

## РОЗДІЛ «ТЕПЛОЕНЕРГЕТИКА. ТЕПЛОТЕХНІКА»

УДК 629.7: 533.6.001

ГОЦУЛЕНКО В.В., к.т.н., доцент

Запорожская государственная инженерная академия

### УПРАВЛЕНИЕ АВТОКОЛЕБАНИЯМИ ВИБРАЦИОННОГО ГОРЕНИЯ В МОДЕЛИ ЖРД

*Аналитично визначені автоколивання вібраційного горіння в моделі РРД, які збуджуються при дії різних механізмів. Обґрунтовано зниження їх амплітуди або повної нейтралізації таких коливань.*

*Аналитически определены автоколебания вибрационного горения в модели ЖРД, которые возбуждаются при действии различных механизмов. Обосновано снижение их амплитуды или полной нейтрализации таких колебаний.*

*Self-oscillations of vibrating burning in model LRE (liquid reactive engine) which are raised at action of various mechanisms are analytically determined. Decrease in their amplitude or full neutralization of such fluctuations is proved.*

**Введение.** Теоретическое описание неустойчивости горения в жидкостных реактивных двигателях (ЖРД) с сосредоточенными параметрами осуществляется вырожденной системой уравнений [1-2]. Ее периодическое решение, представляющее релаксационные автоколебания, образуется при наличии в ней седлообразной характеристики [3]. В то же время причины образования возрастающей по расходу ветви зависимости давления в камере сгорания ЖРД оставались неизвестными. Введение Л. Крокко феноменологического запаздывания  $\tau$  процесса горения позволило [4] осуществить анализ его неустойчивости, обусловленной соответствующим механизмом.

Математическим моделированием [5] были определены закономерности автоколебаний вибрационного горения, самовозбуждающихся из-за запаздывания  $\tau$ , и установлены возможности управления величиной их амплитуды.

Другая группа механизмов возбуждения и поддержания автоколебаний [6] связана с образованием восходящей ветви на напорной характеристике камеры сгорания или нисходящей ветви на характеристике реактивного сопла [7, 8], что составляет во втором случае причину возникновения энтропийных волн, возможность образования которых обсуждалась в группе Кармана [4].

При одних и тех же воздействиях на рабочий процесс, в котором наблюдается одновременное действие перечисленных механизмов, имеет место диаметрально противоположность изменения амплитуды автоколебаний. Поэтому подавление вибрационного горения осуществляется вслепую с затратой значительных средств и времени.

**Постановка задачи.** Цель и задача этой работы заключается в обосновании возможности управления автоколебаниями вибрационного горения в модели камеры сгорания ЖРД (рис.1) или осуществление их полного подавления.

В этой работе представлены решения системы уравнений внутрикамерной неустойчивости [5], которая имеет следующий вид:

$$\begin{cases} L_{a.k.c.} \frac{dG}{dt} = F(G) - p_c, \\ C_{a.k.c.} \frac{dp_c}{dt} = G(t - \tau) - G_c, \end{cases} \quad (1)$$

в которой  $F(G) = F_{\text{поддачи}}(G) - h_{\phi}(G) - h_{\ell}(G) - h_T(G) - p_c$ ;  $p_{\Pi} = F_{\text{поддачи}}(G)$  – напорная характеристика параллельного включения лопастных насосов окислителя и горючего;  $h_{\phi}$  – потери давления при распыливании топлива;  $h_{\ell}$  – гидравлические потери по длине камеры сгорания;  $h_T$  – потери давления, возникающие из-за теплоподвода;  $G_c$  – массовый расход газа через сопло;  $p_c$  – давление перед входом в сопло;  $L_{a_{k.c.}}$  и  $C_{a_{k.c.}}$  – акустические параметры камеры сгорания;  $G$  – расход топлива;  $\tau$  – феноменологическое запаздывание сгорания.

Управление периодическими решениями системы (1) при одновременном проявлении всех известных механизмов неустойчивости осуществляется снижением волнового сопротивления  $Z$  камеры сгорания, из-за которого согласно [5] ослабевает действие механизма запаздывания, а предельный цикл при этом преобразуется в неизменный от значений  $Z$  и действующего феноменологического запаздывания сгорания топлива  $\tau$ . Далее образовавшийся предельный цикл устраняется изменением напорной характеристики камеры сгорания.

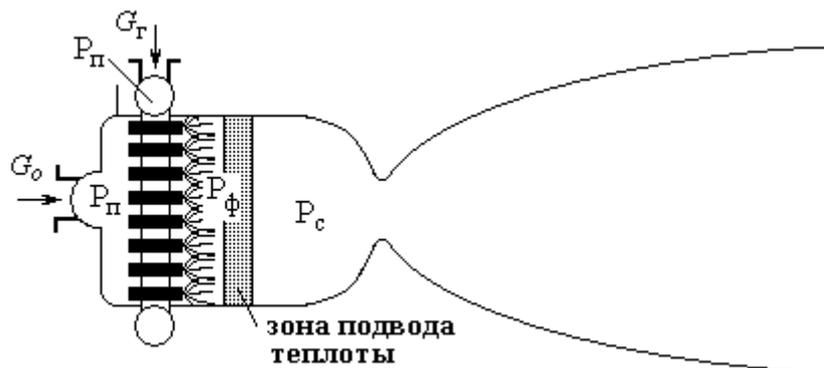
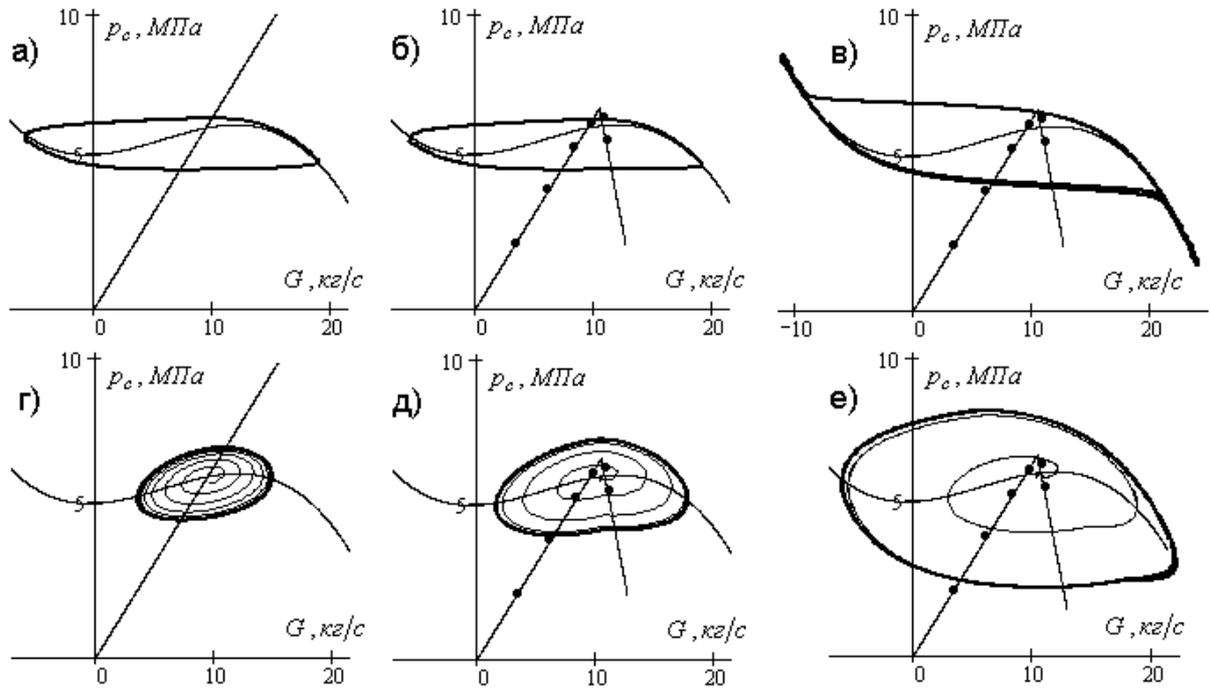


Рисунок 1 – Модель камеры сгорания ЖРД

*Особенность поведения динамической системы при известных механизмах возбуждения автоколебаний вибрационного горения.* На рис.2 изображены предельные циклы [6] системы уравнений (1) при последовательном увеличении числа механизмов, способствующих неустойчивости стационарного режима, что обеспечивает возрастание амплитуды автоколебаний релаксационных (рис.2 а, б, в) и близких к гармоническим (рис.2 г, д, е).

Автоколебания вибрационного горения  $p_c(t)$  в ЖРД [5], образовавшиеся при совместном действии рассмотренных выше механизмов их поддержания, представлены с соответствующими им предельными циклами (рис.2 в, е) на рис.3 а, в. Иллюстрировано также преобразование рассматриваемых автоколебаний  $p_c(t)$  в релаксационные неизменной амплитуды (рис.3 б, г). Предельные циклы таких колебаний не деформируются при дальнейшем увеличении акустической гибкости  $C_{a_{k.c.}}$ , а также при величинах запаздывания  $\tau \leq 0,001$  с (рис.3, б) и  $\tau \leq 0,0001$  с (рис.3, г).

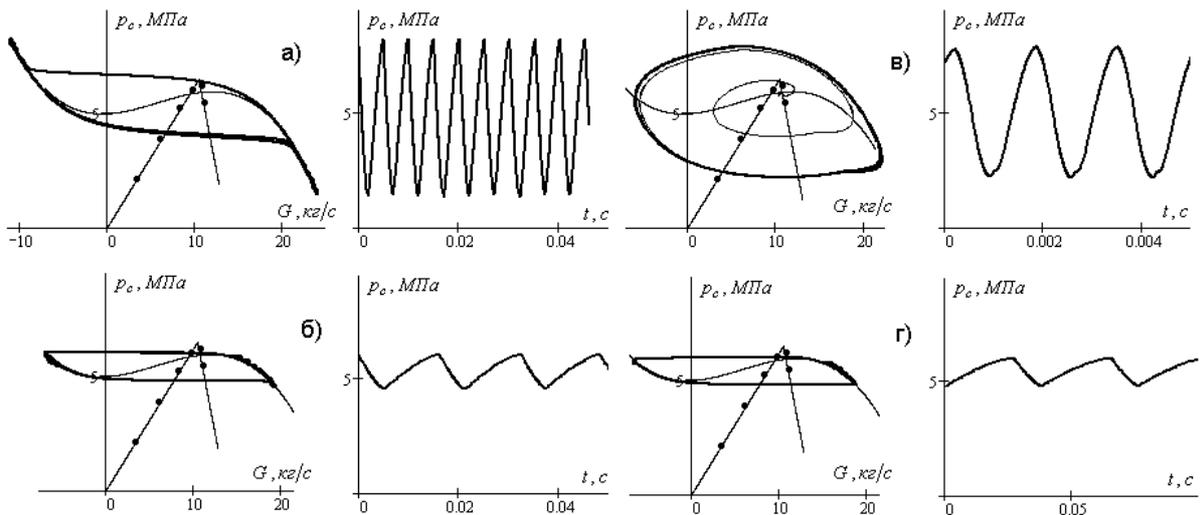
Предельные циклы (рис.2 а, б), которые близки к циклу, не изменяющемуся от  $Z$ , практически остаются без изменения при возникновении энтропийных волн, причиной которых является образование нисходящей ветви на характеристике реактивного сопла. При действии механизма феноменологического запаздывания  $\tau$  рассматриваемые предельные циклы преобразуются в цикл, изображенный на рис.2, в.



а), б), г), д) –  $\tau = 0$ ,  $L_a = 11,318 \text{ м}^{-1}$ ; в) –  $\tau = 0,001 \text{ с}$ ;  
 е) –  $\tau = 0,0001 \text{ с}$ ,  $L_a = 45,271 \text{ м}^{-1}$

Рисунок 2 – Предельные циклы и их деформация механизмами вибрационного горения

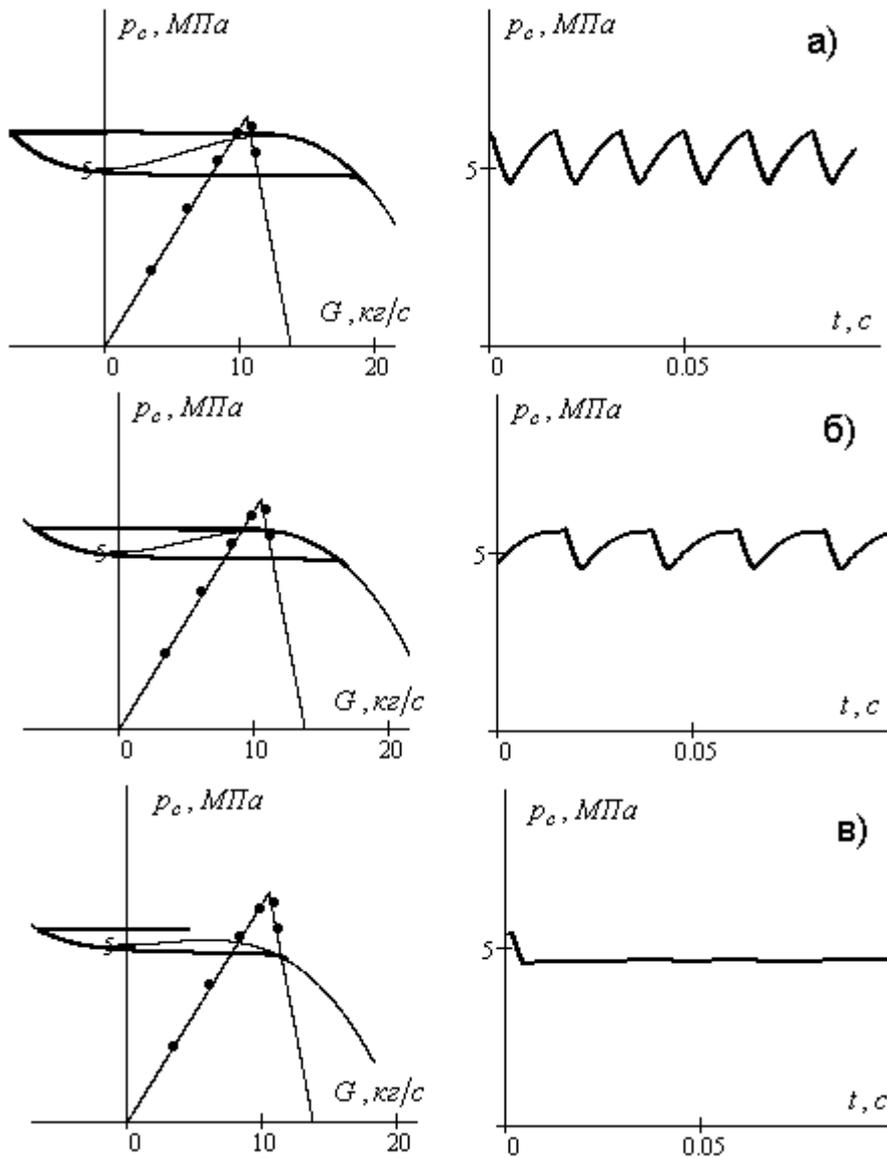
Особенностью представленных решений является образование единого предельного цикла для двух стационарных близко расположенных режимов. Кроме того, наблюдается значительное возрастание амплитуды колебаний при небольшом увеличении значений  $\tau$  запаздывания. При отсутствии восходящей ветви на характеристике  $F(G)$  наличие феноменологического запаздывания  $\tau$  сгорания топлива также способствует образованию предельного цикла, который увеличивается с ростом значений  $\tau$  [5].



а)  $\tau = 0,001 \text{ с}$ ,  $C_{a_{k.c.}} = 4,271 \cdot 10^{-9} \text{ м} \cdot \text{с}$ ; б)  $\tau = 0,001 \text{ с}$ ,  $C_{a_{k.c.}} = 4,271 \cdot 10^{-8} \text{ м} \cdot \text{с}$ ;  
 в)  $\tau = 0,0001 \text{ с}$ ,  $C_{a_{k.c.}} = 1,068 \cdot 10^{-9} \text{ м} \cdot \text{с}$ ; г)  $\tau = 0,0001 \text{ с}$ ,  $C_{a_{k.c.}} = 1,068 \cdot 10^{-7} \text{ м} \cdot \text{с}$

Рисунок 3 – Преобразование предельных циклов путем повышения акустической гибкости  $C_{a_{k.c.}}$

Снижение амплитуды колебаний вибрационного горения в ЖРД и их полное подавление. Наиболее просто это осуществляется, когда на напорной характеристике  $F(G)$  отсутствует восходящая ветвь, что реализуется путем снижения величины волнового сопротивления  $Z = \sqrt{L_a/C_a}$ . При этом достигается исчезновение предельных циклов и происходит стабилизация нестационарного режима [5], обусловленного механизмом феноменологического запаздывания сгорания. Поскольку волновое сопротивление можно представить как  $Z = c(T_c)/S$  [5], то его понижение в тракте камеры сгорания, исходя из этого, достигается за счет уменьшения площади сечения  $S$  камеры сгорания стабилизаторами-перегородками [3], а также наряду с этим увеличением акустической гибкости  $C_{a_{к.с}}$  собственно камеры сгорания или присоединением к ней стабилизирующего



а)  $k_{вихр.} = 0$ , б)  $k_{вихр.} = 0.0029$ , в)  $k_{вихр.} = 0.01$

Рисунок 4 – Изменение предельного цикла в связи с деформацией напорной характеристики  $\tilde{F}(G_t) = F(G_t) - k_{вихр.} \cdot G_t^2$  камеры горения при введении в нее вихревого сопротивления

объема. Интенсивность протекания процессов в камере сгорания перед зоной горения определяет упругость макрообъемов, порождающих акустическую гибкость  $C_{a_{k.c}}$  в целом, что также можно использовать при ее варьировании.

Предельный цикл, возникший при некотором запаздывании  $\tau^*$  и преобразующийся с увеличением  $C_{a_{k.c}}$  в независимый от  $\forall \tau < \tau^*$ , при значениях феноменологического запаздывания  $\tau > \tau^*$  возрастает за счет присоединения к нему ветвей характеристики  $F(G)$ . Амплитуды колебаний  $p_c(t)$  становятся зависимыми от  $\tau$ , т.е. вновь проявляется действие механизма Л. Крокко.

При отсутствии запаздывания ( $\tau = 0$ ) или нейтрализации его действия обеспечение устойчивости рабочего режима горения осуществляется устранением причины образования восходящей ветви характеристики  $F(G)$ , из-за которой образуется предельный цикл. Поскольку ее образование связано с характером монотонности зависимости  $h_T(G)$ , то ослабить интенсивность восходящей ветви  $F(G)$  возможно путем повышения возрастающего по расходу сопротивления в камере сгорания, что может быть достигнуто увеличением вихревых потерь  $h_{вихр.} = k_{вихр.} \cdot G_t^2$  [8] при распыле топлива.

С увеличением значения коэффициента вихревых потерь  $k_{вихр.} \geq 0.01$  (рис.4, в) происходит разрушение предельного цикла, что обеспечивает стационарность сгорания топлива.

**Выводы.** Получены периодические решения, представляющие изменения давления в камере сгорания, когда автоколебания поддерживаются механизмами неустойчивого, возрастающего по расходу подвода напора к потоку, нестационарностью истечения, способствующей образованию энтропийных волн, а также наличием феноменологического запаздывания сгорания. При близко расположенных стационарных режимах образуется единый предельный цикл при параметрах в рассматриваемой модели, соответствующих реальным, приведенным в литературе по ЖРД. Также обоснованы способы снижения амплитуды продольных автоколебаний вибрационного горения в модели ЖРД или их полное подавление.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Раушенбах Б.В. Вибрационное горение. М.: Физматгиз, 1961. – 500с.
2. Натанзон М.С. Неустойчивость горения. – М.: Машиностроение. – 1986. – 247с.
3. Мищенко Е.Ф., Розов Н.Х. Дифференциальные уравнения с малым параметром и релаксационные колебания. М.: Наука, 1975. – 247с.
4. Луиджи Крокко и Чжен Синь-и. Теория неустойчивости горения в жидкостных ракетных двигателях. – М.: Изд-во иностр. литерат., 1958. – 351с.
5. Гоцуленко В.В., Гоцуленко В.Н. Автоколебания вибрационного горения в ЖРД, самовозбуждающиеся из-за феноменологического запаздывания сгорания топлива, и их математическое моделирование// Математическое моделирование. – Днепро-дзержинск: ДГТУ. – 2008. – 1 (18). – С.39-42.
6. Гоцуленко В.В., Гоцуленко В.Н. Математическое моделирование автоколебаний вибрационного горения в ЖРД, обусловленных тепловыделением сгорания// Математическое моделирование. – Днепродзержинск: ДГТУ. – 2006. – 1, 2 (15). – С.44-47.
7. Зельдович Я.Б., Лейпунский О.И., Либрович В.Б. Теория нестационарного горения пороха. М.: Наука, 1975. – 132с.
8. Гоцуленко В.В., Павленко А.М., Басок Б.И. Управление автоколебаниями при вибрационном горении// Промышленная теплотехника. – 2005. – Т. 27. – № 1. – С.9-13.

Днепродзержинский государственный технический университет  
\*Запорожская государственная инженерная академия

## ТЕПЛОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ КАК МЕХАНИЗМ ВОЗБУЖДЕНИЯ АВТОКОЛЕБАНИЙ ТЕПЛОПОДВОДОМ

*Визначено тепловий опір при політропному теплопідводі та встановлено умови утворення нестійкої його спадної гілки при постійній потужності теплового потоку.*

*Определено тепловое сопротивление при политропном теплоподводе и установлены условия образования неустойчивой его нисходящей ветви при постоянной мощности теплового потока.*

*Thermal resistance is determined at polytropic heat supply and conditions of formation of his unstable descending branch are established at constant capacity of a thermal stream.*

**Введение.** Согласно принципу Рэля возбуждение акустических автоколебаний наблюдается, если в системе осуществляется периодический теплоподвод. Причем, если подвод осуществляется в момент наибольшего сжатия, а отвод в момент наибольшего разрежения, то колебания усиливаются. Напротив, если теплота сообщается в момент наибольшего разрежения и отводится в момент наибольшего сжатия, то колебания ослабляются [1].

Аналогично Б.В. Раушенбахом обоснована возможность усиления колебаний переменным сопротивлением, которое будет уменьшаться с увеличением скорости и возрастать при ее снижении, а таким сопротивлением в [1] выбрано тепловое, которое возникает из-за теплоподвода даже в идеальной жидкости.

Однако появление условий периодических как подвода теплоты, так и изменения теплового сопротивления обосновано не было.

В монографии [1] утверждается, что условием неустойчивости стационарного движения является положительность величины потока акустической энергии  $A > 0$ , где

$A = \frac{1}{2} |\delta P| |\delta v| \cos \psi$ . Следует отметить, что известные механизмы возбуждения автоколебаний помпажа [2], феномена Рийке [3], вибрационного горения [4], обусловленные неустойчивым характером изменения напора  $H$  по расходу  $Q$  при его подводе к потоку, определяются необходимым условием  $\frac{dH}{dQ} > 0$ . Причиной образования восходящей

ветви напорной характеристики  $H(Q)$  является наличие нисходящей ветви на зависимости  $h(Q)$  потерь напора обусловленной вязкостью, вихреобразованием в потоке, подводом теплоты и другими явлениями. Если рассеивание энергии имеет место на выходе из колебательного контура, что наблюдается в реактивном сопле, то при выполнении условия  $\frac{dh}{dQ} < 0$ , в камере сгорания образуются энтропийные волны, которые порождают соответствующие автоколебания или увеличивают амплитуду колебаний, возникающих из-за других механизмов их генерирования и поддержания [5]. Механизмы феноменологического запаздывания сгорания топлива и объемной релаксации

также являются эквивалентными условию  $A > 0$ . Таким образом, эквивалентность необходимых условий возбуждения автоколебаний может быть представлена следующей цепочкой эквиваленций:

$$A > 0 \Leftrightarrow \frac{dH}{dQ} > 0 \Leftrightarrow \frac{dh}{dQ} < 0 \Leftrightarrow \cos\psi > 0.$$

**Постановка задачи.** Определение зависимости теплового сопротивления  $h_T(Q)$  при изобарном процессе подвода теплоты. В пневмосистеме (рис.1), в которой осуществляется движение идеального газа и его нагрев от электроспираль, тепловое сопротивление можно определить из уравнения энергии в форме уравнения первого закона термодинамики:

$$q + \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{w_1^2}{2} + u_1 = \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{w_2^2}{2} + u_2 + \Delta h_T, \quad (1)$$

где  $\Delta h_T$  – потери энергии из-за теплового сопротивления.

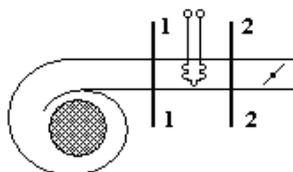


Рисунок 1 – Схема пневмосети, включающей вентилятор

Поскольку для идеального газа при изобарном теплоподводе  $q = c_p(T_2 - T_1)$ , изменение внутренней энергии  $u_2 - u_1 = c_v(T_2 - T_1)$ , то  $q - \Delta u = R(T_2 - T_1)$ , т.к.  $c_p - c_v = R$ . Далее с учетом того, что  $q - \Delta u = \frac{p_2}{\rho_2} - \frac{p_1}{\rho_1}$ , из уравнения (1) следует, что потери энергии из-за теплового сопротивления определяются следующим соотношением:

$$\Delta h_T = \frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2}, \quad (2)$$

а потери давления  $h_T = \rho_1 \Delta h_T$ :

$$h_T = \frac{\rho_1 w_1^2}{2} \left( 1 - \frac{w_2^2}{w_1^2} \right). \quad (3)$$

Воспользовавшись уравнением сплошности (неразрывности)  $\rho_1 w_1 = \rho_2 w_2$  и соотношением между параметрами изобарного процесса  $\frac{T_2}{T_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$ , из зависимости (3) получаем

$$h_T = \frac{\rho_1 w_1^2}{2} \left( 1 - \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^2 \right). \quad (4)$$

В работе [6], рассматривая потери давления как разность полных давлений, была получена зависимость  $h_T(Q)$  для подвода теплоты в политропном процессе

$$h_T = p_1 \left[ 1 - \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{n}{n-1}} \right] + \frac{\rho_1 w_1^2}{2} \left[ 1 - \left( \frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{n-1}} \left( \frac{f_1}{f_2} \right)^2 \right], \quad (5)$$

которая для изобарного теплоподвода при  $f_1 = f_2$  преобразуется в уравнение

$$h_T = \frac{\rho_1 w_1^2}{2} \left( 1 - \frac{T_2}{T_1} \right). \quad (6)$$

Такая же зависимость при  $p = const$  была получена в монографии [1].

Зависимости  $h_T(Q)$  при изобарном теплоподводе, определенные по уравнениям (4) и (6), изображены на рис.2.

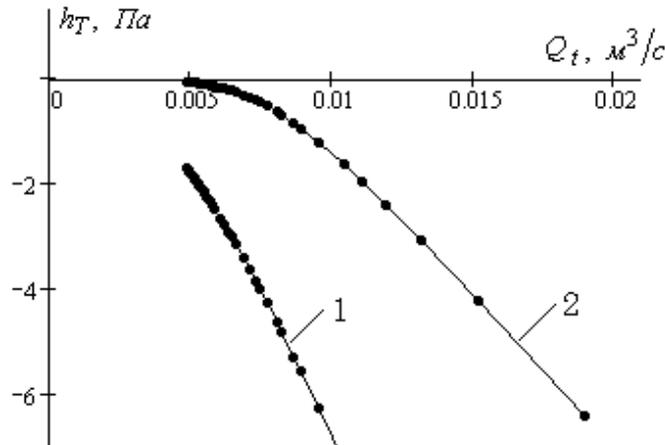


Рисунок 2 – Зависимости  $h_T(Q)$ : 1) – определенная по уравнению (4); 2) – определенная по уравнению (6)

Различия между зависимостями  $h_T(Q)$  обусловлено тем, что в формуле (6) не было учтено изменение внутренней энергии при теплоподводе.

**Результаты работы.** Определение из уравнения энергии зависимости теплового сопротивления при политропном теплоподводе. При политропном подводе теплоты, когда  $q = c_v \frac{n-k}{n-1} (T_2 - T_1)$ , с учетом того, что  $\frac{p_2}{\rho_2} - \frac{p_1}{\rho_1} = R(T_2 - T_1)$  и  $R(T_2 - T_1) = c_v(k-1)(T_2 - T_1)$ , уравнение (1) позволяет определить  $\Delta h_T(Q)$  в таком виде:

$$\Delta h_T(Q) = n \left( \frac{k-1}{1-n} \right) c_v (T_2 - T_1) + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2},$$

откуда

$$h_T(Q, n) = h_T^{(1)}(Q, n) + h_T^{(2)}(Q, n), \quad (7)$$

где  $h_T^{(1)}(Q, n) = n \rho_1 \left( \frac{k-1}{1-n} \right) c_v (T_2 - T_1)$  – статическая составляющая, а

$$h_T^{(2)}(Q, n) = \frac{\rho_1 w_1^2}{2} \left[ 1 - \left( \frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{2}{n-1}} \left( \frac{f_1}{f_2} \right)^2 \right] – динамическая составляющая теплового сопротивления.$$

тивления.

Необходимые параметры для расчета теплового сопротивления  $h_T(Q, n)$  и мощности  $Wэ$  определяются, используя уравнение теплового потока  $Wэ = c_{II} m (T - T_0)$ , где  $c_{II}$  – теплоемкость политропного процесса,  $m$  – массовый расход, а также зависимости  $\frac{T}{T_0} = \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{n-1}$  и  $Q_t = \frac{m}{\rho_t}$ .

Зависимость  $h_T(Q, n)$  при различных значениях показателя политропы  $n$  в трубе Рийке при мощности теплового потока электроспирали  $Wэ = 3 \text{ кВт}$  изображена на рис.3.

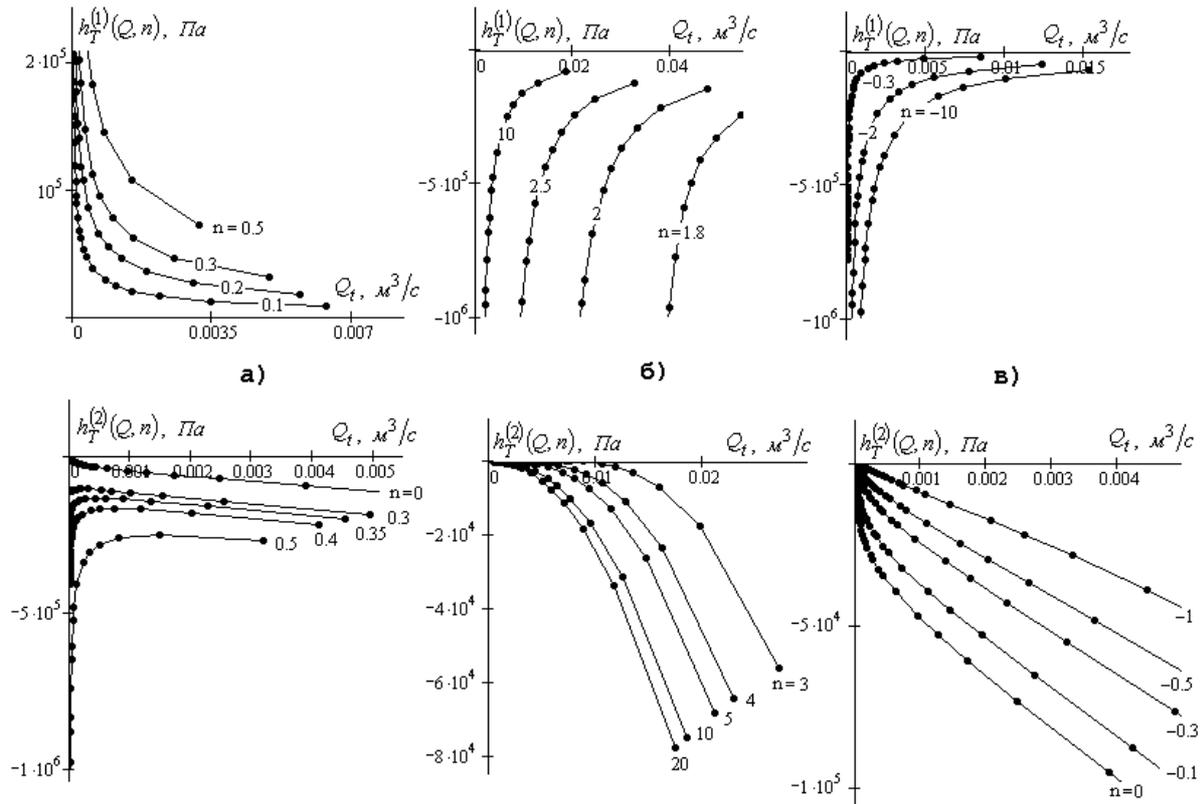


Рисунок 3 – Характер зависимости слагаемых  $h_T(Q, n)$  при различных значениях показателя политропы  $n$

При изобарном процессе теплоподвода с постоянным тепловым потоком, когда показатель политропы  $n = 0$ , статическая составляющая теплового сопротивления равна нулю, а зависимость динамической составляющей имеет монотонно убывающую ветвь по расходу (рис.3, а). Это является причиной образования восходящей ветви на напорной характеристике преобразования теплоты и составляет один из механизмов феномена Рийке [3] и вибрационного горения [4].

Если показатель политропы  $n > 1$  (рис.3, б), рассматриваемые составляющие  $h_T^{(1)}(Q, n)$  являются возрастающими отрицательными, а  $h_T^{(2)}(Q, n)$  по величине также отрицательные, но монотонно убывающие по расходу. Напорная характеристика в этом случае имеет участок монотонного возрастания, что обеспечивает неустойчивость стационарного режима.

При отрицательном показателе политропы  $n < 0$  статическая составляющая является отрицательной монотонно возрастающей, а динамическая имеет неустойчивые нисходящие ветви (рис.3, в). Это при больших расходах образует восходящую ветвь напорной характеристики, что является необходимым условием возбуждения автоколебаний.

В области больших объемных расходов при  $n < 0$  из уравнения политропы  $p = c v^{-n}$  следует, что с увеличением давления  $p$  возрастает удельный объем  $v$ , а из-за этого согласно уравнения состояния повышается температура. Таким образом, реализуется условие принципа Рэля возрастания амплитуды колебаний при теплоподводе.

При сжигании газообразного топлива в трубе Рийке в случае, когда температура дыма изменяется от его расхода, нисходящая ветвь зависимости  $h_T(Q, n)$  образуется: при показателе политропы  $n < 0$  или  $0 \leq n < 1$ , когда зависимость  $T(Q)$  является возрастающей, или при  $n > 1$ , когда  $T(Q)$  – монотонно убывающая функция [7].

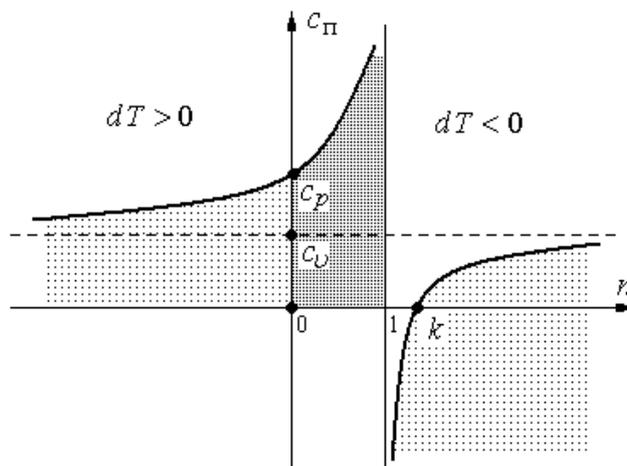


Рисунок 4 – Области политропных процессов  $n < 0$  и  $0 \leq n < 1$  при  $dT > 0$  и область  $n > 1$  при  $dT < 0$ , в которых зависимость  $h_T(Q, n)$  имеет нисходящую ветвь

Области, в которых образуются нисходящие ветви зависимости  $h_T(Q, n)$  теплового сопротивления при разном характере изменения температуры  $dT$  [7], выделены штриховками на рис.4, определяющем изменение теплоемкости  $c_{II} = f(n)$  [8] политропного процесса.

**Выводы.** Используя уравнение энергии в форме первого закона термодинамики, для потока получена зависимость определения теплового сопротивления  $h_T(Q, n)$  в политропном процессе. Составляющие этой зависимости позволили установить области образования неустойчивой восходящей ветви напорной характеристики преобразования теплоты, которая является необходимым условием возбуждения автоколебаний при теплоподводе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Раушенбах Б.В. Вибрационное горение. М.: Физматгиз, 1961. – 500с.
2. Казакевич В.В. Автоколебания (помпаж) в компрессорах. – М.: Машиностроение, 1974. – 264с.

3. Gotsulenko V.V. Special Modes of the Rijke Phenomenon// Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2005. – Volume 78. – Number 2. – P.375-379.
4. Гоцуленко В.В. Математическое моделирование снижения амплитуд колебаний вибрационного горения в крупных промышленных агрегатах// РАН: Математическое моделирование. – 2005. – Т. 17. – № 11. – С.16-24.
5. Гоцуленко В.В., Гоцуленко В.Н. Возрастание амплитуды колебаний, порождающих энтропийные волны в процессе сгорания топлива в ЖРД// 6-й Минский международный форум по тепло- и массообмену: Тез. докл. и сообщ. – Минск. – 2008. – Т 1. – С.320 -321.
6. Гоцуленко В.В. Об аналогии нестационарных режимов воздухонагревателя доменной печи (каупера) и трубы Рийке// Днепропетровск: Системные технологии. – 1999. – № 8. – С.24-26.
7. Gotsulenko V.V. On the problem of control of relaxation oscillations of a “singing” flame// Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2007. – Volume 80. – Number 3. – P.563-569.
8. Вукалович М.П., Новиков И.И. Техническая термодинамика. М.: Энергия, 1968. – 496с.

УДК 532.542

КОШЛАК А.В., аспирантка

Днепродзержинский государственный технический университет

### **ДИНАМИКА ФОРМИРОВАНИЯ ПОРИСТОЙ СТРУКТУРЫ**

*У статті наводиться математична модель рівноважного стану пористої структури у момент її формування. Отримано залежності, що дозволяють управляти цим процесом.*

*В статье приводится математическая модель равновесного состояния пористой структуры в момент ее формирования. Получены зависимости, позволяющие управлять этим процессом.*

*In the article the mathematical model of the state of porous structure is presented in the moment of its forming. Aallowing to manage this process, are got.*

**Введение.** Согласно разработанным технологиям получения нового пористого материала [1,2] процесс порообразования реализуется путем испарения воды при нагреве гелеобразной смеси в термокамере. Продолжительность нагрева и плотность теплового потока определяют интенсивность испарения и количество выделившегося пара.

Сложность наблюдаемых явлений, а также их понимание, вызывают наибольший интерес, так как путем изучения кинетики фазовых переходов можно создать теоретическую базу для разработки новых высокоинтенсивных технологий в различных областях промышленности, в частности технологию производства мелкопористых теплоизоляционных материалов. И поскольку средний размер пор, пористость в основном и определяют теплопроводность и прочность материала, можно предположить, что, варьируя термическими режимами обработки сырьевого материала и рецептурным составом смеси, можно прогнозировать изменение теплофизических свойств полученной теплоизоляции.

**Постановка задачи.** На основании результатов исследований разработать математическую модель равновесного состояния пористой структуры в момент ее формирования.

**Результаты работы.** В качестве динамической характеристики, определяющей направленность изменений размеров паровой поры, примем разность напряжений, вызванных давлением в паровой области и сопротивлением граничной поверхности поры.

Уравнение Релея–Плессета характеризует динамику роста или уменьшения парового пузырька. Запишем уравнение в следующем виде:

$$\frac{dw}{d\tau} = -\frac{1,5\rho w^2 + P_z - P_n(T)}{\rho_z R} = -\frac{1,5\rho w^2}{\rho_z R} + \frac{P_n(T) - P_z}{\rho_z R}. \quad (1)$$

После преобразований получим:

$$\frac{dw}{w^2 - \frac{P_n(T) - P_z}{1,5\rho}} = \frac{1,5\rho d\tau}{\rho_z R}, \quad (2)$$

где  $\frac{P_n(T) - P_z}{1,5\rho} = b$ ;  $w$  – скорость роста парового пузырька;  $\tau$  – время роста пузырька;  $\rho$  – плотность;  $P_n$  – давление внутри паровой полости;  $P_z$  – давление в окружающей жидкости;  $T$  – температура;  $R$  – радиус парового пузырька.

Увеличение, уменьшение или стабилизация размеров пузырька могут быть представлены соответственно тремя случаями:

$$\begin{cases} b > 0, & \frac{\sqrt{1,5\rho}}{2\sqrt{P_n(T) - P}} \ln \left| \frac{w - \sqrt{b}}{w + \sqrt{b}} \right| = -\frac{1,5\rho\tau}{\rho_z R} + C, \\ b < 0, & \frac{1}{\sqrt{b}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1}{b}} w = -\frac{1,5\rho\tau}{\rho_z R} + C, \\ b = 0, & \frac{1}{w} = -\frac{1,5\rho\tau}{\rho_z R} + C. \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} C = \frac{1}{2\sqrt{b}} \ln \left| \frac{w_o - \sqrt{b}}{w_o + \sqrt{b}} \right|; & b > 0, \\ C = \frac{1}{\sqrt{b}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1}{b}} w_o; & b < 0, \\ C = -\frac{1}{w_o}; & b = 0. \end{cases} \quad (4)$$

При  $P_n(T) - P > 0$  паровой пузырек увеличивается,  $P_n(T) - P < 0$  – уменьшается; в случае  $P_n(T) - P = 0$  его размер стабилизирован.  $P_n(T)$  зависит от величины внешнего теплового потока (температуры). Следовательно, процесс порообразования может быть управляем.

Преобразуем систему уравнений (3) к виду

$$\begin{cases} \ln \left| \frac{w - \sqrt{b}}{w + \sqrt{b}} \right| = \left( -\frac{1,5\rho\tau}{\rho_2 R} + C \right) 2\sqrt{b}, & b > 0; \\ \operatorname{arctg} \sqrt{\left| \frac{1}{b} \right|} w = \left( -\frac{1,5\rho\tau}{\rho_2 R} + C \right) 2\sqrt{b}, & b < 0; \\ w = \frac{\rho_2 R}{1,5\rho\tau - \rho_2 RC}, & b = 0. \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \frac{w - \sqrt{b}}{w + \sqrt{b}} = \exp 2\sqrt{b} \left( C - \frac{1,5\rho\tau}{\rho_2 R} \right), & b > 0; \\ w = \sqrt{|b|} \operatorname{tg} \sqrt{|b|} \left( C - \frac{1,5\rho\tau}{\rho_2 R} \right), & b < 0; \\ w = \frac{\rho_2 R}{1,5\rho\tau - \rho_2 RC}, & b = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Обозначим 
$$k(\tau) = \exp 2\sqrt{b} \left( C - \frac{1,5\rho\tau}{\rho_2 R} \right); \quad (6)$$

$$w - \sqrt{b} = (w + \sqrt{b})k(\tau); \quad w(1 - k(\tau)) = \sqrt{b}(1 + k(\tau)) \quad (7)$$

$$w = \sqrt{b} \frac{1 + k(\tau)}{1 - k(\tau)}. \quad (8)$$

Таким образом, скорость изменения размеров парового пузырька может быть определена по уравнениям:

$$w(\tau) = \begin{cases} \sqrt{b} \frac{1 + k(\tau)}{1 - k(\tau)}, & b > 0, \\ \sqrt{|b|} \operatorname{tg} \sqrt{|b|} \left( C - \frac{1,5\rho\tau}{\rho_2 R} \right), & b < 0, \\ b = 0, & \frac{\rho_2 R}{1,5\rho\tau - \rho_2 RC}; \quad b = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Рассмотрим последний случай, когда  $P_n(T) - P_2 = 0$ , учитывая, что

$$w = \frac{w_0 \rho_2 R}{1,5\rho w_0 \tau - \rho_2 R}. \quad (10)$$

Когда разность давлений  $P_n(T) - P_2$  становится небольшой, скорость граничной поверхности, вычисленная по первому уравнению, приближается к начальному значению, в частном случае – к нулю. Если  $w_0 \neq 0$ , последнее выражение теряет физический смысл, поскольку для этого случая  $w = 0$ .

Уравнение (10) можно записать в виде

$$\frac{dR}{d\tau} = \frac{w_0 \rho_2 R}{1,5\rho w_0 \tau - \rho_2 R}.$$

Тогда после интегрирования, получим

$$R(\tau) = \frac{R_o}{1,5} \ln |1,5w_o\tau + \rho_z R_o|. \quad (11)$$

Последнее выражение позволяет определить продолжительность процесса вспучивания до достижения определенных размеров поры.

**Выводы.** Анализ литературных данных [3], посвященных исследованиям развития парового пузырька (поры) при нагреве, показал, что подробную и достоверную информацию о закономерностях протекания тепломассообменных процессов и о роли различных факторов в этих процессах можно получить, только совмещая методы физического и математического моделирования изучаемых явлений.

Предложенные уравнения математической модели динамики паровой фазы, возникающей и развивающейся в объеме гелеобразной сырьевой массы при нагреве, дают возможность детально изучить данные процессы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кошлак А.В., Павленко А.М. Сировинна суміш для пористого матеріалу/ Патент України № 25862. Бюл. №13, 2007.
2. Кошлак А.В., Павленко А.М. Спосіб одержання пористого теплоізоляційного матеріалу/ Патент України № 25527. Бюл. №12, 2007.
3. Братута Э.Г., Кошлак А.В. Моделирование процесса производства материала с прогнозируемой теплопроводностью/ Харьков: Вестник Национального технического университета «ХПИ». – 2008. – № 47. – С.109-116.