

## РОЗДІЛ «ТЕПЛОТЕХНІКА. ТЕПЛОЕНЕРГЕТИКА»

УДК 532.542.86.(088.8)

ГОЦУЛЕНКО В.В., к.т.н., ст. науч. сотр.  
ГОЦУЛЕНКО В.Н.\*, к.т.н., доцентИнститут технической теплофизики НАН Украины  
\*Институт предпринимательства «Стратегия»АВТОКОЛЕБАНИЯ ПОЮЩЕГО ПЛАМЕНИ В ВЕРТИКАЛЬНОЙ ТРУБЕ  
ПРИ ВЫНУЖДЕННОМ ДВИЖЕНИИ ГАЗА, КОГДА ПОДВОД  
ТЕПЛОТЫ СГОРАНИЯ ОСУЩЕСТВЛЯЕТСЯ ПОД РАЗРЕЖЕНИЕМ

**Введение.** В монографии [1] приведено условие возбуждения акустических автоколебаний, которое заключается в положительности потока акустической энергии  $A > 0$ . Цепочка эквивалентных неравенств этого условия [2] определяет механизмы автоколебаний, наблюдаемых при преобразовании различных видов энергии в напор потока жидкости или газа. Механизмы отрицательных сопротивлений [3], которые являются причиной возбуждения автоколебаний во многих явлениях при преобразовании теплоты, подводимой как конвективно, так и выделяемой при сгорании, были обоснованы в [4-6]. Из-за отрицательных сопротивлений вязкостного  $h_v(Q_t)$  по длине [5] и теплового  $h_T(Q_t)$  [6] образуется восходящая ветвь на напорной характеристике теплоподвода  $F(Q_t)$ , которая обуславливает необходимое условие неустойчивости стационарного режима. При вибрационном горении автоколебания возбуждаются также известным механизмом запаздывания сгорания топлива, предложенным Л.Крокко. Снижение температуры продуктов сгорания из-за изменения соотношения компонентов топлива с возрастанием его расхода приводит к возбуждению энтропийных волн в камере сгорания [1], а теплоотвод от нагретого газа является причиной колебаний Рисса [7].

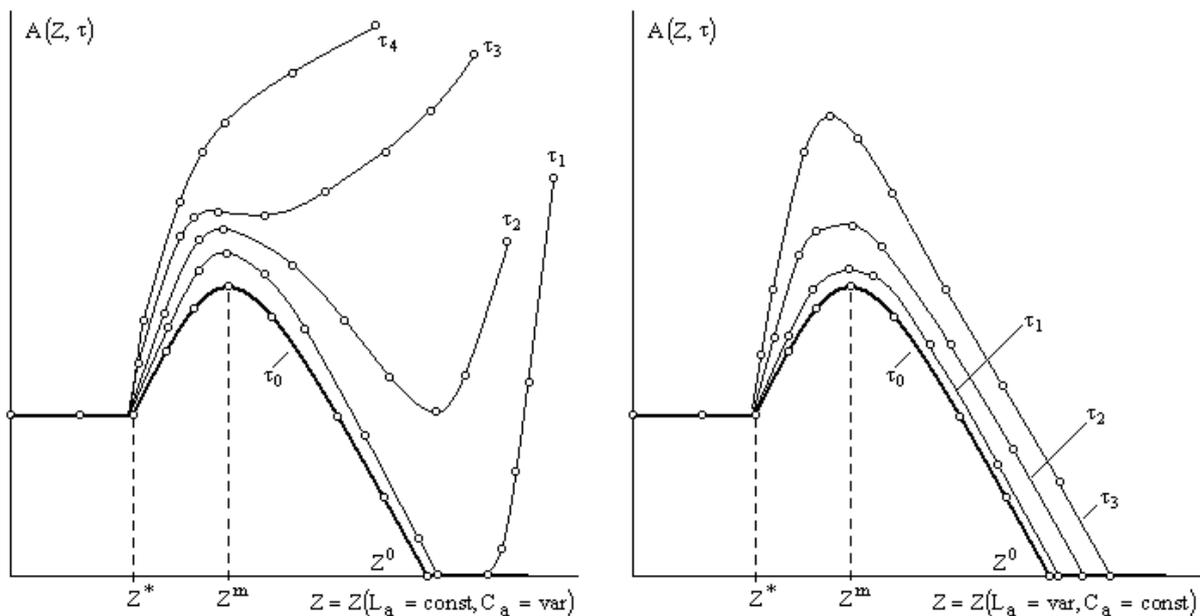


Рисунок 1 – Зависимости амплитуды автоколебаний  $A(Z, \tau)$  при различных запаздываниях  $\tau : 0 = \tau_0 < \tau_1 < \tau_2 < \tau_3 < \tau_4$

Согласно [8], независящая от волнового сопротивления  $Z : Z \leq Z^*$  колебательного контура амплитуда релаксационных автоколебаний (рис.1) поющего пламени при сгорании газообразного топлива не изменяется также и с увеличением запаздывания  $\tau$  сгорания топлива. Амплитуда рассматриваемых автоколебаний возрастает с увеличением тепловой нагрузки [5]. Известно, что повышение тепловой нагрузки в вертикальных камерах горения доменных печей значительно улучшает их экономические показатели, но при этом самовозбуждаются автоколебания вибрационного горения, амплитуда которых является разрушительной для конструкции камеры горения [9].

**Постановка задачи.** Задачей данной работы является обоснование устойчивости стационарного режима горения при любых значениях времени запаздывания сгорания топлива, осуществляемого в вертикальной камере горения под разрежением, когда ее напорная характеристика  $F(Q_t)$  является монотонно убывающей функцией расхода продуктов сгорания. В этом случае отсутствует отрицательное тепловое сопротивление, т.е. когда выполняется неравенство  $dF/dQ_t \leq 0$ , единственным механизмом неустойчивости является время запаздывания сгорания топлива (механизм Л.Крокко), которое в этом случае автоколебания не возбуждает.

**Результаты работы. Математическая модель.** Автоколебания поющего пламени при сгорании газообразного топлива под разрежением рассматриваются в устройстве (рис.2), в котором разрежение создается дымососом, перемещающим продукты сгорания.

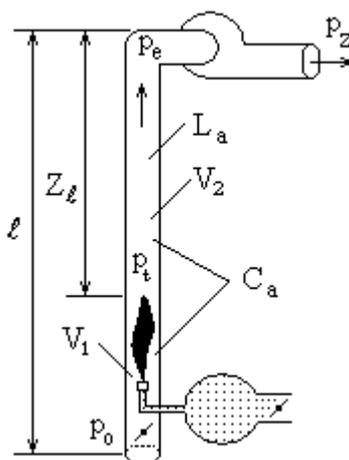


Рисунок 2 – Схема модели устройства, осуществляющего явление поющего пламени под разрежением

В рассматриваемой системе с дискретными параметрами (рис.2), уравнение движения дыма, согласно [9], может быть записано в следующей форме:

$$L_a dQ_t/dt = p_t - h_T(Q_t) - h_\ell(Q_t) - \rho_t g Z_\ell - p_e,$$

где  $L_a$  – акустическая масса [10];  $h_T(Q_t)$  и  $h_\ell(Q_t)$  – соответственно тепловые и гидравлические (вязкостные) потери по длине проточного тракта потери давления;  $\rho_t g Z_\ell$  – напряжение силы тяжести столба нагретого дыма. Воспользовавшись уравнениями  $p_Z + \rho_0 g Z_\ell = p_0$  и  $p_Z = p_e + H_d(Q_t)$ , где  $H_d(Q_t)$  – напорная характеристика дымососа, уравнение движения окончательно запишем в виде [10]

$$L_a dQ_t/dt = F(Q_t) - P, \tag{1}$$

где  $F(Q_t) = H_d(Q_t) + A(Q_t) - h_t(Q_t) - h_\ell(Q_t)$  – напорная характеристика теплоподвода вертикальной камеры горения;  $A(Q_t)$  – давление подъемной силы и  $P = p_0 - p_t$ .

Построение напорной характеристики преобразования теплоты в напор потока  $F(Q_t)$  рассмотрено в [11].

Уравнение, выражающее закон сохранения массы, для вертикальной камеры горения (рис.2) запишем в виде [12]:  $dM = dM_1 + dM_2$ , где  $dM_1$  – изменение массы холодного воздуха в объеме трубы  $V_1$  и  $dM_2$  – изменение массы дыма, образовавшегося после сгорания топлива, в объеме трубы  $V_2$ . Учитывая, что

$$dM = (\rho_0 Q_{\text{вх}} - \rho_t Q_t) dt, \quad (2)$$

где  $Q_{\text{вх}}$  и  $Q_t$  – соответственно объемные расходы воздуха при температуре  $T_0$ , входящего в трубу, и дыма при температуре  $T$  после сгорания топлива на выходе из трубы.

Используя соотношения  $dM_1 = V_1 d\rho_0$  и  $dM_2 = V_2 d\rho_t$ , уравнение (2) запишем в виде

$$\frac{V_1}{\rho_t} \frac{d\rho_0}{dt} + \frac{V_2}{\rho_t} \frac{d\rho_t}{dt} = \frac{\rho_0}{\rho_t} Q_{\text{вх}}(t - \tau) - Q_t(t). \quad (3)$$

Затем, используя формулы  $dp_t/d\rho_0 = c_0^2$  и  $dp_t/d\rho_t = c_t^2$ , определяющие величины скорости звука в объемах вертикальной трубы  $V_1$  и  $V_2$  соответственно при температурах  $T_0$  и  $T$ , и учитывая, что  $dp_t = -dP$ , уравнение (3) запишем в форме [10]

$$C_a dP/dt = Q_t - \varphi[P(t - \tau)], \quad (4)$$

в котором  $C_a = C_{a_1} + C_{a_2}$ ,  $C_{a_1} = \frac{V_1}{\rho_t c_0^2}$ ,  $C_{a_2} = \frac{V_2}{\rho_t c_t^2}$ , а обращение функции  $\varphi(P)$  опре-

деляет зависимость гидропотерь в трубе перед сгоранием  $P = k_{\text{др}} Q_{\text{вх}}^2$ , где  $k_{\text{др}}$  – коэффициент гидравлических потерь на входе в камеру горения.

Из-за разрежения в вертикальной трубе (рис.2) выполняется соотношение  $dp_t = -dP$ , в результате которого в уравнении (3) слагаемые, представляющие расходы  $Q_{\text{вх}}$  и  $Q_t$ , поменялись местами, что определяет структуру уравнения (4) и отражает особенность влияния запаздывания на автоколебания поющего пламени в рассматриваемой установке (рис.2), которая в [13] оставалась неизвестной.

Полученная динамическая система (1), (4) является системой с запаздывающим аргументом. Для построения ее фазовых траекторий воспользуемся адаптированным для дифференциально-разностных уравнений методом Эйлера с переменным шагом [14]. Однако удобно предварительно перейти к безразмерным переменным, полагая

$$x = Q_t/Q_t^*, \quad y = P/P^*, \quad t' = t/m_t, \quad \tau' = \tau/m_t, \quad (5)$$

где  $m_t$  – характерный масштаб времени (например  $m_t = 1$  с), а параметры стационарного режима  $Q_t^*$  и  $P^*$  определяются из условий:

$$\left. \frac{dQ_t}{dt} \right|_{Q_t=Q_t^*} = 0, \quad \left. \frac{dP}{dt} \right|_{P=P^*} = 0 \Leftrightarrow P^* = F(Q_t^*), \quad Q_t^* = \sqrt{\frac{P^*}{k_{\text{др}}}}. \quad (6)$$

В безразмерных переменных (5) динамическая система (1), (4) запишется в виде:

$$\left[ \frac{L_a Q_t^*}{m_t P^*} \right] \frac{dx}{dt'} = \tilde{F}(x) - y, \quad \left[ \frac{C_a P^*}{m_t Q_t^*} \right] \frac{dy}{dt'} = x - \sqrt{y(t' - \tau')}, \quad (7)$$

где  $\tilde{F}(x) = F(Q_t^* x) / F(Q_t^*)$  – безразмерная напорная характеристика теплоподвода вертикальной камеры горения.

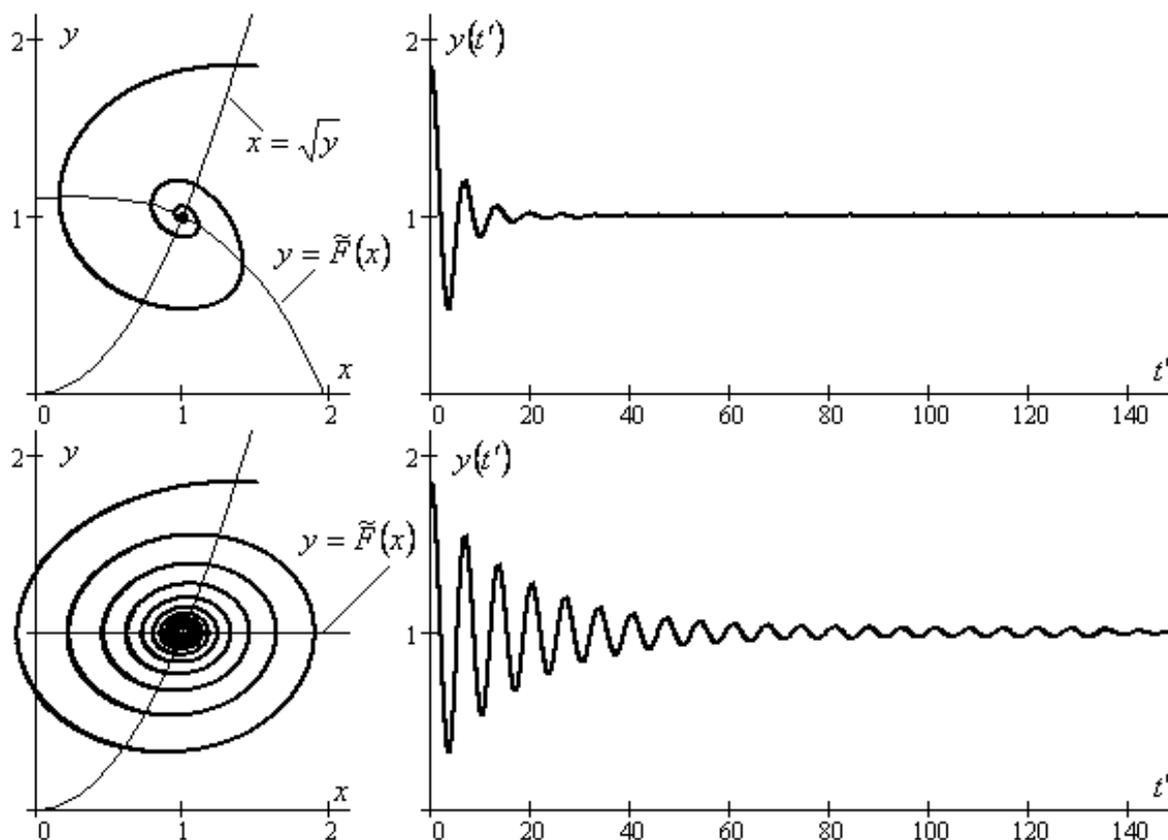


Рисунок 3 – Решение системы уравнений (7) при  $\tau' \neq 0$ , иллюстрирующее устойчивость стационарного режима горения под разрежением

Проведенный анализ динамической системы (7) показал (рис.3), что теплоподвод под разрежением в случае монотонно убывающей напорной характеристики  $F(Q_t)$  полностью исключает возбуждение автоколебаний, обусловленных запаздыванием  $\tau$  сгорания, которое составляет механизм Л.Крокко вибрационного горения. Если напорная характеристика  $F(Q_t)$  седлообразная, то с увеличением тепловой нагрузки возрастает амплитуда как релаксационных, так и гармонических и близких к ним автоколебаний [5, 8].

#### Выводы.

1. Теоретически установлено, что при седлообразной напорной характеристике теплоподвода  $F(Q_t)$  не зависящий от волнового сопротивления  $Z$  предельный цикл релаксационных автоколебаний при сгорании под разрежением не зависит также от запаздывания  $\tau$  сгорания и увеличивается при повышении тепловой нагрузки. С ростом

Z релаксационные автоколебания переходят в гармонические, амплитуда которых возрастает с увеличением запаздывания  $\tau$  (рис.1).

2. Автоколебания поющего пламени в вертикальной трубе, когда напорная характеристика теплоподвода  $F(Q_t)$  является монотонно убывающей функцией, механизмом запаздывания Л.Крокко под разрежением не возбуждаются.

3. При напорном теплоподводе амплитуда автоколебаний поющего пламени определяется следующими механизмами неустойчивости: запаздыванием сгорания и отрицательными гидравлическим и тепловым сопротивлениями.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Раушенбах Б.В. Вибрационное горение / Раушенбах Б.В. – М.: Физматгиз, 1961. – 500с.
2. Гоцуленко В.В. К проблеме снижения автоколебаний вибрационного горения / В.В.Гоцуленко, В.Н.Гоцуленко // ИФЖ. – 2012. – Т. 85, № 1. – С.132-138.
3. Харкевич А.А. Автоколебания / А.А.Харкевич. – М.: Гостехиздат, 1954. – 172с.
4. Гоцуленко В.В. Об аналогии нестационарных режимов воздухонагревателя доменной печи (каупера) и трубы Рийке / В.В.Гоцуленко // Системные технологии. – 1999. – № 8. – С.24-26.
5. Гоцуленко В.В. Математическое моделирование особенностей феномена Рийке при изменении мощности теплового потока / В.В.Гоцуленко // Математическое моделирование: РАН. – 2004. – Т. 16, № 9. – С.23-28.
6. Гоцуленко В.В. Тепловое сопротивление как механизм возбуждения автоколебаний / В.В.Гоцуленко, В.Н.Гоцуленко // Сборник научных трудов Днепродзержинского гос. техн. ун-та. – Днепродзержинск: ДГТУ. – 2009. – Вып. 1(11). – С.95-100.
7. Гоцуленко В.В. Автоколебания явления Рисса, обусловленные теплоотводом от потока нагретого газа / В.В.Гоцуленко, В.Н.Гоцуленко // Математическое моделирование. – 2010. – № 2 (23). – С.33-37.
8. Басок Б.И. Управление автоколебаниями, возбуждаемыми теплоподводом / Б.И.Басок, В.В.Гоцуленко, В.Н.Гоцуленко // Промышленная теплотехника. – 2011. – Т.33, № 4. – С.63-69.
9. Зукер Д. Пульсация давления в воздухонагревателях / Д.Зукер, П.Глас, Г.Бенеке // Черные металлы. – 1980. – № 22. – С.20-26.
10. Казакевич В.В. Автоколебания (помпаж) в компрессорах: моногр. / В.В.Казакевич. – М.: Машиностроение, 1974. – 264с.
11. Басок Б.И. Теория феномена Рийке в системе с сосредоточенными параметрами / Б.И.Басок, В.В.Гоцуленко // Акустический вестник. – 2010. – Т.13, № 3. – С.3-8.
12. Гоцуленко В.В. Автоколебания в трубе Рийке при ее собственном волновом сопротивлении / В.В.Гоцуленко // Системные технологии. – 2004. – № 4'(33). – С.45-51.
13. Неймарк Ю.И. Об условиях возбуждения поющего пламени / Ю.И.Неймарк, Г.В.Аронович // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1955. – Т.28. – С.567-578.
14. Гоцуленко В.В. Об одном численном методе интегрирования систем обыкновенных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом / В.В.Гоцуленко // Математическое моделирование. – 2004. – № 2(12). – С.5-7.

Поступила в редакцию 17.09.2012.

Институт технической теплофизики НАН Украины  
\*Институт предпринимательства “Стратегия”

## АВТОКОЛЕБАНИЯ, ВОЗНИКАЮЩИЕ ИЗ-ЗА НЕУСТОЙЧИВОЙ РАБОТЫ НАСОСА ПРИ СКРЫТОЙ КАВИТАЦИИ ИЛИ ЕЕ ОТСУТСТВИИ

**Введение.** Известно, что причиной возбуждения автоколебаний (помпажа) лопастного нагнетателя является наличие на его напорной характеристике  $H(Q)$  восходящей ветви или петли гистерезиса, где  $Q$  – объемный расход перемещаемой жидкости. Теория помпажа в компрессорах изложена в [1].

Согласно [2] в гидросистемах при кавитационных испытаниях лопастных насосов в отсутствие восходящей ветви на характеристике  $H(Q)$  перед срывом подачи возбуждались автоколебания неизвестной природы. Возникновение автоколебаний наблюдалось также при работе конденсатных насосов [3]. В системах подачи компонентов топлива жидкостных реактивных двигателей, включающих шнеко-центробежные насосы, автоколебания возбуждаются при давлении на входе шнекового преднасоса, близкому к срывному [4].

В монографиях [5-6] рассматривается неизвестный ранее нестационарный режим возбуждения кавитационных автоколебаний при работе шнеко-центробежного насоса. Согласно [5] амплитуда таких автоколебаний в большинстве случаев является постоянной. Отличительной особенностью кавитационных автоколебаний является то, что их возбуждение не связано с работой лопастного насоса в области восходящей ветви его напорной характеристики [5-6]. В [5] утверждается, что кавитационные автоколебания не возбуждаются перед срывом подачи насоса, а возникают при отсутствии заметного падения напора на его кавитационной характеристике, т.е. при скрытой кавитации. Экспериментально в [7] установлено, что при скрытой кавитации работа центробежного насоса с монотонно убывающей напорной характеристикой  $H(Q)$  является абсолютно устойчивой. Возбуждение автоколебаний при испытании такого насоса наблюдались только в области восходящих кавитационных разветвлений  $H(Q, \Delta h)$  перед срывом подачи насоса. Природа экспериментально наблюдаемых автоколебаний составляет помпаж, поскольку в области восходящих разветвлений  $H(Q, \Delta h)$  выполняется необходимое условие его возбуждения, определяемое неравенством  $\partial H / \partial Q > 0$ , а изменение автоколебаний зависит от волнового сопротивления  $Z$  колебательного контура гидросистемы [7].

**Постановка задачи.** В данной работе определяются автоколебания, порождаемые механизмами неустойчивости, в основе которых лежит положительность потока акустической энергии  $A > 0$  при работе лопастного насоса в режиме скрытой кавитации и при ее отсутствии.

**Результаты работы.** Нестационарные движения жидкости в замкнутой гидросистеме с дискретными параметрами при безкавитационной работе центробежного насоса с напорной характеристикой  $H(Q)$  описываются следующей нелинейной автономной динамической системой [8]:

$$\frac{L_a}{\rho g} \frac{dQ}{dt} = F(Q) - P, \quad \rho g C_a \frac{dP}{dt} = Q - \varphi(P), \quad (1)$$

где  $P = \frac{P_6 - P_e}{\rho g}$ ,  $F(Q) = H(Q) - R(Q)$ ,  $R(Q)$  – гидравлические потери в трубопроводах колебательного контура с акустическими параметрами  $L_a$  и  $C_a$ ,  $p_e$  – давление в емкости, расположенной на входе в гидросистему,  $p_6$  – давление в напорной магистрали гидросистемы. Обращение зависимости  $Q_{\text{ВЫХ}} = \varphi(P)$  составляет характеристику сети  $P = h_c(Q_{\text{ВЫХ}})$ , приключенной к колебательному контуру.

Достаточным условием существования периодического решения в системе уравнений (1) является наличие предельного цикла в уравнении интегральных кривых

$$\frac{dP}{dQ} = \frac{Q - \varphi(P)}{F(Q) - P} m^2 \frac{L_a}{C_a}, \quad (2)$$

где  $m = 1/\sqrt{\rho g}$ .

Размеры предельного цикла уравнения (2) определяют амплитуды автоколебаний давления и расхода как периодических решений системы уравнений (1). Характер зависимости данного предельного цикла от волнового сопротивления  $Z = m\sqrt{L_a/C_a}$  иллюстрирован на рис. 1.

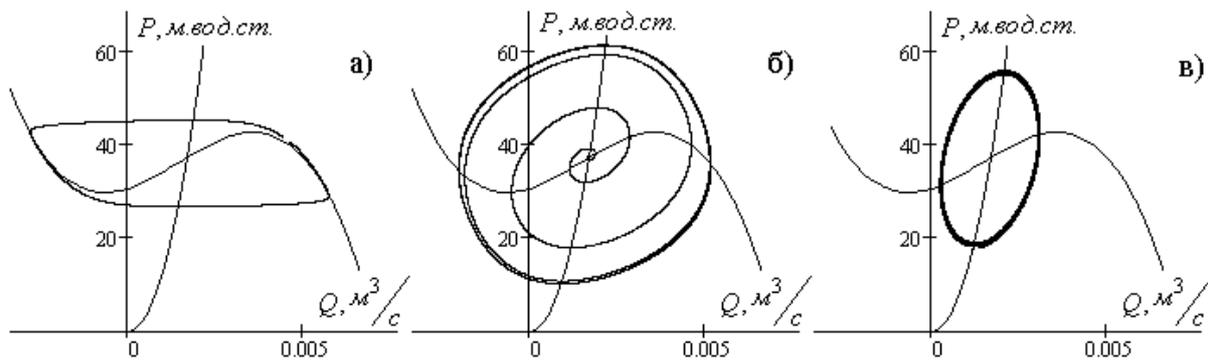


Рисунок 1 – Изменение предельного цикла уравнения интегральных кривых (2) в зависимости от волнового сопротивления  $Z \left[ \frac{\text{М}}{\text{М}^3/\text{с}} \right]$ : а) 845; б) 7071; в) 13228

При снижении волнового сопротивления  $Z$  и достижении величины  $Z = Z^*$  образуется предельный цикл неизменной при дальнейшем уменьшении  $Z \leq Z^*$  амплитуды автоколебаний. Для образования условия, обеспечивающего постоянство амплитуды, необходимо, чтобы характеристика  $F(Q)$  имела восходящую ветвь и была седлообразной (рис. 1, а) при достаточной величине емкости  $C_a$  аккумулятора массы.

Таким образом, кавитационные автоколебания, определяемые в [5-6], как несвязанные с восходящей ветвью напорной характеристики насоса не могут характеризоваться постоянством амплитуды автоколебаний.

При повышении величины  $Z$  амплитуда автоколебаний помпажа возрастает, достигая максимума, а затем уменьшается. При этом форма автоколебаний переходит из изначально релаксационной в гармоническую, и в дальнейшем автоколебания исчезают вовсе (рис. 1).

На рис. 2. изображены предельные циклы, когда характеристика  $\varphi(P)$  пересекает трансверсально (рис. 2, а) и соответственно касательно (рис. 2, б) характеристику  $F(Q)$ .

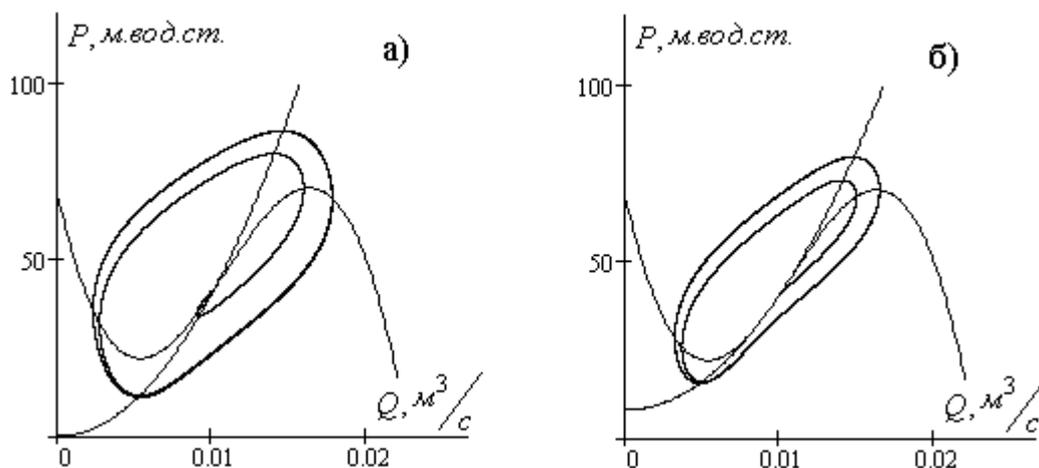


Рисунок 2 – Предельные циклы, когда характеристики  $H(Q)$  и  $h_c(Q)$ :  
 а) пересекаются в одной точке; б) имеют общую часть

Структура фазовых траекторий динамической системы (1), когда характеристики  $F(Q)$  и  $\varphi(P)$  имеют три точки пересечения, приведена на рис.3.

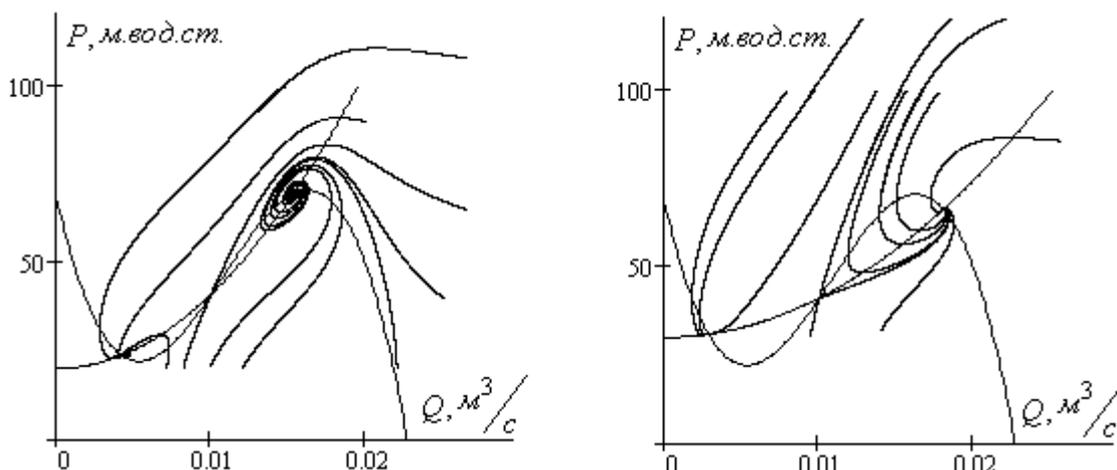


Рисунок 3 – Фазовые траектории при трех точках пересечения характеристик  $H(Q)$  и  $h_c(Q)$

Верхняя точка рассматриваемого пересечения (рис.3) является фокусом, средняя – узлом, а самая нижняя может быть фокусом или узлом. Крайние состояния равновесия являются устойчивыми. Поэтому при возникновении возмущений наблюдается переход из режима большего расхода в режим наименьшего расхода. Помпаж как таковой в рассматриваемом случае не возбуждается [1].

При включении в гидросистему насоса объемного типа (рис.4, а) образуется генератор автоколебаний, амплитуды которых возрастают (рис.4, б).

Условие положительности потока акустической энергии  $A > 0$  определяет механизмы возбуждения автоколебаний, что следует из иерархии неравенств:

$$A > 0 \Rightarrow \frac{dh_H(Q)}{dQ} < 0 \Rightarrow \frac{dF(Q)}{dQ} > 0, \tau \neq 0 \Rightarrow A > 0. \quad (3)$$

Из соотношений (3) определяется необходимое условие возбуждения автоколебаний помпажа  $dF(Q)/dQ > 0$ .

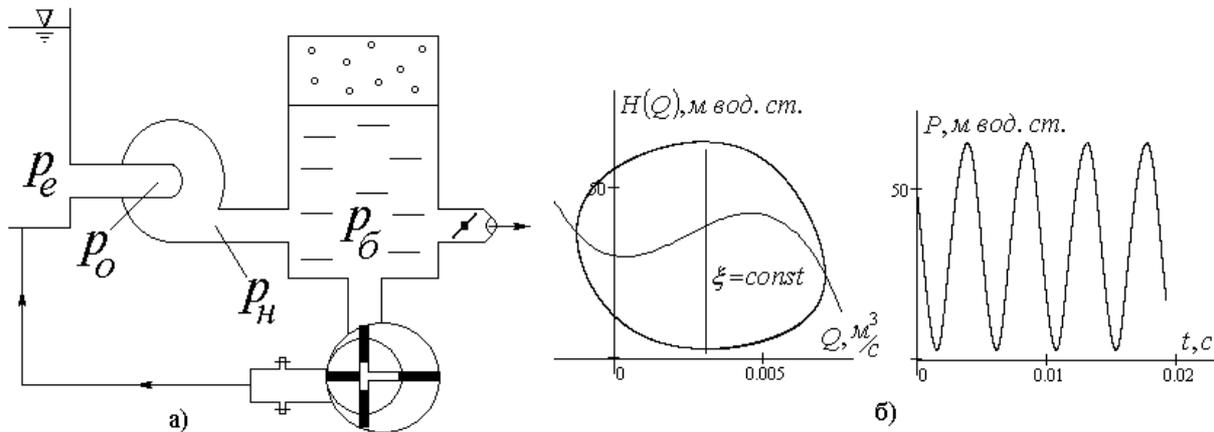


Рисунок 4 – Схема гидравлического генератора автоколебаний – а) и его автоколебаний – б)

Модели кавитационных автоколебаний, определяемые в [5, 6], также характеризуются условием  $A > 0$ , но, кроме того, и условием  $dH(Q)/dQ < 0$ , как несвязанные с восходящей ветвью напорной характеристики  $H(Q)$ . Это, согласно (3), имеет место, когда  $dF(Q)/dQ < 0$ . Но при выполнении последнего неравенства система уравнений (1) не имеет периодических решений. Поэтому, модели кавитационных автоколебаний [5, 6], определяемые условием  $A > 0$  при монотонно убывающей напорной характеристике насоса, не приводят к появлению в уравнениях движения (1) периодических решений. В экспериментах [2], а также в многочисленных экспериментальных исследованиях [7] насосов 2К-6 и 3К-9 в режимах скрытой кавитации обнаружить кавитационные автоколебания при монотонно убывающей напорной характеристике насоса не удалось.

#### Выводы.

1. Движение жидкости в гидросистеме (рис.1) осуществляется напором, а его характер изменения определяется напорной характеристикой  $F(Q)$ , составляющей зависимость напора от расхода жидкости  $Q$  через колебательный контур гидросистемы.

2. В области нисходящей ветви  $dF(Q)/dQ < 0$  характеристики  $F(Q)$  автоколебания не самовозбуждаются, поскольку во всех точках стационарных расходов достигается минимум потенциальной энергии потока, что обеспечивает согласно теореме Лагранжа – Дирихле [9] устойчивость движения.

3. Модели кавитационных автоколебаний, не связанные с восходящей ветвью напорной характеристики, являются нереализуемыми при работе лопастных насосов, т.к. в этом случае не выполняется необходимое условие образования предельного цикла в уравнении интегральных кривых системы уравнений движения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Казакевич В.В. Автоколебания (помпаж) в компрессорах: моногр. / В.В.Казакевич. – М.: Машиностроение, 1974. – 264с.
2. Вильнер Я.М. Лабораторный практикум по гидравлике и гидравлическим машинам (насосам) / Я.М.Вильнер, И.П.Вопнярский. – Минск: Высшая школа, 1967. – С.169-170.

3. Яловой Н.С. Оптимальные условия эксплуатации конденсатных насосов / Н.С.Яловой, А.А.Львов, А.М.Кац // Изв. вузов. Энергетика. – 1986. – № 6. – С.112-115.
4. Чебаевский В.Ф. Кавитационные характеристики высокооборотных шнеко-центробежных насосов / В.Ф.Чебаевский, В.И.Петров. – М.: Машиностроение, 1973. – 152с.
5. Пилипенко В.В. Кавитационные автоколебания и динамика гидросистем / Пилипенко В.В., Задонцев В.А., Натанзон М.С. – М.: Машиностроение, 1977. – 352с.
6. Пилипенко В.В. Кавитационные автоколебания / Пилипенко В.В. – К.: Наукова думка, 1989. – 313с.
7. Гоцуленко В.Н. Экспериментальное исследование автоколебаний в системе, включающей лопастной насос с монотонно убывающей напорной характеристикой / В.Н.Гоцуленко, Н.Н.Гоцуленко // Энергомашиностроение. – 1978. – № 5. – С.44-45.
8. Гоцуленко В.В. Особенности помпажа центробежного насоса при кавитации / В.В.Гоцуленко, В.Н.Гоцуленко // Горная энергомеханика и автоматика: междунар. науч.-техн. конф., 19 – 21 ноября 2003 г.: тезисы докл. – Д., 2003. – Т. 2. – С.60-67.
9. Гоцуленко В.В. Вибрационное горение и термоакустические автоколебания / В.В.Гоцуленко. – LAMBERT Academic Publishing, 2012. – 152с.

*Поступила в редколлегию 03.01.2013.*

УДК 664.2.032.1

СОКОЛОВСКАЯ И.Е., к.т.н., доцент

Днепродзержинский государственный технический университет

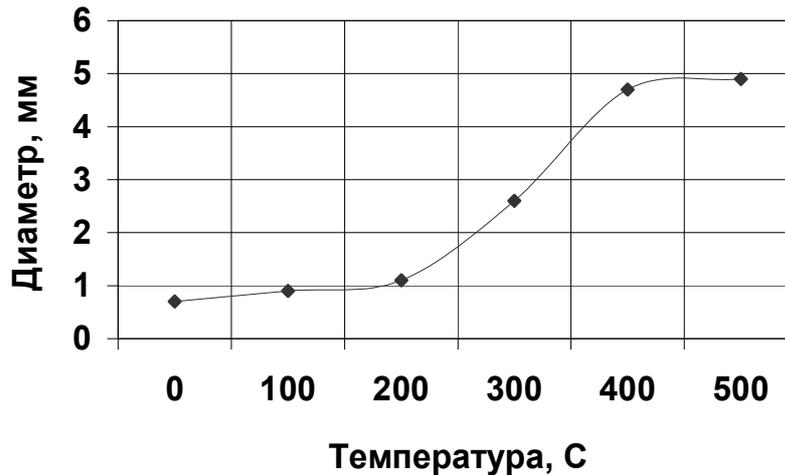
## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ В ВИХРЕВОМ АППАРАТЕ**

**Введение.** В производстве теплоизоляционных материалов находят широкое применение различные тепломассообменные аппараты, в частности вихревые, в которых осуществляются завершающие этапы технологии – сушка или обжиг мелкодисперсных частиц.

Сушка материалов в вихревом аппарате происходит в период их витания в аппарате в результате их взаимодействия с воздушными потоками. Очевидно, чем более длительный данный процесс, тем он эффективнее.

Прямое экспериментальное изучение движения материалов в вихревых аппаратах осложняется нелинейностью и нестационарностью процесса. Однако характеристики траекторий движения частиц в вихревом аппарате могут быть определены путем численного моделирования с учетом имеющихся расчетных полей скоростей газовой фазы, полученных в предыдущем исследовании [1].

**Постановка задачи.** В процессе сушки диаметр частиц изменяется, что влияет на силу их взаимодействия с газовой фазой. Имеющиеся экспериментальные данные свидетельствуют об увеличении диаметра рассматриваемых частиц при увеличении температуры (рис.1). Таким образом, для определения траекторий вводимых частиц необходимо одновременно рассчитывать их температуру.

Рисунок 1 – Зависимость диаметра частицы  $d$  от температуры  $T$ 

**Результаты работы.** Расчет траектории движения частиц в разных условиях изучался многими авторами [2, 3]. В отличие от указанных работ в данной работе движение рассчитано для трехмерного поля скоростей, полученного в работе [1] для условий сушки в вихревом аппарате с учетом переменных размера частицы, ее плотности и массы.

Предполагается, что частица падает вертикально вниз с начальной скоростью  $v_0$ . При движении в аппарате на частицу действует сила

$$\vec{F} = \vec{F}_a + \vec{F}_s, \quad (1)$$

состоящая из архимедовой силы

$$\vec{F}_a = (m - m^*)\vec{g}, \quad (2)$$

где  $m$  и  $m^*$  – масса частицы и вытесненного им воздуха, и силы сопротивления

$$\vec{F}_s = -C_R S \frac{\rho_r}{2} |v - v_r| (\vec{v} - \vec{v}_r), \quad (3)$$

где  $C_R$  – коэффициент сопротивления,  $S$  – сечение частицы,  $\rho_r$  – плотность частицы,  $\vec{v}, \vec{v}_r$  – скорость частицы и газа соответственно.

Отметим, что в случае, когда плотность частицы намного превышает плотность воздуха  $m \gg m^*$ , архимедова сила сводится к силе тяжести.

Уравнение движение частицы имеет вид:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{f}, \quad (4)$$

где  $\vec{f} = \vec{F} / (m + \kappa m^*)$  и  $\kappa$  – коэффициент присоединенной массы.

Процесс нагрева частицы в предположении её сферичности описывается одномерным уравнением диффузионного теплопереноса

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad (5)$$

где  $T$  – температура,  $a$  – коэффициент температуропроводности частицы,  $r$  – расстояние до её центра (радиальная координата).

На границе частицы имеет место конвективная теплоотдача

$$q = \alpha(T_p - T_g), \quad (6)$$

определяющая граничные условия для уравнения (5), где  $q$  – плотность теплового потока на границе частицы,  $T_p$  и  $T_g$  – температуры поверхности частицы и окружающей газовой фазы соответственно и  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи.

Коэффициент  $\alpha$  зависит от диаметра частицы  $d$  и его удобно выразить через безразмерный критерий Нуссельта  $Nu$ :

$$\alpha = Nu \lambda_e / d, \quad (7)$$

где  $\lambda_e$  – эффективный коэффициент теплопроводности газа [2, 3], учитывающий турбулентный характер движения. Его значение выбирается, исходя из соотношения:

$$\lambda_g = C \rho_g v_e, \quad (8)$$

где  $C$  и  $\rho_g$  – теплоемкость и плотность газа, а  $v_e$  – эффективный коэффициент кинематической вязкости, определяемый по трехпараметрической алгебраической модели турбулентности и газодинамической части расчета [1].

Движение частицы рассматриваем в цилиндрических координатах  $\rho, \varphi, z$ . При этом уравнение (4) приобретает вид:

$$\frac{dv_\rho}{dt} = \frac{v_\varphi^2}{\rho} + f_\rho, \quad (9)$$

$$\frac{dv_\varphi}{dt} = -\frac{v_\rho v_\varphi}{\rho} + f_\varphi, \quad (10)$$

$$\frac{dv_z}{dt} = f_z, \quad (11)$$

где индекс у скорости и у удельной силы означает их компоненту в цилиндрических координатах. Для компонент скорости имеем:

$$v_\rho = \frac{d\rho}{dt}, \quad v_\varphi = \rho \frac{d\varphi}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}. \quad (12)$$

Численно система уравнений (9)-(11) решалась методом Крамера-Эйлера.

$$v_\rho^{n+1} = v_\rho^n + \Delta t [(v_\varphi^n)^2 / \rho^n + f_\rho^n], \quad (13)$$

$$v_\varphi^{n+1} = v_\varphi^n + \Delta t [-v_\rho^n v_\varphi^n / \rho^n + f_\varphi^n], \quad (14)$$

$$v_z^{n+1} = v_z^n + \Delta t f_z^n, \quad (15)$$

$$\rho^{n+1} = \rho^n + \Delta t v_\rho^{n+1}, \quad (16)$$

$$\varphi^{n+1} = \varphi^n + \Delta t (v_\varphi^{n+1} / \rho^{n+1}), \quad (17)$$

$$z^{n+1} = z^n + \Delta t v_z^{n+1}, \quad (18)$$

где  $n$  – номер временного слоя, а  $\Delta t$  – шаг по времени.

В качестве расчетной области, как и в работе [2], выбрана внутренняя часть цилиндра. При определении силы сопротивления (3) движения куска в газовом потоке предварительно вычисляется площадь его поперечного сечения  $S = \pi d^2 / 4$  с использованием графической зависимости, заданной на рис.1.

Для этого рассчитывается температура частицы с использованием явной разностной схемы [3]:

$$T_i^{n+1} = T_i^n + \Delta t a [(i-1)T_{i+1}^n - 2(i-1,5)T_i^n + (i-2)T_{i-1}^n] / (i-1,5) / \Delta r^2, \quad (19)$$

где  $\Delta t$  и  $\Delta r$  – шаг по времени и радиусу соответственно,  $n$  – номер временного слоя, а  $i$  – номер пространственной ячейки (температуры вычисляются в центре ячеек). В качестве температуры, определяющей диаметр частицы, выбирается средняя температура по всем ячейкам.

Проведена серия тестовых расчетов модели, свидетельствующая о её качественной адекватности рассматриваемому процессу.

Конкретная траектория частицы существенно зависит от места её попадания в объем вихревого аппарата и определяется, в основном, (помимо силы тяжести) вихревыми газовыми потоками. Так, увлекаясь газом, частица может совершать винтовое движение (рис.2) до момента её выхода из аппарата. Однако численные эксперименты показывают достаточно нерегулярный характер движения частиц. Так в расчетах наблюдались как траектории с участками стационарного витания (рис.3), так и достаточно интересные варианты возможных движений частиц, как, например, вариант, представленный на рис.4. Частица под действием силы тяжести и газовых потоков может в целом двигаться вниз, а затем, попадая в восходящие потоки, снова определенное время двигаться в верхнем направлении. В конце концов, она всё же покидает объем аппарата.

Изучение большого количества результатов расчетов позволяет всё же (не смотря на нерегулярность траекторий частиц) сделать качественный вывод о том, что в целом частицы, которые попадают в вихревой аппарат ближе к боковой стенке, дольше витают в его объеме, а, следовательно, и дольше подвергаются сушке, что предпочтительнее с технологической точки зрения.

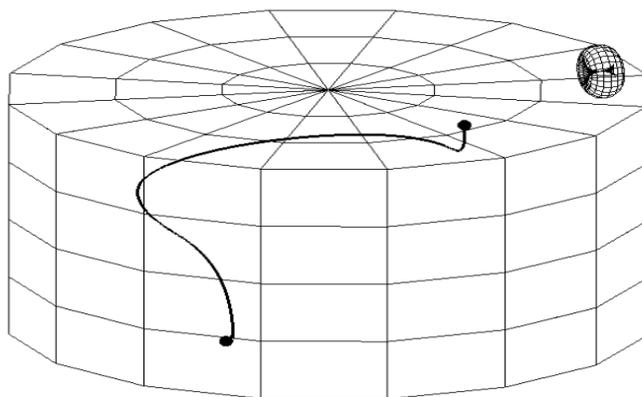


Рисунок 2 – Винтообразная траектория частицы

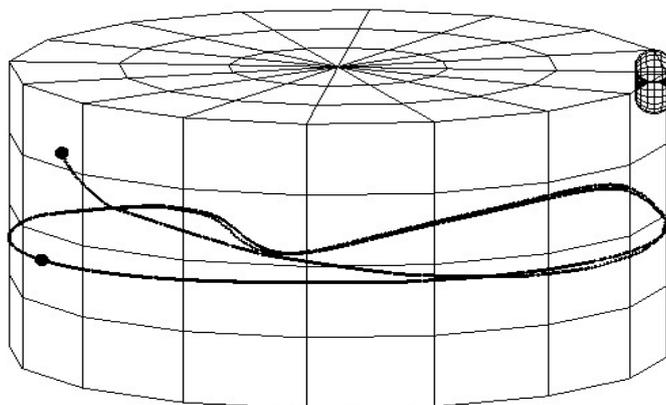


Рисунок 3 – Часть траектории квазистационарного витания частицы

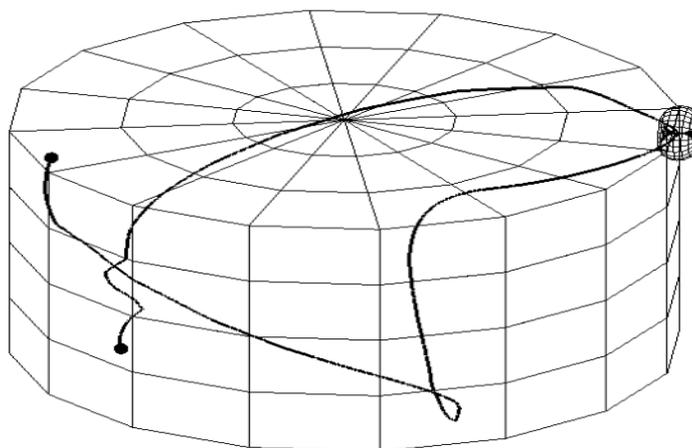


Рисунок 4 – Сложная нерегулярная траектория частицы

**Выводы.** В данной работе построена комплексная математическая модель движения частиц, подлежащих сушке в вихревом аппарате, с одновременным расчетом их температуры.

Тестовые расчеты, проведенные по представленной модели, свидетельствуют о её качественной адекватности и возможности использования данной модели для расчета различных режимов сушки материалов в вихревых аппаратах.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Соколовская И.Е. Математическая модель газодинамики в вихревом аппарате // Соколовская И.Е. – Математичне моделювання. – 2007. – № 1(16). – С.22-27.
2. Гутри Р.И.Л. Физико-химические и гидродинамические аспекты легирования расплавов методом вдувания порошков // Гутри Р.И.Л. – Металлургия. – 1982. – №80. – С.75-92.
3. Огурцов А.П., Самохвалов С.Е. Численные методы исследования гидродинамических и тепломассопереносных процессов сталеплавильного производства. – К.: Наукова думка, 1993. – 220с.

*Поступила в редколлегию 04.03.2013.*