

РАЗДЕЛ «МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ»

УДК 669.717:669.046.55.001.57

ЯЛОВАЯ Е.Н., аспирант
БОЛОТОВ В.Ю., к.т.н., доцент

Днепродзержинский государственный технический университет

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПЛАВЛЕНИЯ МЕТАЛЛОШИХТЫ В ДУГОВОЙ СТАЛЕПЛАВИЛЬНОЙ ПЕЧИ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ВЛИЯНИЯ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ЭНЕРГОТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ НА ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТЬ ПЛАВКИ

Наведені результати обчислювального експерименту з дослідження гідродинаміки процесу плавлення шихти при використанні донної продувки інертним газом. Встановлена можливість зниження витрати електричної енергії та тривалості плавки за рахунок використання теплоти екзотермічних реакцій та технології донної продувки інертним газом на окремих стадіях розплавлення металошихти.

Представлены результаты вычислительного эксперимента по исследованию гидродинамики процесса плавления шихты при использовании донной продувки инертным газом. Установлена возможность снижения расхода электрической энергии и продолжительности плавки за счет использования теплоты экзотермических реакций и технологии донной продувки инертным газом на отдельных стадиях расплавления металлошихты.

Results of the calculating experiment on research of hydrodynamics of charge's melting process with use of the bottom blasting by inert gas are presented. The opportunity to decrease the rate of electric energy and to diminish the melting's duration due to utilization of the heat of exothermal reactions and by means of technology of the bottom blasting by inert gas at separate stages of melting's process of metal charge is established.

Введение. Выплавка стали в сверхмощных дуговых сталеплавильных печах (ДСП) является одной из наиболее эффективных энергосберегающих технологий сталеплавильного производства, обеспечивающих производство стали высокого качества. Для оценки эффективности производства в дуговых сталеплавильных печах и разработки оптимального режима выплавки стали создается математическая модель тепловой работы печи, которая учитывает все особенности протекания теплофизических процессов на всех этапах работы ДСП: период зажигания дуг, проплавления колодцев, плавления закрытыми дугами и плавления открытыми дугами. Относительно высокая стоимость электроэнергии вызывает необходимость поиска новых технических решений, применение альтернативных источников теплоты и оптимизацию существующих режимов выплавки стали в электродуговых печах (ДСП). Эффективность энергосберегающих технологий в основном зависит от интенсивности протекания периодов расплавления металлошихты, при исследовании которых важными вопросами являются:

-влияние продувки жидкой ванны инертным газом на интенсификацию протекающих тепловых процессов;

-влияние протекающих экзотермических реакций окисления элементов печи, особенно при плавках с продувкой кислородом жидкометаллической ванны, на динамику расплавления шихты в печи.

Постановка задачи. Каждая из стадий работы ДСП характеризуется температурой футеровки стен, пода, свода, шихты и «болота», количеством печных газов в атмосфере печи, интенсивностью протекания экзотермических реакций и скоростью конвективного нагрева шихты. Распределение температуры в объеме шихты и «болота» на этапе плавления закрытыми дугами описывается соответственно уравнениями теплопроводности для шихты, «болота» и шлаковой прослойки:

$$c_{ш} \rho_{ш} \frac{\partial T_{ш}}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\lambda_{ш} r \frac{\partial T_{ш}}{\partial r}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\lambda_{ш} \frac{\partial T_{ш}}{\partial \varphi}) + \frac{\partial}{\partial z} (\lambda_{ш} \frac{\partial T_{ш}}{\partial z}) + Q_{ЭКЗ}(r, \varphi, z, \tau) + Q_{КОНВ}(r, \varphi, z, \tau) + Q_{ГОР}(r, \varphi, z, \tau),$$

$$Z_{шл} < z < Z_{ш}, \quad (1)$$

$$c_{шл} \rho_{шл} \frac{\partial T_{шл}}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\lambda_{шл} r \frac{\partial T_{шл}}{\partial r}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\lambda_{шл} \frac{\partial T_{шл}(r, \varphi, z, \tau)}{\partial \varphi}) + \frac{\partial}{\partial z} (\lambda_{шл} \frac{\partial T_{шл}(r, \varphi, z, \tau)}{\partial z}) + Q_{ДУГ}(r, \varphi, z, \tau),$$

$$Z_{б} < z < Z_{шл}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T_{б}}{\partial \tau} + v_r \frac{\partial T_{б}}{\partial r} + v_{\varphi} \frac{\partial T_{б}}{r \partial \varphi} + v_z \frac{\partial T_{б}}{r \partial z} = a_{эф} \left(\frac{\partial^2 T_{б}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{б}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T_{б}}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{б}}{\partial z^2} \right) + Q_{ДУГ}(r, \varphi, z, \tau),$$

$$0 < z < Z_{б}, \quad (3)$$

где $T_{шл}(r, \varphi, z, \tau)$, $\lambda_{шл} = f(T_{шл})$, $\rho_{шл} = f(T_{шл})$ – соответственно температура, коэффициент теплопроводности, плотность шлака; $Q_{ЭКЗ}(r, \varphi, z, \tau)$ – теплота экзотермических реакций; $Q_{КОНВ}(r, \varphi, z, \tau)$ – теплота, подводимая к шихте конвекцией с отходящими печными газами; $Q_{ДУГ}(r, \varphi, z, \tau)$ – теплота, выделяемая в объеме горячего пятна в шлаке и жидкой ванне; v_r, v_{φ}, v_z – координатные компоненты поля скоростей расплава в объеме жидкой ванны при донной продувке диспергированным аргоном, $a_{эф}$ – эффективный коэффициент температуропроводности в «болоте».

Начальным условием для этих уравнений в рассматриваемом периоде является поле температур для «болота» $T_{б}(r, \varphi, z, \tau = \tau_1 + \tau_2)$ и шихты $T_{ш}(r, \varphi, z, \tau = \tau_1 + \tau_2)$, полученное в результате решения задачи теплопроводности на предыдущем этапе. Температура шлаковой прослойки принимается равной температуре «болота» в конце стадии $T_{б}(r, \varphi, z, \tau = \tau_1 + \tau_2)$.

На оси симметрии печи задано условие симметрии. На поверхности соприкосновения шихты с футеровкой стен печи или пода заданы граничные условия IV рода. На границах «болото» – шлак, шлак – шихта заданы граничные условия IV рода.

Прогрев расплава за счет выделяющейся теплоты экзотермических реакций учитывается введением в уравнение (1) источника $Q_{ЭКЗ}$, который локализован в зоне подачи кислорода и рассчитывается как суммарный тепловой эффект от окисления известной массы вещества. Тепло химических экзотермических реакций $Q_{ЭКЗ}$ окисления примесей металла и окисления металла [1]:

$$Q_{\text{экз}} = Q_{[R]}^{\text{Хим.}} + Q_{(\Sigma FeO)}^{\text{Обр.}}, \quad (4)$$

где $Q_{[R]}^{\text{Хим.}}$ – тепло химических экзотермических реакций окисления примесей металла, МДж;

$Q_{(\Sigma FeO)}^{\text{Обр.}}$ – тепло химических экзотермических реакций окисления железа, МДж.

$$Q_{[R]}^{\text{Хим.}} = \Delta H_C \cdot U_C + \Delta H_{Si} \cdot U_{Si} + \Delta H_{Mn} \cdot U_{Mn}, \quad (5)$$

где $\Delta H_C; \Delta H_{Si}; \Delta H_{Mn}$ – тепловые эффекты соответственно углерода, кремния, марганца

$$\left(\frac{\text{МДж}}{\text{кг}} \right).$$

Кроме того, необходимо учитывать, что особенно велик приход энергии от протекающих экзотермических реакций при плавках с вдуванием кислорода. Технологию подачи кислорода в печь используют прежде всего для удаления газов из металла за счет окисления углерода [4]. Зависимость содержания азота от количества окисленного углерода за плавку и зависимость между степенью удаления азота и количеством окисленного углерода за плавку приведены на рис. 1, 2 соответственно.

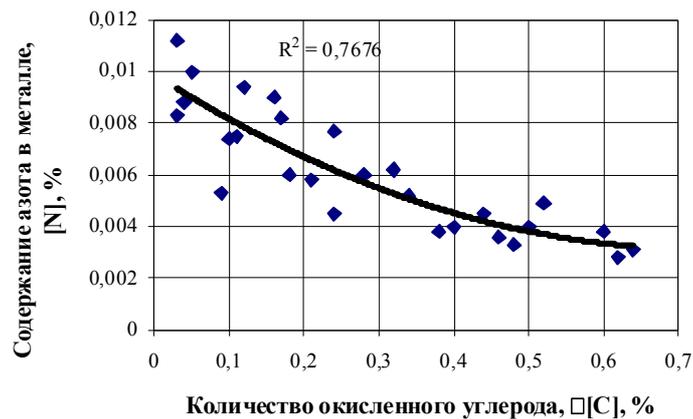


Рисунок 1 – Зависимость содержания азота от количества окисленного углерода за плавку

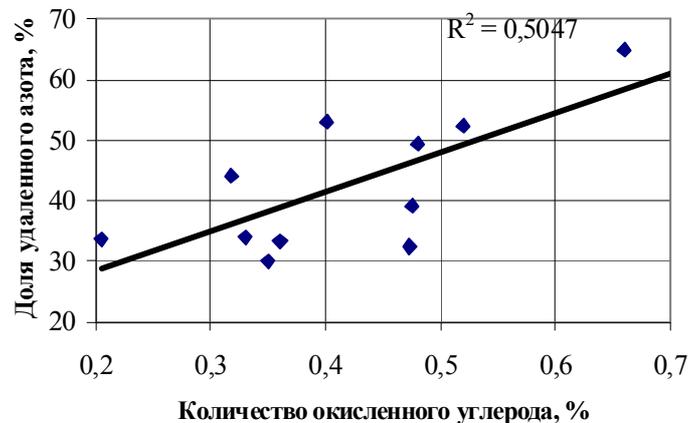


Рисунок 2 – Зависимость между степенью удаления азота и количества окисленного углерода за плавку

Процесс удаления газов из металла способствует кипению (барботажу) ванны, что ускоряет ее подогрев и выравнивание в ней температуры, что способствует экономии энергии дуг и уменьшению времени плавления шихты.

Одним из наиболее эффективных способов уменьшения времени плавления металлошихты является использование донной продувки инертным газом. Основная цель продувки металла инертным газом – увеличение скорости теплообмена между жидким расплавом и твердой металлошихтой, между металлом и шлаком и, как следствие, усреднение металла и шлака по химическому составу и температуре. При разработке математической модели, описывающей гидродинамическую картину в жидкометаллической ванне в период ее продувки инертным газом, принимаются следующие допущения:

- согласно работе [2] выдвигается предположение о сплошности единой газожидкостной среды, являющейся стратифицированной по плотности вязкой несжимаемой жидкостью;
- основным фактором, влияющим на характер движения газожидкостной среды, является подъемная сила, возникающая из-за неоднородности по плотности, обусловленной наличием газовых включений;
- предполагается, что коэффициент газосодержания достаточно мал (т.е. отношение плотностей вдуваемого газа и расплава), зависит явным образом лишь от пространственной точки и времени;
- на поверхности металла не происходит никаких волновых процессов, т.е. поверхность металла гладкая.

В этом случае динамика среды газ-расплав описывается системой уравнений [3]:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial \tau} = R(\vec{v}, \alpha) - \vec{\nabla} \tilde{p}, \quad (6)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = \Phi(\vec{v}, \alpha), \quad (7)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \tau} = -\vec{\nabla} \cdot (\alpha \vec{v}) + \Phi(\vec{v}, \alpha). \quad (8)$$

где \vec{v} – барицентрическая скорость среды газ-расплав, τ – время, \tilde{p} – динамическая составляющая давления, отнесенная к плотности расплава:

$$R(\vec{v}, \alpha) = -(\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} + \nu_e \Delta \vec{v} + \alpha \vec{g}, \quad (9)$$

$$\Phi(\vec{v}, \alpha) = \psi - \alpha \xi \rho_0 \vec{g} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) - \vec{\nabla} \cdot (\alpha \vec{w}), \quad (10)$$

где ν_e – эффективный коэффициент вязкости, \vec{g} – ускорение свободного падения, ψ – объемный источник газовой фазы, \vec{w} – диффузная скорость газовой фазы, $\xi = \frac{1}{\gamma p}$, где

γ – показатель политропы. Выражение (9) получено с учетом пренебрежения объемной вязкостью среды, а (10) – динамической составляющей давления по сравнению с ферростатической.

В соответствии с методом расщепления по физическим факторам на каждом временном шаге $\Delta \tau$ система уравнений (6-10) решается в два этапа (n – номер временного слоя):

$$I \quad \tilde{\vec{v}} = \vec{v}^n + \Delta\tau R(\vec{v}^n, \alpha^n); \quad (11)$$

$$II \quad \alpha^{n+1} = \alpha^n + \Delta\tau \left[-\vec{\nabla} \cdot (\alpha^{n+1} \vec{v}^{n+1}) + \Phi(\vec{v}^{n+1}, \alpha^{n+1}) \right]; \quad (12)$$

$$\Delta\tilde{p}^{n+1} = \frac{\vec{\nabla} \cdot \tilde{\vec{v}} - \Phi(\vec{v}^{n+1}, \alpha^{n+1})}{\Delta\tau}; \quad (13)$$

$$\vec{v}^{n+1} = \tilde{\vec{v}} - \Delta\tau \vec{\nabla} \tilde{p}^{n+1}. \quad (14)$$

Учет подачи газа через донные фурмы осуществляется путем введения в месте расположения источников газовой фазы объемной плотности $\Psi = \frac{q}{V_0} \frac{T_{met}}{273}$, где q – объемный расход аргона через каждую донную фурму и V_0 – объем зоны формирования барботажного режима в прифурменной области (считается, что он равняется удвоенному объему расчетной ячейки). Поля скоростей при продувке инертным газом в осевом сечении печи при различной массе и высоте «болота» показаны на рис. 3, 4.

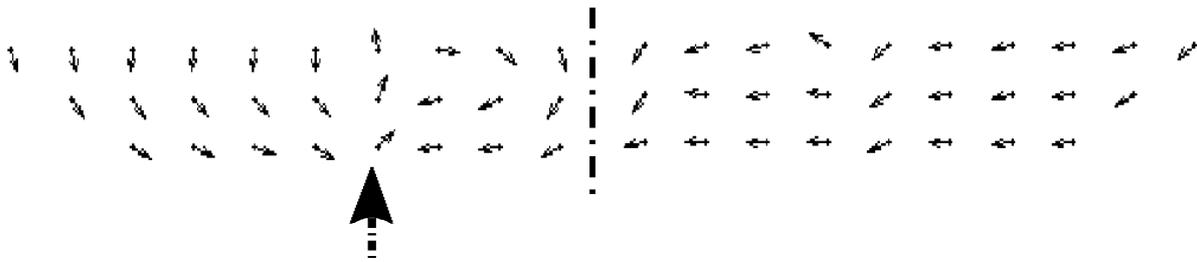


Рисунок 3 – Поле скоростей при продувке с расходом 100 л/мин в осевом сечении печи. Масса «болота» - 20т. Высота «болота» - 0,3м

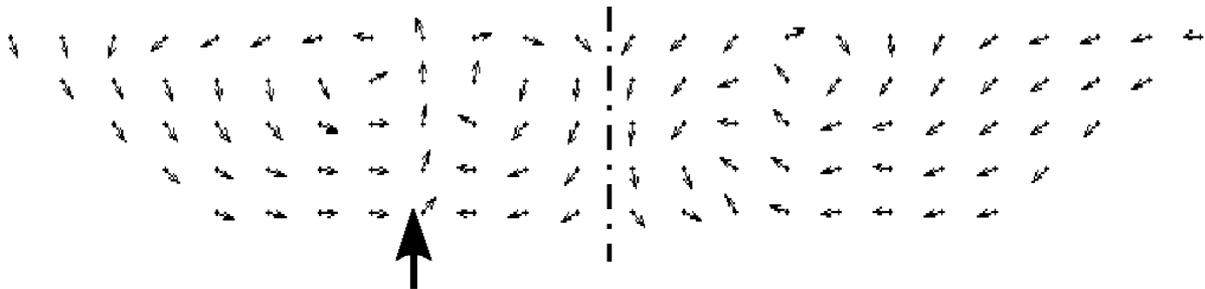


Рисунок 4 – Поле скоростей при продувке с расходом 100 л/мин в осевом сечении печи. Масса «болота» - 45т. Высота «болота» - 0,5м

Донная продувка инертным газом не является статьей теплового баланса процесса плавления в печи, но существенным образом влияет на интенсификацию тепло-массообменных процессов в рабочем пространстве печи и на уменьшение времени плавки.

Результаты работы. Идентификация разработанной математической модели гидродинамических и тепловых процессов в рабочем пространстве дуговой сталеплавильной печи проводилась на основе производственных данных балансовых плавки в 100-тонной ДСП-3 Белорусского металлургического завода.

Проведен вычислительный эксперимент по исследованию гидродинамики и кинематики при донной продувке инертным газом. Исследовалось влияние донной про-

дувки на время плавления шихты с учетом тепла дуг, газокислородных горелок и тепла экзотермических реакций. Основные данные расчетов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Статьи баланса	Вид технологии			
	Энергия дуг	Энергия дуг и горелок	Энергия дуг и продувка	Энергия дуг, горелки и продувка
Тепло, вносимое электрическими дугами, % (отн)	70,7	63,8	69,4	62,6
Тепло топливных горелок, % (отн)	0	7,9	0	8,1
Тепло экзотермических реакций, % (отн)	19,7	19,2	20,8	19,9
Расчетный расход электроэнергии, кВтч/Мдж	58042	53900	54210	51250
Расход условного топлива на тонну металла, т	71,3	74,4	66,6	71,1
Продолжительность расплавления, мин	69	62	64	59
Температура в конце периода расплавления, °С	1610	1610	1610	1610

Анализ данных табл.1 позволяет сделать вывод о возможности снижения расхода электрической энергии на 6-8% при использовании технологии донной продувки совместно с энергией электрических дуг и на 9-12% при использовании энергии дуг, энергии газокислородных горелок и донной продувки жидкой ванны. Продолжительность плавления уменьшается на 6-7,5% при использовании донной продувки и на 13-14,5% при использовании энергии дуг, энергии газокислородных горелок и донной продувки.

Выводы. В работе представлены математическая модель процесса расплавления металлической шихты на этапе плавления закрытыми дугами и математическая модель гидродинамики в жидкометаллической ванне в период ее продувки инертным газом. Модель адаптирована по данным опытно-промышленных плавок. Установлена возможность снижения расхода электрической энергии и продолжительность плавки за счет применения технологии донной продувки жидкометаллической ванны инертным газом, а также возможность снижения энергозатрат за счет тепла экзотермических реакций, особенно при использовании технологии продувки кислородом.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Расчет мощности и параметров электроплавильных печей: А.В.Егоров – М: МИСИС. – 2000. – 271с.
2. Бакакин А.В., Хорошилов В.О. О математическом описании течения металла в ковше при продувке инертным газом // Изв. вузов. Черная металлургия. – 1981.– №1.–С.143-144.
3. Самохвалов С.Е. Математична модель теплофізики багатофазного середовища на основі рідини / Дніпродзержинськ: ДДГУ. – 1994.–8 с.–Деп.№767–Ук94, 18.04.94.
4. Тепловая работа дуговых сталеплавильных печей Л.Е. Никольский, В.Д. Смоляренко. – М: Металлургия, 1981. – 319с.

УДК 669.187.004.18

ЯШИНА К.В., аспирант
БОЛОТОВ В.Ю., к.т.н., доцент
БОЛОТОВА Ю.А., к.т.н., доцент

Днепродзержинский государственный технический университет

УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ СПОСОБОВ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ РАБОТОЙ ДУГОВЫХ СТАЛЕПАЛАВИЛЬНЫХ ПЕЧЕЙ НА ОСНОВЕ КОМПЛЕКСНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ СНИЖЕНИЯ ЭНЕРГОЗАТРАТ И ПОВЫШЕНИЯ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ АГРЕГАТА

В статті наведено новий спосіб автоматизованого керування роботою дугових сталеплавильних печей з метою зниження енерговитрат та підвищення їх продуктивності.

В статье приводится новый способ автоматизированного управления работой дуговых сталеплавильных печей с целью снижения энергозатрат и повышения их производительности.

The new way of automated management by work of arc steel-smelting furnaces with the purpose of decreasing in power inputs and increasing of their productivity is given in the article.

Введение. За последние 20 лет резко возросло количество стали, производимой в дуговых сталеплавильных печах (ДСП). Бурное развитие электросталеплавильного производства началось еще в 60-е годы 20 века и было связано с достижениями в электротехнике, а именно с оснащением дуговых печей мощными трансформаторами [1].

В настоящее время доля выплавляемой электростали в мире приближается к 40% и этот показатель постоянно растет. В мире работает около 1500 дуговых печей и в среднем еженедельно вводится в работу одна новая печь. При сохранении существующего темпа роста объем выплавки стали в дуговых печах в скором времени может достичь объема выплавки в кислородных конвертерах. Улучшаются и технико-экономические показатели работы дуговых печей [1, 2].

Резкое развитие сталеплавильного производства обусловлено рядом факторов, основополагающими из которых являются меньшие (по сравнению с другими сталеплавильными производствами) показатели удельной энергоемкости, расхода сырья, капиталовложений, выбросов отходов производства в окружающую среду [1].

Но, несмотря на выше сказанное, перед сталеплавильным производством стоит еще ряд проблем, которые на сегодняшний день не решены или решены частично. Основной из них является энергетическая [2].

Ее суть заключается в энергоемкости сталеплавильного производства при постоянном росте стоимости энергии. Еще 10 лет назад экономия энергии на 1 ГДж/т стали в денежном выражении была эквивалентна экономии сотен млн. USD в год [3]. В настоящее время эти показатели значительно возросли.

Постановка задачи. Все это напрямую приводит к задачам повышения производительности и оптимизации электропотребления дуговых сталеплавильных печей. Основные пути решения этих задач можно разделить на три категории:

- применение дуговых сталеплавильных печей новых конструкций;
- модернизация дуговых сталеплавильных печей традиционной конструкции за счет использования оптимизированных современных технологий и оборудования;
- разработка и использование технологий контроля и управления процессом работы дуговой сталеплавильной печи без каких-либо реконструкций оборудования.

За последние 20 лет изменения в технике и технологии плавки в дуговых сталеплавильных печах уже способствовали снижению как основных статей условно-переменных затрат (в том числе и расхода электроэнергии), так и росту производительности печей. Однако этого недостаточно [1], [4–6].

Основываясь на этом, авторы статьи предлагают свой подход к решению проблем энергосбережения и автоматизации электросталеплавильного производства. Этот подход относится к третьей категории решения подобных задач. То есть он основан не на модернизации существующего или установке нового оборудования, а на внедрении эффективных алгоритмов контроля и управления процессом плавки.

В настоящее время в странах СНГ существует несколько автоматизированных систем управления электросталеплавильным производством [7–11]. Это разработки немецких фирм «Фукс Систематик» и «Сименс», фирмы «Danieli», а также украинских фирм «КОМТЕРМ» и «Оракул». Они включали в себя модернизацию оборудования и систему автоматизации управления процессом плавки. Данные системы были созданы под конкретные объекты, на которых они и были внедрены. В результате их работы получены неплохие показатели, наблюдается улучшение различных технико-экономических характеристик, что еще раз говорит о целесообразности внедрения систем управления в электросталеплавильном производстве. Объективно существует необходимость создать универсальный подход, который был бы пригоден для больших, средних и малых дуговых печей, печей, работающих на различных видах металлошихты, печей, имеющих некоторые специфические особенности плавки.

Результаты работы. Авторы статьи ознакомились с существующими разработками, предлагаемый ими подход существенно отличается от рассмотренных и должен обеспечить оптимальное управление процессом плавки в дуговой сталеплавильной печи и привести к снижению энергозатрат и повышению производительности.

Предлагаемый подход (рис.1) близок к методам динамического программирования и заключается в следующем: работа любой дуговой сталеплавильной печи может быть охарактеризована ее материальным и энергетическим балансами. Авторы статьи предлагают составить так называемый «идеальный» баланс печи, который представляет собой совокупность материального и энергетического балансов, к которым необходимо прийти в результате процесса плавки. После этого каждый промежуток времени по данным, полученным с датчиков или рассчитанным с помощью математической модели, составляют реальный баланс печи, представляющий собой совокупность ее материального и энергетического балансов, соответствующих данному моменту времени. Этот баланс сравнивается с идеальным, после чего проводится необходимый анализ, в результате которого определяется, к какому конкретно параметру необходимо применить управление и какое из возможных управлений будет оптимальным. Также на каждом шаге отслеживается предыдущий шаг, а именно было ли предпринятое на этом шаге управление оптимальным. Если да, то оно определяет тенденцию выбора дальнейшего управления. Если нет, то данное управление корректируется необходимым образом. После чего на следующем шаге осуществляется проверка того, дала ли корректировка ожидаемый эффект, и повторяются действия, сделанные на предыдущем шаге. В результате данного алгоритма, изначально, на каждом шаге мы приближаемся к «идеальному» балансу печи, выбирая оптимальное для данного промежутка времени управление. Когда же мы добиваемся того, что данный реальный баланс с помощью данного управления (выбранного нами на основе управлений оптимальных на каждом шаге) приводит к "идеальному" балансу, мы прекращаем корректировать управление, но продолжаем осуществлять контроль процесса. Если процесс протекает стабильно, то управление оставляем неизменным до окончания плавки, если происходят непредвиденные изменения величин параметров, снова корректируем управление.

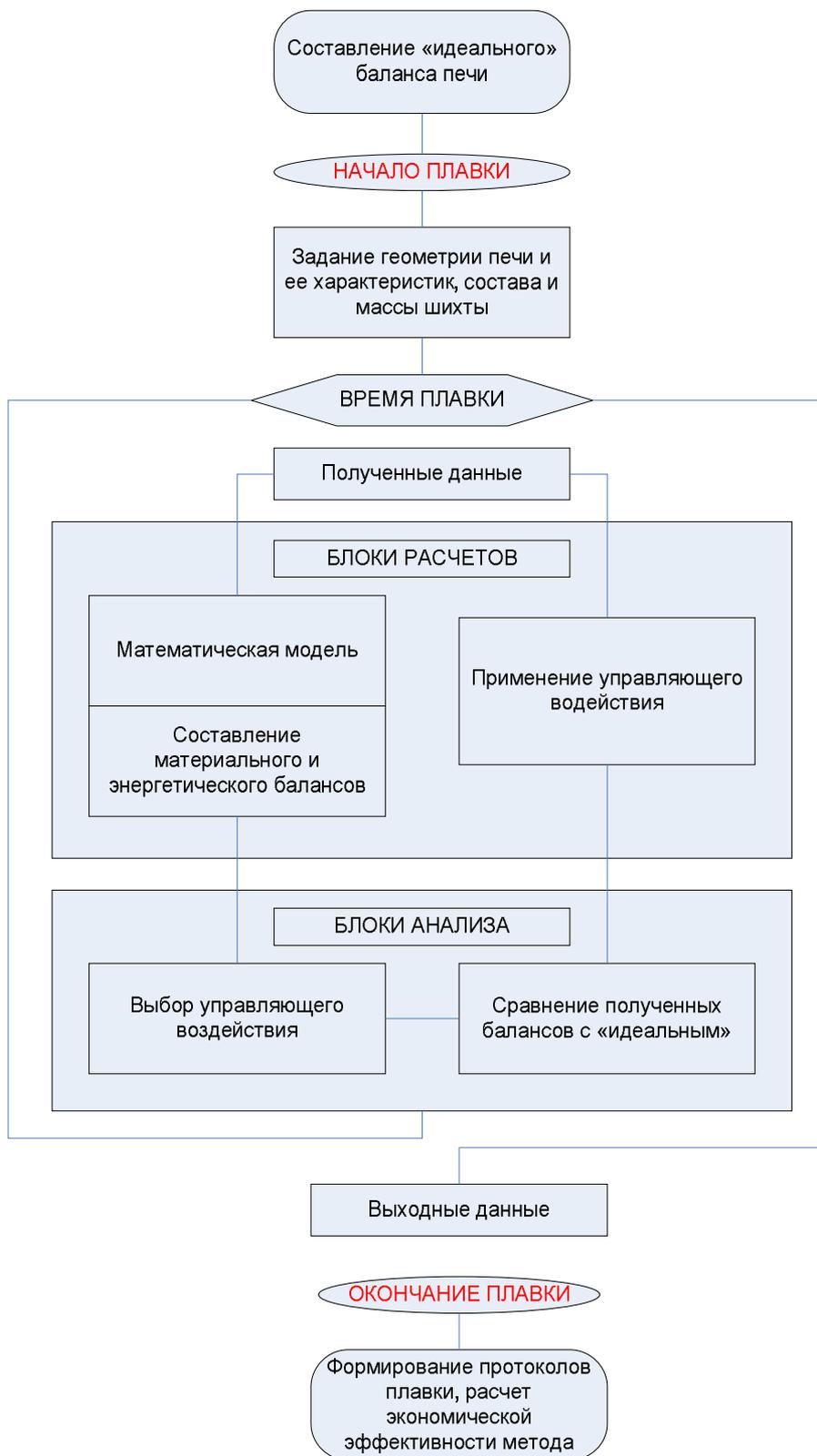


Рисунок 1 – Схема алгоритма управления работой ДСП

«Идеальный» баланс дуговой сталеплавильной печи должен обеспечивать минимальную стоимость плавки при максимальной производительности. Поэтому для составления «идеального» баланса каждой конкретной печи рекомендуется детально ознакомиться с протоколами плавки данной печи. А также исследовать на минимум функционал качества, представляющий собой стоимость плавки:

$$J = \int_0^t f(x_i, y_i) dt \rightarrow \min, \quad (1)$$

где $f(x_i, y_i)$ – стоимость каждого этапа плавки;
 x_i – расход ресурсов i вида на каждом этапе;
 y_i – цена ресурсов i вида,
 t – продолжительность плавки.

$$f(x_i, y_i) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i,$$

где n – количество различных видов ресурсов, используемых за время данного этапа плавки.

Для исследования на минимум функционала (1) целесообразно применять один из надежных и быстрых методов поиска минимума функционала от функции n переменных (метод градиентного спуска [12]).

К основным параметрам, которые необходимо рассмотреть при составлении материального баланса, относятся:

- масса и состав твердой шихты;
- масса и состав вводимых в печь неметаллических материалов;
- расход кислорода;
- масса образовавшихся оксидов;
- расход газа;
- масса расплава;
- масса шлака;
- расход воды на охлаждение футеровки стен и свода.

В энергетическом балансе необходимо выделить:

- статьи, характеризующие приход тепла:
 - тепло, вносимое шихтой;
 - тепло, вносимое дугами;
 - тепло химических реакций;
 - тепло, выделяемое при работе газокислородных горелок;
 - тепло шлакообразования;
 - тепло, вносимое «болотом»;
- статьи, характеризующие расход тепла:
 - физическое тепло стали;
 - тепло, теряемое со шлаком;
 - потери тепла с уходящими газами;
 - потери тепла теплопроводностью;
 - потери тепла открытой печью;
 - электрические потери;
 - потери тепла с охлаждающей водой.

Статьи как материального, так и энергетического балансов не являются окончательными и в каждом конкретном случае могут быть скорректированы, что никак не скажется на подходе в целом. При выборе управления необходимо учитывать, как из-

менение того или иного параметра материального баланса скажется на балансе энергетическом и, основываясь на этих взаимосвязях, получать оптимальное управление на каждом шаге и (как совокупность таких управлений) оптимальное управление процесса плавки в целом.

Выводы. Таким образом, авторы намерены реализовать данный подход, так как считают, что с его помощью можно оптимально решить проблему сокращения энергозатрат и повышения производительности дуговых сталеплавильных печей. Планируется также провести сравнение данного подхода с уже существующими с целью подтверждения целесообразности его использования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лопухов Г.А. Эффективные технологии электросталеплавильного производства // Сталеплавильное производство. – 1998. – №12. – С.38-55.
2. Морозов А.Н. О некоторых проблемах современного сталеплавильного производства // Сталь. – 1997. – №5. – С.32-33.
3. Николаев А.В. Сталеплавильное производство и его энергопотребление // Сталь. – 1996. – №9. – С.24-28.
4. Харахулах В.С., Лесовой В.В., Мельник В.М. Состояние сталеплавильного производства в Украине и перспективы развития с внедрением перспективных технологий до 2010 года // Металл и литье Украины. – 2006 – №1. – С.4-7.
5. Смирнов А.Н. Современные тенденции развития процессов производства и разливки стали // Металл и литье Украины. – 2006 – №1. – С.7-11.
6. Кривченко Ю.С., Малик А.А., Орман В.Я., Филяк А.В. Основные направления и перспективы развития сталеплавильного производства в Украине // Metallurgicheskaya i gornorudnaya promyshlennost'. – 2007 – №1. – С.16-18.
7. Геллер К. Фирма «Фукс системтехник»: новые возможности создания и реконструкции металлургического оборудования // Металлург. – 2003 – №6. – С.28-30.
8. Четвертных В.В., Яхнис М.А., Морозов Г.И. Система управления установкой ковш-печь // Сталь. – 2005 – №5.–С.33-35.
9. Фукс. Г., Геллер К., Пельц Б. Концепция фирмы «Фукс Системтехник» по современному сталеплавильному производству // Сталь. – 2000. – №3. – С.30-35.
10. Альзета Ф., Полони А., Энцо Р. Новейшая высокотехнологичная электродуговая печь. // Metallurgicheskoe proizvodstvo i tekhnologiya. – 2007. – №1 – С.16-29.
11. Легович Ю.С., Лебедев В.Г., Нехамин С.М., Пронин В.А. Система автоматизированного управления промышленной электропечи// Электрометаллургия. – 1998. – №3. – С.39-47.
12. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. Москва: Наука, 1978. – С.655-656.

УДК 669.717:669.040.26:669.046.55.001.57

БОЛОТОВА Ю.А., к.т.н., доцент

ПАВЛЮЧЕНКОВ И.А., д.т.н., профессор

Днепродзержинский государственный технический университет

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ РЕЖИМОВ ВНЕПЕЧНОГО РАСКИСЛЕНИЯ СТАЛИ СЛИТКАМИ АЛЮМОСОДЕРЖАЩИХ СПЛАВОВ НА ОСНОВЕ ЖЕЛЕЗА ПУТЕМ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

На підставі результатів математичного моделювання визначено закономірності протікання тепло- та масообмінних процесів під час засвоєння зливків алюмовміс-

тких сплавів на основі заліза в сталерозливному ковші в період випуску плавки. Розроблено та підтверджено в дослідно-промислових умовах раціональні режими обробки розплавів зливками алюмовмістких сплавів на основі заліза, які забезпечують зниження витрат алюмінію під час розкислення сталі, зменшення тривалості процесу позапічного розкислення та підвищення однорідності розподілу добавки в ковші.

На основании результатов математического моделирования определены закономерности протекания тепло- и массообменных процессов при усвоении слитков алюмосодержащих сплавов на основе железа в сталеразливочном ковше в период выпуска плавки. Разработаны и подтверждены в опытно-промышленных условиях рациональные режимы обработки расплавов слитками алюмосодержащих сплавов на основе железа, которые обеспечивают снижение затрат алюминия при раскислении стали, уменьшение продолжительности процесса внепечного раскисления и повышение однородности распределения добавки в ковше.

Patterns of relationship of heat and mass exchange processes during assimilation aluminium alloyed ingots on iron base in steel ladle in fusing period are determined. Rational progresses of treatment of the metal bath by means of aluminium alloys on iron base were developed and confirmed. All that lead to significant reduction of aluminium waste during steel deoxidation, decrease of process duration of out-furnace deoxidation and rise of aluminium uniformity in the ladle.

Введение. Ввод слитков ферроалюминия в жидкую сталь является одной из наиболее эффективных ресурсосберегающих технологий внепечного раскисления стали. Следует отметить, что применяемые в настоящее время способы ввода ферроалюминия в ковш при выпуске плавки из конвертера не всегда сопровождаются их прогнозируемым плавлением и равномерным распределением в объеме ковша, что может приводить к неэффективному использованию дорогостоящего материала и неоднородности химического состава. Поэтому задачи детального исследования тепломассообменных процессов усвоения ферроалюминия при внепечной обработке металла актуальны на сегодняшний день для металлургической практики.

Постановка задачи. Усвоение ферроалюминия при выпуске металла в ковш включает взаимозависимые тепло- и массообменные процессы при движении, плавлении слитка алюмосодержащего сплава и последующего конвективного массопереноса жидкой фазы раскислителя в объеме ковша. Степень и продолжительность усвоения ферроалюминия расплавом определяется кинетикой протекания теплофизических процессов при плавлении слитков ферроалюминия. Таким образом, для установления влияния технологических параметров обработки расплава слитками ферроалюминия (масса, размер и состав слитков, место ввода на зеркале металла, масса, температура и состав расплава) необходимо детальное изучение закономерностей протекания теплофизических процессов при перемещении и плавлении слитков с учетом гидродинамики расплава в ковше.

Результаты работы. Для адекватного исследования усвоения слитков ферроалюминия в стали разработана комплексная математическая модель, включающая в себя модели гидродинамики при выпуске плавки в ковш, взаимосвязанного перемещения и расплавления слитка в ковше под влиянием гидродинамики, усреднения расплавленной добавки.

Используя математическую модель гидродинамики ковшевой ванны при выпуске плавки из конвертера в ковш с учетом инъекции воздуха струей, представленную в работах [1-2], рассчитаны поля скоростей расплава в процессе выпуска металла в раз-

личных сечениях 250-тонного ковша при различных уровнях его заполнения, которые представлены на рис. 1.

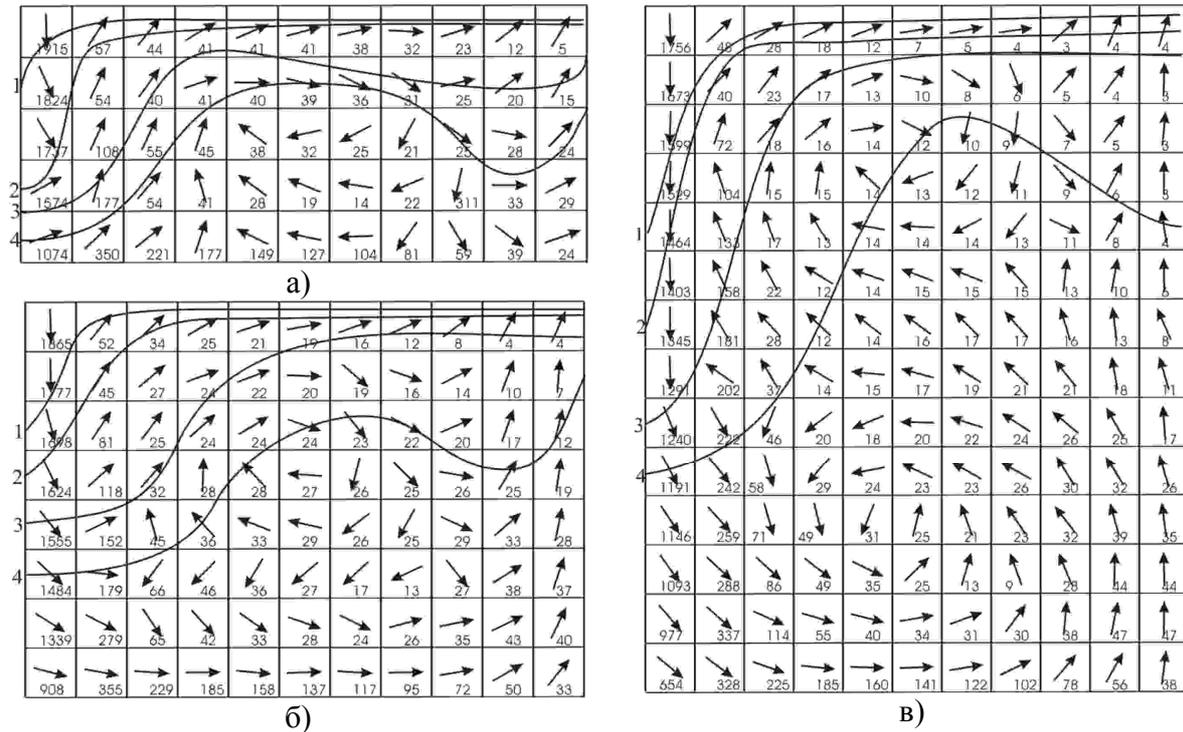


Рисунок 1 – Поля скоростей металла в осевом поперечном сечении ковша при выпуске в 250-т ковш. Буквами обозначены уровни наполнения ковша: а – на 1/5 объема, б – на 1/3 объема, в – на 1/2 объема. Кривые – изолинии концентрации газовой фазы: 1 – 0,4, 2 – 0,3, 3 – 0,2, 4 – 0,1

На основе разработанной математической модели пространственного перемещения слитков ферроалюминия в расплаве с учетом гидродинамики [2-3] проведены численные расчеты траектории движения различных слитков ферроалюминия при различных режимах их ввода в ковш. Траектории перемещения слитка до полного расплавления в 250-тонном ковше с температурой стали 1600⁰С представлены на рис.2, 3.

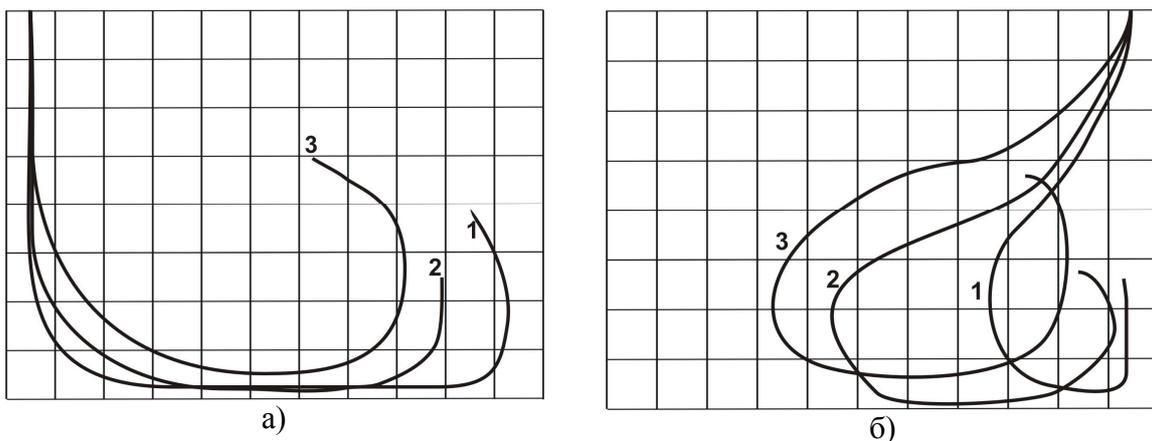


Рисунок 2 – Слиток вводится на уровне 1/3 наполнения ковша
 а – ввод под струю металла, б – ввод около борта ковша;
 1 – содержание алюминия в материале слитка 20%, 2 - содержание алюминия 30%, 3 - содержание алюминия в материале слитка 50%

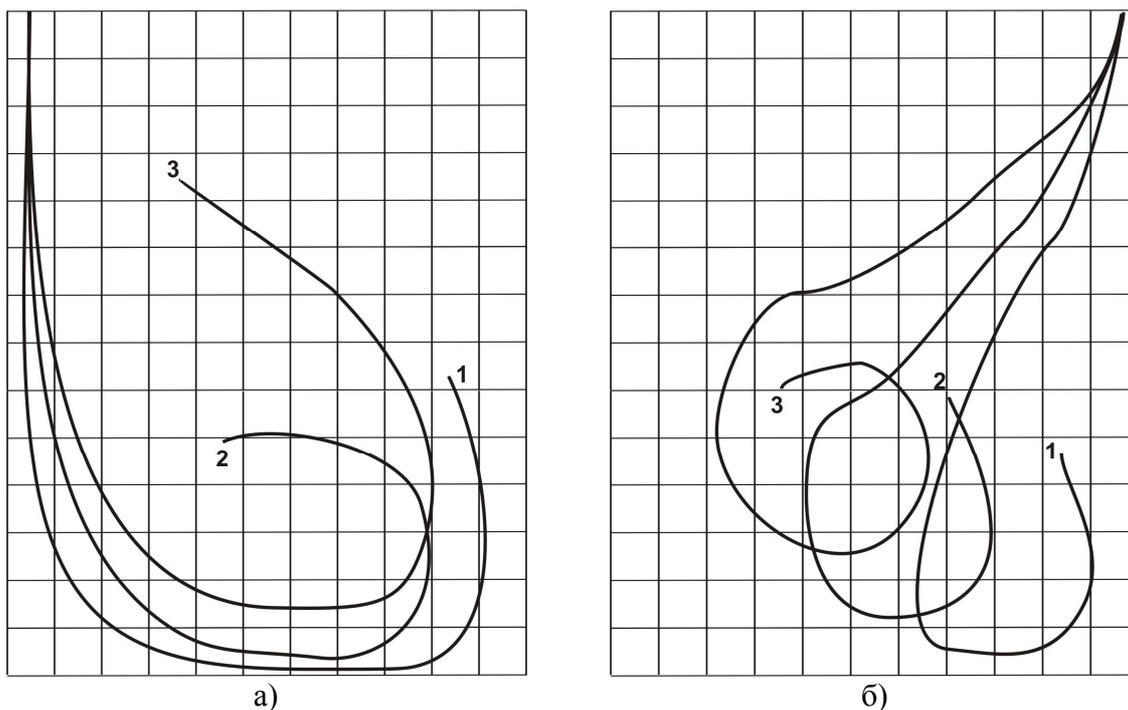


Рисунок 3 – Слиток вводится на уровне 1/2 наполнения ковша.
Обозначения, как на рисунке 2

При математическом моделировании плавления ферроалюминия использовалась модель, представленная в работах [2-4].

На рис.4-7 представлены графики зависимости толщины образовавшихся на поверхности слитка алюмосодержащего сплава оболочек шлака и расплава от времени при различных температурах стали и диаметрах слитка, вводимого в расплав 250-тонного сталеразливочного ковша, для характеристик среднеуглеродистой полуспокойной стали.

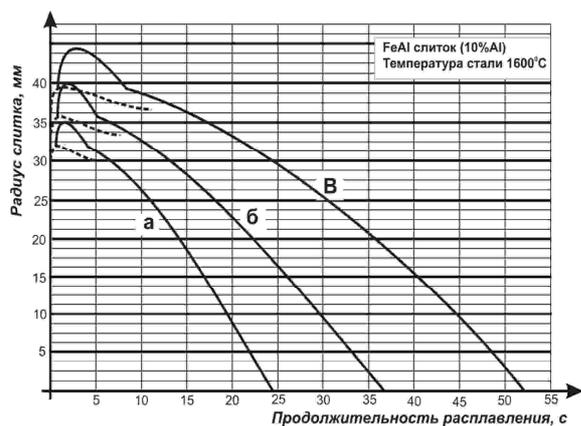


Рисунок 4 – Продолжительность расплавления слитка 10% алюмосодержащего сплава в ковше с температурой стали 1600⁰С. Буквами обозначены диаметры слитка: а–60мм, б–67мм, в–73мм. Сплошные линии – радиусы слитка и оболочки расплава, пунктир – оболочка шлака

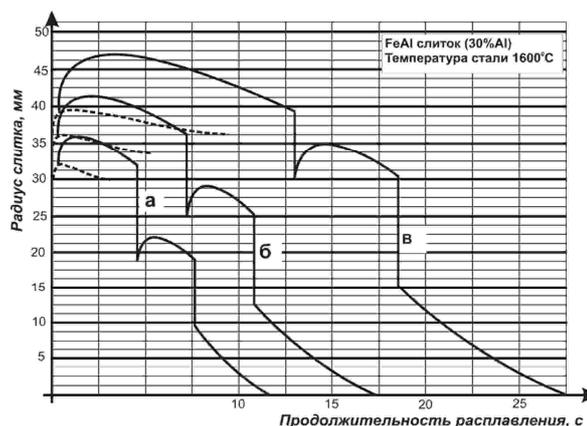


Рисунок 5 – Продолжительность расплавления слитка 30% алюмосодержащего сплава в ковше с температурой стали 1600⁰С. Обозначения такие, как на рисунке 4

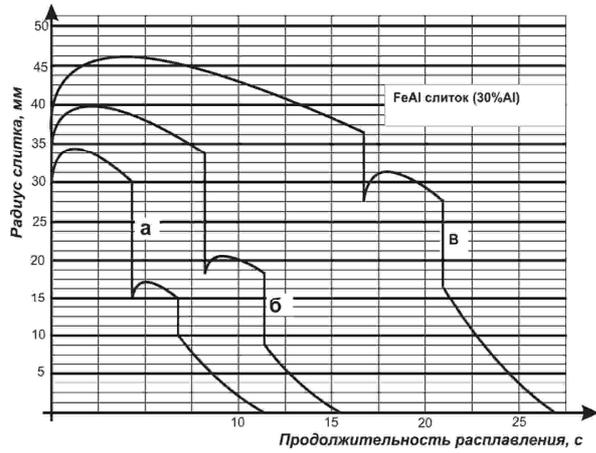


Рисунок 6 – Продолжительность расплавления слитка 30% алюминосодержащего сплава диаметром 67мм в ковше с различной температурой стали без учета шлаковой оболочки. Буквами обозначены температуры стали: а-1650⁰С, б-1600⁰С, в-1550⁰С

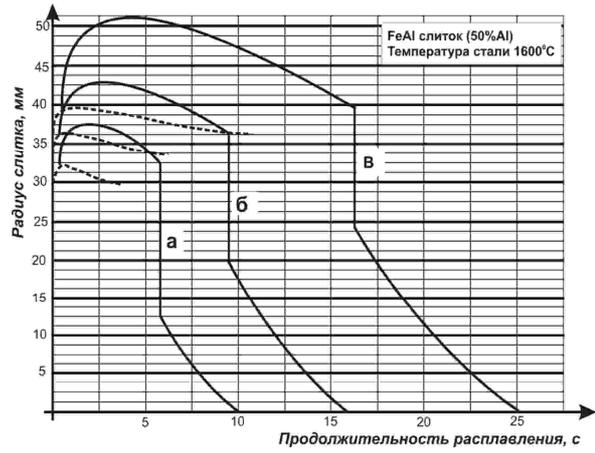


Рисунок 7 – Продолжительность расплавления слитка 50% алюминосодержащего сплава в ковше с температурой стали 1600⁰С. Обозначения такие, как на рисунке 4

С использованием комплексной модели проведено численное исследование процессов расплавления и усвоения слитков ферроалюминия при различных режимах их подачи в расплав стали. На основании анализа полученных результатов разработаны режимы ввода слитков ферроалюминия в ковши различной емкости при выпуске плавки.

Таблица 1 – Рекомендуемые режимы ввода слитков алюминосодержащих сплавов на основе железа в ковши различной емкости при выпуске плавки

Емкость ковша, т	Т-ра стали, °С	Марка FeAl	Масса слитков FeAl, кг	Уровень заполнения	Вариант ввода*
1	2	3	4	5	6
До 30	1550	ФА-30	6,6	1/3	I,II
		ФА-40	5,8	1/3	I
		ФА-50	5,2	1/4	I
	1600	ФА-20	7,4	1/3-1/2	I,II
		ФА-30	6,6	1/3	I,II
		ФА-40	5,8	1/3	I
1650	ФА-15	7,7	1/4-1/2	I,II	
	ФА-20	7,4	1/4-1/2	I,II	
	ФА-30	6,6	1/3-1/2	I	
30-100	1550	ФА-30	8,2	1/3	I
		ФА-40	7,3	1/3	I
	1600	ФА-20	9,2	1/3-1/2	I,II
		ФА-30	8,2	1/3-1/2	I
		ФА-40	7,3	1/3	I
	1650	ФА-15	9,7	1/4-1/2	I,II
ФА-20		9,2	1/4-1/2	I,II	
ФА-30		8,2	1/3-1/2	I	

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4	5	6
100-200	1550	ФА-30	9,8	1/3	I
		ФА-40	8,7	1/3	I
	1600	ФА-20	11,0	1/3-1/2	I,II
		ФА-30	9,8	1/3	I
		ФА-40	8,7	1/3	I
	1650	ФА-15	11,5	1/3-1/2	I,II,III
ФА-20		11,0	1/3-1/2	I,II	
ФА-30		9,8	1/3	I	
200-300	1550	ФА-30	9,8	1/3	I
		ФА-40	8,7	1/3	I
	1600	ФА-20	11,0	1/3-1/2	I,II
		ФА-30	9,8	1/3-1/2	I,II
		ФА-40	8,7	1/3-1/2	I
	1650	ФА-15	11,5	1/4-1/2	I,II,III
ФА-20		11,0	1/4-1/2	I,II	
ФА-30		9,8	1/3-1/2	I	

* - варианты ввода слитков: I – под струю металла, II – около борта ковша, III – на расстоянии половины радиуса от борта ковша.

Для подтверждения адекватности полученных в настоящей работе результатов они сравниваются с результатами, полученными в ходе проведения опытно-промышленных исследований на 37 плавках в условиях ВАТ «Днепропетровский металлургический комбинат им.Дзержинского», на 48 плавках в условиях Днепропетровского сталелитейного завода ОАО «Днепровагонмаш» и на ОАО «Криворожсталь» по ранее опубликованным результатам.

Полученные результаты по обработке стали в ковше слитками алюмосодержащих сплавов на основе железа показывают, что среднее остаточное содержание алюминия на плавках по традиционной технологии (с применением изделий из вторичного алюминия АВ-87) и с вводом ферроалюминия в ковш практически идентично – 0,02132% и 0,02075% соответственно.

В то же время, сравнение средних количеств алюминия, введенного в металл показывает, что аналогичный результат получен при в три раза меньшем количестве введенного чистого алюминия – средний расход на плавках – 1,5кг/т стали при использовании вторичного алюминия против 0,55кг/т стали при использовании ферроалюминия. Полученные данные показывают, что реальный коэффициент замены вторичного алюминия АВ-87 на слитки ферроалюминия по результатам опытного опробования составил 1,87кг/кг.

Данные опытно-промышленных исследований подчеркивают, что предложенные в работе режимы ввода алюмосодержащих слитков в расплав являются рациональными по показателю наилучшей степени усвоения вводимой добавки. Величина экономического эффекта от замены слитков вторичного алюминия марки АВ-87 на слитки ферроалюминия с различным содержанием алюминия находится в пределах 3,20-4,33 грн на тонну стали в зависимости от марки ферроалюминия и параметров обработки расплава стали.

Выводы. Полученные данные подтверждают, что отличие физических и теплофизических свойств сплава алюминия с железом от свойств чистого алюминия определяют более инертную кинетику протекания процесса плавления ферроалюминия по сравнению с чистым алюминием, в то же время обеспечивают более глубокое

погружение под слой металла при расплавлении, а, следовательно, и более высокую степень усвоения. Определены рациональные режимы ввода слитков алюмосодержащих сплавов на основе железа в ковш при выпуске плавки, обеспечивающие максимальную глубину расплавления добавки и минимальную продолжительность усреднения добавки в объеме ковша, при этом достигается повышение степени усвоения алюминия на 20-25%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Болотова Ю.А., Павлюченков И.А., Самохвалов С.Е. Математическая модель расплавления алюмосодержащего сплава при доводке стали в сталеразливочном ковше // Новые технологии. – 2005. – №1-2(7-8). – С.218-225.
2. Болотова Ю.А., Павлюченков И.А. Математическая модель процесса расплавления алюмосодержащего сплава при доводке стали в сталеразливочном ковше // Математичне моделювання. – 2005. – №1 (13). – С.49-53.
3. Болотова Ю.А. Исследование процесса усвоения алюмосодержащих слитков в сталеразливочном ковше на основе математической модели // Математичне моделювання. – 2005. – №2(14). – С. 60-62.
4. Павлюченков И.А., Болотова Ю.А. Особенности математического моделирования плавления слитков алюмосодержащих сплавов на основе железа в сталеразливочном ковше // Metallurgическая теплотехника: Сборник научных трудов НМетАУ. – 2006. – С.261-271.

УДК 62-83

ВОЛЯНСКИЙ Р.С., к.т.н., доцент
САДОВОЙ А.В., д.т.н., профессор
КЛИМЕНКО Ю.М., к.т.н., доцент

Днепродзержинский государственный технический университет

АНАЛИЗ МЕТОДОВ АППРОКСИМАЦИИ ПРОИЗВОДНЫХ ДРОБНЫХ ПОРЯДКОВ

Rozглянуто методи апроксимації половинних похідних. Показано переваги використання поліноміальної апроксимації.

Рассмотрены методы аппроксимации половинных производных. Показаны преимущества использования полиномиальной аппроксимации.

Methods of approximation fractional derivatives are considered. Advantages of use polynomial approximation are shown.

Введение. В настоящее время в зарубежной литературе, посвященной системам управления сложными динамическими объектами [1-3], наблюдается повышенный интерес к дробному дифференциальному исчислению. Как показали выполненные авторами исследования частотных характеристик дробномерных динамических звеньев [4], использование нецелочисленных дифференциальных операторов в составе алгоритма управления придает системе управления целый ряд специфических свойств, которые позволяют существенно повысить качественные показатели управления объектом.

Постановка задачи. Предлагаемые в зарубежной печати способы определения дробных интегралов и производных, базирующиеся на формулах Грюнвальда-Летникова [2]

$$D^\alpha f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} h^{-n} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \binom{n}{m} f(x - mh) =$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} h^{-n} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{n!}{m! \Gamma(n - m + 1)} f(x - mh)$$
(1)

и Римана-Лиувилля

$$D^\alpha f(x) = \frac{1}{\Gamma(-\alpha)} \int_0^x \frac{f(t)}{(x-t)^{\alpha+1}} dt,$$
(2)

требуют знания всей траектории движения, что не всегда возможно технически. К тому же для определения в реальном времени дробных производных в соответствии с зависимостями (1) и (2) необходимы существенные вычислительные ресурсы.

Поэтому возникает задача поиска простых методов нахождения дробных производных по мгновенным значениям текущих координат возмущенного движения динамического объекта.

Результаты работы. Рассмотрим приближенное определение половинной производной $D^{(1/2)}\eta(t)$ от линейно-нарастающего сигнала

$$\eta(t) = t,$$
(3)

представленного решетчатой функцией.

Предположим, что на бесконечно малом интервале времени, равном периоду квантования системы управления, динамику возмущенного движения можно представить в виде экспоненциального

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^n a_i e^{b_i t},$$
(4)

тригонометрического

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^n (a_i \sin b_i t + c_i \cos b_i t)$$
(5)

и полиномиального рядов

$$\eta(t) = \sum_{i=0}^n a_i x^i,$$
(6)

где a_i , b_i и c_i - коэффициенты аппроксимации, n -число значимых членов ряда.

Необходимо отметить, что определение коэффициентов аппроксимации для рядов (4) и (5) в общем случае невозможно, однако коэффициенты таких рядов достаточно просто определяются путем применения алгоритмов быстрого преобразования Фурье и поэтому их техническая реализация современными микроконтроллерными средствами не вызывает затруднения.

Воспользовавшись утверждением, что любую целочисленную производную можно определить на основании следующей зависимости [Introductory Notes on Fractional Calculus]

$$D^\alpha f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \sum_{m=0}^{\alpha} (-1)^m \frac{\alpha!}{m!(\alpha-m)!} f(x-mh), \quad (7)$$

а для случая дробных α зависимость (7) принимает вид

$$D^\alpha f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \sum_{m=0}^{\alpha} (-1)^m \frac{\Gamma(\alpha+1)}{\Gamma(m+1)\Gamma(\alpha-m+1)} f(x-mh), \quad (8)$$

где $\Gamma(\alpha+1)$, $\Gamma(m+1)$, $\Gamma(n-\alpha+1)$ - гамма-функции соответствующих переменных,

определим искомую $D^{(1/2)}\eta(t)$ для рядов (4-6).

Как известно, определение производных экспоненциальной функции является самым простым, поэтому в соответствии с выражением (8) для ряда (4) можно записать следующее выражение:

$$D^{(1/2)}\eta(t) = \lim h^{-1/2} \sum_{j=0}^{1/2} (-1)^j \frac{\Gamma(1/2+1)}{\Gamma(j+1)\Gamma(j+1-1/2)} \sum_{i=1}^n a_i e^{b_i(t+(1/2-j)/h)}. \quad (9)$$

После ряда промежуточных выкладок уравнение (9) принимает окончательно вид:

$$D^{(1/2)}\eta(t) = \sum_{i=1}^n a_i \sqrt{b_i} e^{b_i t}. \quad (10)$$

Приняв во внимание, что

$$e^{ix} = \cos(x) + i \sin(x), \quad (11)$$

несложно получить аналогичную формулу для ряда (5):

$$D^{(1/2)}\eta(t) = \sum_{i=1}^n \left(a_i \sqrt{b_i} \sin\left(b_i t + \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2}\right) + c_i \sqrt{b_i} \cos\left(b_i t + \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2}\right) \right). \quad (12)$$

В соответствии с выражением (7) для нецелочисленных производных от полиномиальных рядов (6) производная (8) принимает вид:

$$D^\alpha f(x) = \sum_{i=0}^n a_i \frac{\Gamma(i+1)}{\Gamma(i+1-\alpha)} x^{i-\alpha}. \quad (13)$$

Следовательно, производную $D^{(1/2)}\eta(t)$ можно определить следующим образом:

$$D^{(1/2)}\eta(t) = \sum_{i=0}^n a_i \frac{\Gamma(i+1)}{\Gamma(i+1-1/2)} \eta(t)^{i-1/2}. \quad (13)$$

Графики линейно-нарастающего сигнала (3) и его половинной производной при различных аппроксимациях траекторий возмущенного движения между значениями решетчатой функции приведены на рис.1-3, где цифрой 1 обозначен сигнал (3), а цифрой 2 – его половинная производная. На всех графиках шаг дискретизации по времени принят равным 1с.

Коэффициенты аппроксимации ряда (4) при условии значимости только первого члена ряда определялись на каждом шаге следующими выражениями:

$$b_1 = \frac{\ln y_i / y_{i-1}}{x_i - x_{i-2}}, \quad a_1 = \frac{y_i}{e^{x_i b_1}}, \quad (14)$$

Коэффициенты аппроксимации тригонометрического ряда

$$\eta(t) = a_1 \sin b_1 t + c_1 \cos b_1 t \quad (15)$$

не могут быть найдены аналитически и определялись численно.

При аппроксимации сигнала $\eta(t)$ зависимостью

$$\eta(t) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \quad (16)$$

коэффициенты a_0 , a_1 и a_2 определялись выражениями:

$$a_0 = \frac{-y_{i-1}x_i x_{i+1}^2 + x_i^2 x_{i+1} y_{i-1} - x_i^2 y_{i+1} x_{i-1} + y_i x_{i+1}^2 x_{i-1} + x_{i-1}^2 x_i y_{i+1} - x_{i-1}^2 x_{i+1} y_i}{x_{i-1}^2 x_i + x_{i+1}^2 x_{i-1} - x_i x_{i+1}^2 - x_{i-1} x_i^2 - x_{i-1}^2 x_{i+1} + x_i^2 x_{i+1}};$$

$$a_1 = -\frac{(x_{i-1}^2 y_{i+1} - x_{i-1}^2 y_i - x_i^2 y_{i+1} - y_{i-1} x_{i+1}^2 + y_i x_{i+1}^2 + y_{i-1} x_i^2)}{x_{i-1}^2 x_i + x_{i+1}^2 x_{i-1} - x_i x_{i+1}^2 - x_{i-1} x_i^2 - x_{i-1}^2 x_{i+1} + x_i^2 x_{i+1}};$$

$$a_2 = \frac{y_{i+1} x_{i-1} - x_i y_{i+1} + y_{i-1} x_i + x_{i+1} y_i - x_{i+1} y_{i-1} - x_{i-1} y_i}{x_{i-1}^2 x_i + x_{i+1}^2 x_{i-1} - x_i x_{i+1}^2 - x_{i-1} x_i^2 - x_{i-1}^2 x_{i+1} + x_i^2 x_{i+1}}.$$

На рис.4 показаны исходный входной сигнал (3) и его половинная производная, вычисленная аналитически

$$D^{(1/2)}\eta(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\eta(t)}. \quad (18)$$

Выводы. Как следует из анализа полученных результатов, все найденные зависимости с высокой степенью точности аппроксимируют исходный сигнал. Однако, применение тригонометрических рядов для вычисления дробных производных от негармонически изменяющихся сигналов сопряжено с большими погрешностями вычислений. Использование экспоненциальных рядов позволяет уменьшить ошибку вычисления половинной производной, однако последняя имеет явно выраженные разрывы в узлах аппроксимации. Наиболее предпочтительным и легко технически реализуемым является аппроксимация изменяющегося сигнала полиномиальными рядами. При этом обеспечивается высокая точность вычисления дробной производной.

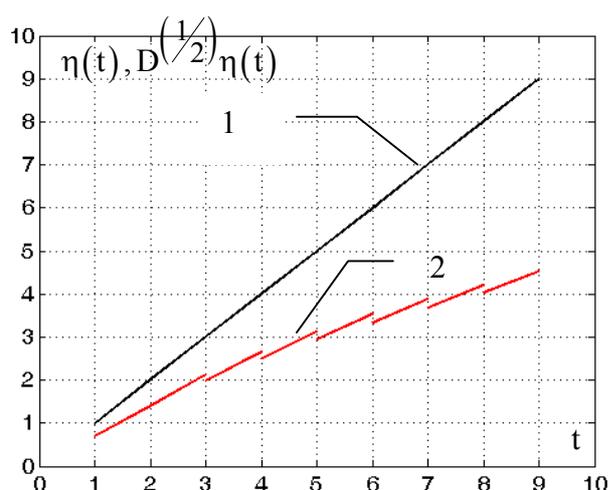


Рисунок 1 – Аппроксимация экспоненциальной зависимостью

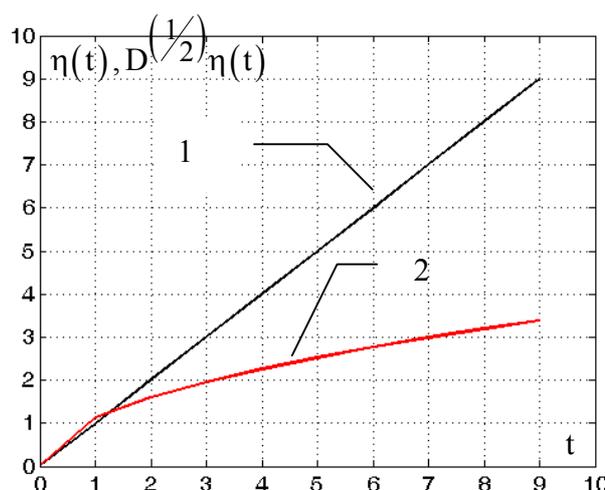


Рисунок 3 – Аппроксимация полиномиальной зависимостью

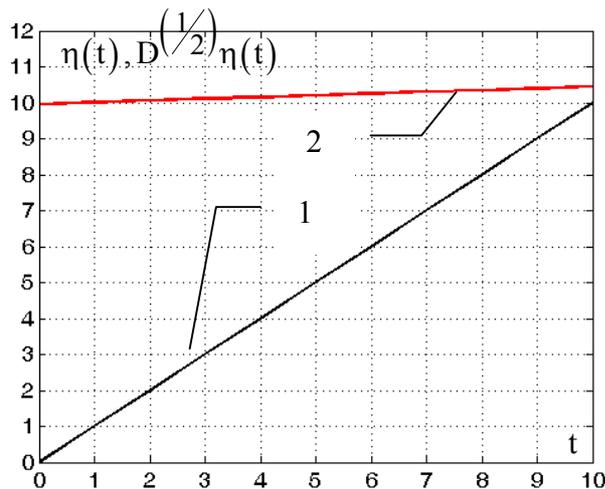


Рисунок 2 – Аппроксимация тригонометрической зависимостью

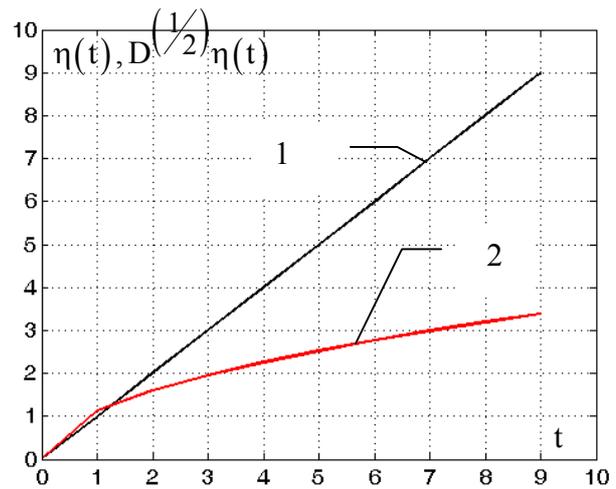


Рисунок 4 – Аналитические зависимости

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Ayala, A. Tuesta Introduction to the Concepts and Applications of Fractional and Variable Order Differential Calculus, электронный документ, <http://arxiv.org>
2. K.Oldham, J.Spanier The fractional calculus, Academic Press Inc, San Diego, 1974, 240p.
3. Igor Podlubny, Geometric and physical interpretation of fractional integration and fractional differentiation, Fractional Calculus and Applied Analysis, Vol.5, №4, 2002.
4. Волянский Р.С., Садовой А.В. Исследование частотных характеристик динамических звеньев с производными дробных порядков // Збірник наукових праць ДДТУ (технічні науки). Тематичний випуск „Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія й практика”: Наукове видання. – Дніпродзержинськ: ДДТУ. – 2007. – С.82-85.

УДК 697.1

КАЧАН Ю. Г., д.т.н., профессор
БАТАШОВА Н. А., аспирант
КЛИМОВА Н. И., магистрант

Запорожская государственная инженерная академия

ОЦЕНКА АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ ОТОПЛЕНИЯ

У статті дана оцінка адекватності розробленої математичної моделі системи опалення на прикладі розглянутої будівлі. Розраховані середньоквадратичні абсолютні та відносні похибки прогнозу.

В статье оценена адекватность разработанной математической модели системы отопления на примере конкретного здания. Рассчитаны среднеквадратичные абсолютные и относительные ошибки прогноза.

In the article developed mathematical model of heating system is appraised on the example of certain building. The middle quadratic absolute and relative errors of prognosis are expected.

Введение. Известно, что тепловая нагрузка каждого конкретного здания напрямую зависит от конкретных параметров здания и элементов его утепления, температуры наружного воздуха, а также требуемой температуры внутри помещения. Если же обеспечить постоянство последней, что достаточно легко реализовать при существующих технологиях, то потребление энергии будет меняться в зависимости от изменения температуры наружного воздуха. Причем это справедливо как для суточного, так и для среднего месячного потребления.

Постановка задачи. Для практического применения математической модели системы отопления необходимо, прежде всего, проверить ее пригодность на конкретном примере, т.е. доказать адекватность, рассчитать ошибку прогноза.

Результаты работы. При существовании вышеупомянутой зависимости очевидно то, что зная изменение наружной температуры можно легко прогнозировать расход энергии для отопления интересующего объекта. Такой прогноз обеспечит новые возможности в вопросах оценки эффективности использования энергоносителей.

В соответствии с [1] тепловую нагрузку можно легко определить из выражения:

$$Q_0 = (t_v - t_n) k_{\text{доп}} V_n \cdot \left\{ \frac{P}{S} \left[\frac{1}{\frac{1}{\alpha_{В.с}} + \sum \frac{\delta_{i.с}}{\lambda_{i.с}} + \frac{1}{\alpha_{Н.с}}} + \varphi \left(k_{\text{ок}} - \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{В.с}} + \sum \frac{\delta_{i.с}}{\lambda_{i.с}} + \frac{1}{\alpha_{Н.с}}} \right) \right] + \frac{1}{L} \left[\psi_1 \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{В.пт}} + \sum \frac{\delta_{i.пт}}{\lambda_{i.пт}} + \frac{1}{\alpha_{Н.пт}}} + \psi_2 \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{В.пл}} + \sum \frac{\delta_{i.пл}}{\lambda_{i.пл}} + \frac{1}{\alpha_{Н.пл}}} \right] \right\} + n \cdot c_v V_v (t_v - t_n) - \left[m Q_{\text{чел}} k_T k_{в.п.} + P_{\text{осв}} (1 - \eta) k_{\text{осв}} + \frac{G_T C_T k_{н.т}}{3600} \right],$$

где t_v – температура воздуха, поддерживаемая внутри отапливаемых помещений, К; t_n – температура наружного воздуха, К; $k_{\text{доп}}$ – коэффициент добавочных теплопотерь; V_n – наружный строительный объем зданий; P, L – периметр и высота здания, м; S – его площадь, м^2 ; φ – коэффициент остекления; ψ_1 и ψ_2 – поправочные коэффициенты на расчетный перепад температур для верхнего и нижнего горизонтальных ограждений здания; $k_{\text{ок}}$ – коэффициент теплопередачи окон, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; $\alpha_{В.с}, \alpha_{В.пт}, \alpha_{В.пл}$ – коэффициент теплоотдачи от внутреннего воздуха стен, потолка, пола к поверхности ограждения, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; δ_i – толщина i -го слоя ограждения, м; λ_i – коэффициент теплопроводности i -го слоя ограждения, $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$; $\alpha_{Н.с}, \alpha_{Н.пт}, \alpha_{Н.пл}$ – коэффициент теплоотдачи от наружной поверхности стен, потолка, пола к окружающему воздуху, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; n – кратность воздухообмена, $1/\text{с}$; V_v – вентилируемый объем помещения, м^3 ; c_v – объемная теплоемкость воздуха, $\text{Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К})$; m – количество проживающих или работающих в здании людей; $Q_{\text{чел}}$ – тепловыделение человека; k_T – коэффициент степени тяжести труда; $k_{в.п.}$ – коэффициент времени пребывания людей в рассматриваемом здании;

$P_{\text{осв}}$ – суммарная мощность осветительных приборов, Вт; η – средневзвешенный КПД осветительных приборов; $k_{\text{осв}}$ – коэффициент времени использования осветительных приборов; $G_{\text{г}}$ – часовой расход газа, м³/ч, $C_{\text{г}}$ – теплотворная способность газа, Дж/м³; $k_{\text{н.т}}$ – коэффициент неучтенных потерь тепла.

Зная КПД газового котла $\eta_{\text{г}}$, используемого в рассматриваемой системе отопления, и теплотворную способность газа суточный объем потребления последнего можно рассчитать так:

$$V = \frac{Q_0 86400}{C_{\text{г}} \eta_{\text{г}}}.$$

Эффективность такой модели рассмотрим на примере Запорожского областного центра занятости, имеющего следующие параметры:

общий строительный объем – 13722,55 м³; ширина – 12 м; длина – 60,93 м; высота – 12 м; площадь – 798,12 м²; периметр – 145,86 м; площадь ограждающих конструкций – 2508,93; площадь остекления – 636 м² с витражами; наружные стены выполнены из силикатного кирпича толщиной 510 мм; перекрытие верхнего этажа – плиты железобетонные толщиной 220 мм и штукатурка толщиной 1 мм; перекрытие нижнего этажа – плиты железобетонные толщиной 220 мм и линолеум толщиной 8 мм; здание ориентировано на юго-восток; вентиляция – естественная, спроектированная вентиляция не эксплуатировалась.

Погрешность моделирования определялась согласно [2].

Соответствие прогнозируемого объема газа для нужд системы отопления действительному представим в виде:

$$V_{\text{н}}^* = a_0 + a_1 V_{\text{д}},$$

где $a_0 = \overline{V_{\text{н}}} - r_{V_{\text{д}} V_{\text{н}}} \sigma_{V_{\text{д}}} \overline{V_{\text{д}}}$; $a_1 = r_{V_{\text{д}} V_{\text{н}}} \sigma_{V_{\text{н}}} / \sigma_{V_{\text{д}}}$.

Здесь $\overline{V_{\text{н}}}, \overline{V_{\text{д}}}$ – средние значения прогнозируемых и действительных значений объемов газа; $r_{V_{\text{д}} V_{\text{н}}}$ – коэффициент корреляции между этими объемами; $\sigma_{V_{\text{н}}}, \sigma_{V_{\text{д}}}$ – среднеквадратичные отклонения. Указанные величины вычислялись по формулам:

$$r_{V_{\text{д}} V_{\text{н}}} = \frac{\sum_1^L (V_{\text{д}} - \overline{V_{\text{д}}})(V_{\text{н}} - \overline{V_{\text{н}}})}{L \sigma_{V_{\text{д}}} \sigma_{V_{\text{н}}}},$$

$$\sigma_{V_{\text{д}}} = \sqrt{\sum_1^L (V_{\text{д}} - \overline{V_{\text{д}}})^2 / (L-1)},$$

$$\sigma_{V_{\text{н}}} = \sqrt{\sum_1^L (V_{\text{н}} - \overline{V_{\text{н}}})^2 / (L-1)},$$

где L – объем статистической выборки (количество проведенных замеров).

Среднеквадратическая абсолютная ошибка измерений определялась как

$$\Delta V_{\text{н}} = t_p \sigma_{V_{\text{н}}}^*,$$

где t_p – коэффициент Стьюдента, определяемый по таблице соответствующего распределения [3] для заданной надежности и числа степеней свободы $k = L - 1$. В рассматриваемом случае надежность принимаем $p = 0,05$. Здесь $\sigma_{V_{\text{н}}}^*$ – остаточное среднеквадратическое отклонение, вычисляемое по формуле:

$$\sigma_{V_n}^* = \sqrt{\sum_1^L (V_n - V_n^*)^2 / (L - 1)}.$$

В результате среднеквадратическая относительная ошибка прогноза определялась следующим образом:

$$\delta_{V_n} = |\Delta V_n| / V_{n \max} 100\%,$$

где $V_{n \max}$ – предельное значение прогнозируемой величины объема газа.

Исходные данные наблюдений и промежуточные результаты представим на рис.1. Здесь объем статистической выборки составил $L = 61$. В итоге среднеквадратическая относительная ошибка прогноза составила $\delta_{V_n} = 0,77\%$.

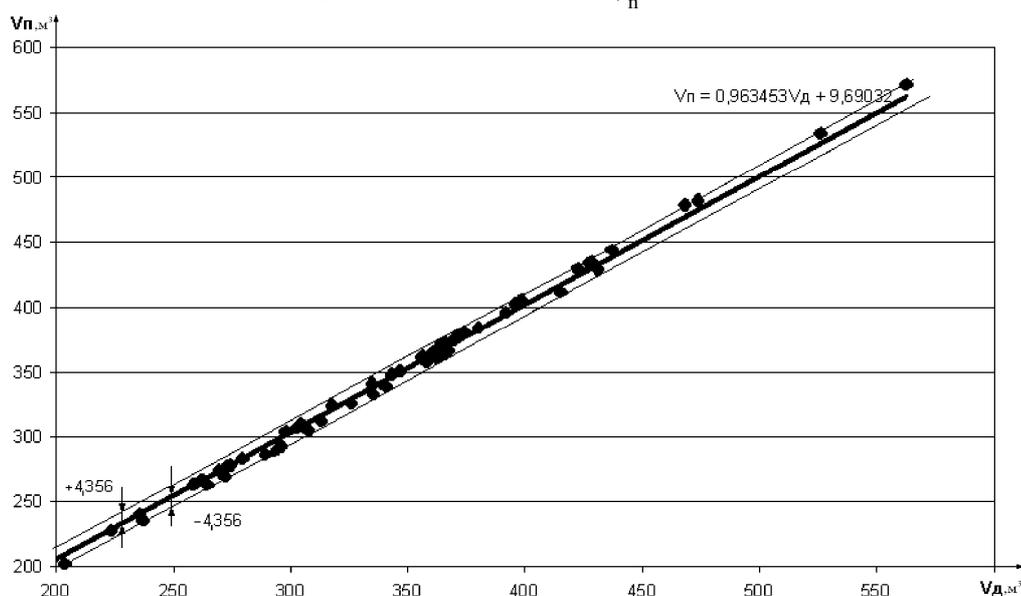


Рисунок 1 – Соответствие объема газа действительному

Выводы. В результате проделанной работы была доказана адекватность математической модели системы отопления. Такая модель может использоваться для прогнозирования расхода газа и оценки эффективности использования энергоносителей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Качан Ю.Г., Баташова Н.А. Об оценке тепловой мощности систем отопления/ Интегровані технології та енергозбереження. – Харків: НТУ «ХПІ». – 2007. – №2 – С.34-38.
2. Лукомский Ф.И. Теория корреляции и ее применение к анализу производства. – М.: Госстатиздат, 1958, 120с.
3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). – М.: Наука, 1974, 832с.