\Delta\varphi) = K_{\Delta\varphi2}$ ,  $K(y) = K_{y2}$ . Уравнение оптимального регулятора будет иметь вид  $u_B = -\sum_{i=1}^9 k'_i x_i$ .

3. Определяются новые допустимые управления и осуществляется сшивание «мгновенных значений» управляющих воздействий  $u_M$  и  $u_B$ , справедливых для различных областей фазового пространства.

Представим уравнение регулятора «в большом» в виде  $u_B = u_M + \Delta u$ , где  $\Delta u = -\sum_{i=1}^9 (k'_i - k_i) x_i = -\sum_{i=1}^9 \Delta k_i x_i$  - вариация управляющего воздействия. Поскольку коэффициенты регулятора  $k_1, \dots, k_9$  являются функциями переменных состояния, то управляющими воздействиями полагаем вариации параметров  $\Delta k_1, \dots, \Delta k_9$  [10,14]. Тогда управление «в большом» принимает вид:

$$u_B = -\left(\sum_{i=1}^9 k_i x_i + \sum_{i=1}^9 \Delta k_i x_i\right). \quad (4)$$

В качестве минимизируемого функционала выбираем критерий обобщенной работы А.А. Красовского, отвечающий требованиям динамической точности и минимума энергетических затрат на управление:

$$\min_{\Delta k_{ii}} J = \int_0^{\infty} \left( \sum_{i=1}^3 q_i x_i^2 + \sum_{i=6}^9 q_i x_i^2 + \sum_{i=1}^9 c_{ii} \Delta k_{ii}^2 + \sum_{i=1}^9 \frac{x_i^2}{4c_{ii}} \cdot \left( b \frac{\partial V}{\partial x_9} \right)^2 \right) dt \quad (5)$$

где  $c_i = \Delta k_{i \max}^{-2}$  - весовые коэффициенты.

Осуществляем замыкание исходной системы, подставляя выражение для  $u_B$  в систему (2):

$$\begin{aligned} \min_{\Delta k_{ii}} \int_0^{\infty} & \sum_{i=1}^3 q_i x_i^2 + \sum_{i=6}^9 q_i x_i^2 + \sum_{i=1}^9 c_{ii} \Delta k_{ii}^2 + \frac{\partial V}{\partial x_1} \cdot (-a_1 x_1 - a_2 x_3 + a_3 x_4 + a_4 x_7) + \frac{\partial V}{\partial x_2} \cdot x_3 + \frac{\partial V}{\partial x_3} \cdot (a_5 x_1 - a_6 x_2 - a_7 x_3) + \\ & + \frac{\partial V}{\partial x_4} \cdot x_5 + \frac{\partial V}{\partial x_5} \cdot (-a_8 x_4 - a_9 x_5) + \frac{\partial V}{\partial x_6} \cdot x_7 + \frac{\partial V}{\partial x_7} \cdot (a_{10} x_2 - a_{11} x_4 - a_{12} x_6 - a_{13} x_7 + a_{14} x_8 + a_{15} x_9) + \frac{\partial V}{\partial x_8} \cdot x_9 + \\ & + \frac{\partial V}{\partial x_9} \cdot (-a_{16} x_6 + a_{17} x_7 - a_{18} x_8 + a_{19} x_9 - b_1 \sum_{i=1}^6 (k_i x_i + \Delta k_{ii} x_i)) = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

Для системы уравнений (6) и минимизируемого функционала (5) функциональное уравнение Беллмана имеет вид:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^3 q_i x_i^2 + \sum_{i=6}^9 q_i x_i^2 + \frac{\partial V}{\partial x_1} \cdot (-a_1 x_1 - a_2 x_3 + a_3 x_4 + a_4 x_7) + \frac{\partial V}{\partial x_2} \cdot x_3 + \frac{\partial V}{\partial x_3} \cdot (a_5 x_1 - a_6 x_2 - a_7 x_3) + \frac{\partial V}{\partial x_4} \cdot x_5 + \\ & + \frac{\partial V}{\partial x_5} \cdot (-a_8 x_4 - a_9 x_5) + \frac{\partial V}{\partial x_6} \cdot x_7 + \frac{\partial V}{\partial x_7} \cdot (a_{10} x_2 - a_{11} x_4 - a_{12} x_6 - a_{13} x_7 + a_{14} x_8 + a_{15} x_9) + \\ & + \frac{\partial V}{\partial x_8} \cdot x_9 + \frac{\partial V}{\partial x_9} \cdot (-a_{16} x_6 + a_{17} x_7 - a_{18} x_8 + a_{19} x_9 - b_1 \sum_{i=1}^6 k_i x_i) = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Реализуя процедуру минимизации по  $\Delta k_i$ , получаем:

$$\Delta k_i = \frac{b}{2c_i} \cdot \frac{\partial V}{\partial x_9}, \quad i = \overline{1,9}. \quad (8)$$

В итоге, модифицированное уравнение Гамильтона – Якоби – Беллмана принимает вид:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^3 q_i x_i^2 + \sum_{i=6}^9 q_i x_i^2 + \frac{\partial V}{\partial x_1} \cdot (-a_1 x_1 - a_2 x_2 + a_3 x_5) + \frac{\partial V}{\partial x_2} \cdot x_3 + \frac{\partial V}{\partial x_3} \cdot (a_4 x_1 - a_5 x_2 - a_6 x_3) + \frac{\partial V}{\partial x_4} \cdot x_5 + \frac{\partial V}{\partial x_5} \cdot (a_7 x_2 - \\ & - a_8 x_4 - a_9 x_5 + a_{10} x_6 + a_{11} x_7) + \frac{\partial V}{\partial x_6} \cdot x_7 + \frac{\partial V}{\partial x_7} \cdot (-a_{12} x_4 + a_{13} x_5 - a_{14} x_6 - a_{15} x_7 - b \sum_{i=1}^7 k_i x_i) = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

Решение этого уравнения ищется в виде квадратичной формы:

$$V(x_1, \dots, x_9) = \sum_{ij=1}^9 k_{ij} x_i x_j. \quad (10)$$

Коэффициенты выражения (10) определяются из системы линейных алгебраических уравнений.

Закон субоптимального управления в общем виде определяется следующим соотношением:

$$u = -\left( \sum_{i=1}^9 k_i x_i + \sum_{i=1}^9 \frac{b}{2c_i} \cdot \frac{\partial V}{\partial x_9} \cdot x_i^2 \right) = -\left( \sum_{i=1}^9 k_i x_i + \sum_{i=1}^9 \frac{b}{c_i} x_i^2 \cdot \left( \sum_{j=1}^9 k_{j9} x_j \right) \right) \quad (11)$$

С целью исследования динамики замкнутой системы было проведено цифровое моделирование. Переходной процесс нормальной составляющей усилия резания при использовании в контуре стандартного П-регулятора представлен на рис.2а. В случае применения синтезированного нелинейного регулятора переходной процесс по выходной координате отображен на рис.2б.

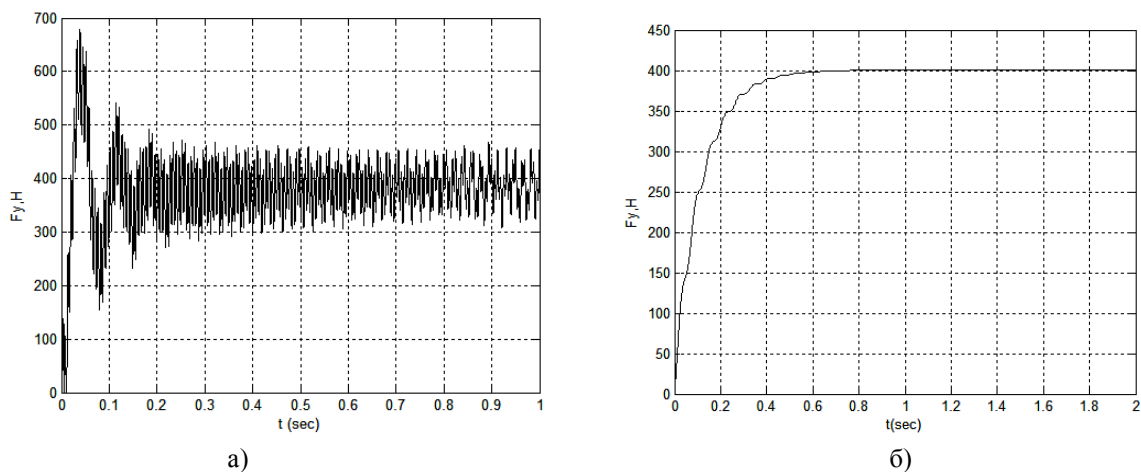


Рис.2. Переходной процесс по нормальной составляющей усилия резания при использовании П–регулятора (а) и синтезированного нелинейного регулятора (б).

**Выводы.** Анализ графиков показывает, что качество переходного процесса в системе с нелинейным регулятором существенно выше, чем с традиционным П – регулятором. Использование предложенного регулятора обеспечивает отсутствие режима автоколебаний и позволяет значительно сократить время переходного процесса. Дальнейшее улучшение качества регулирования возможно за счет решения задачи аналитического конструирования при классическом функционале. Однако, это приведет к необходимости отыскания функции Беллмана в виде последовательности степенных форм, что существенно усложнит процедуру синтеза.

#### Литература.

1. Шапарев Н.К. Расчет автоматизированных систем управления металлообработкой. – К.:Лыбидь,1992.- 272с.
2. Design and analysis of output feedback force control in parallel turning./ R. Sudhakara, R. Landers// Proc I MECH E Part I Journal of Systems & Control Engineering, 2004, №16, - pp. 487-501.
3. Self-organizing fuzzy control of constant cutting force in turning [Электронный ресурс]/ Ruey-Jing Lian, Bai-Fu Lin, Juun-Han Huang: Электрон. журн. London, Springer, 2005. – Режим доступа: www.springer.com платный. – Загл. с экрана.
4. Батков А.М., Александров В.М. и др. Методы оптимизации в статистических задачах управления. М. «Машиностроение», 1974г. – 240с.
5. Д.М. Сейдж, Ч.С. Уайт III. Оптимальное управление системами. М., Радио и Связь, 1982. – 392с.
6. Петраков Ю.В. Теорія автоматичного управління в металообробці. – К.: ІЗМН, 1999. – 212с.
7. Васильев В.С., Васильев С.В. Резание металлов – псевдогармонический случайный процесс //СТИН. – 2003. - №7. – с.17-20.
8. Тверской М.М. Автоматическое управление режимами обработки деталей на станках. - М.: Машиностроение, 1982. – 208с.
9. Ту Ю. Современная теория управления. – М.: Машиностроение. 1971. – 472с.
10. Kudin V.F., Kolacny J. Synthesis of suboptimal nonlinear regulator by immersion method. //J. Electrical engineering. - Bratislava, Slovakia , 1998, Vol.49, NO 1-2, pp 11-15.
11. С. Джонсон. Теория регуляторов, приспособляющихся к возмущениям.// Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах./ Под редакцией К.Т.Леондеса – М.: Мир, 1980. – с. 253-320.
12. Попов Е.П. Теория нелинейных систем автоматического регулирования и управления. - М.: Наука. 1988. -256с.
13. Башарин А.В., Новиков В.А. Управление электроприводами: Учебное пособие для вузов – Л.: Энергоиздат. Ленингр. Отд-ние, 1982.-392с.
14. Кудин В.Ф. К вопросу построения нелинейного регулятора методом динамического программирования /Автоматика, АН УССР – Киев, 1968, №1.с.32-38.
15. Пальтов И.П. Качество процессов и синтез корректирующих устройств в нелинейных автоматических системах. - М: Наука, 1975г.