# РОЗДІЛ «ЕЛЕКТРОМЕХАНІКА. ЕЛЕКТРОТЕХНІКА»

УДК 621.313.322

ХОМЕНКО В.І., аспірант НІЗІМОВ В.Б., д.т.н., професор

Дніпродзержинський державний технічний університет

# КЕРУВАННЯ КОНТУРОМ ЗБУДЖЕННЯ СИНХРОННОГО ГЕНЕРАТОРА ПРИ РІЗКО ЗМІННОМУ НАВАНТАЖЕННІ

**Вступ.** Сучасні системи електропостачання мають високий ступінь надійності за наявності резервування елементів, застосування засобів релейного захисту і швидкодіючої автоматики, що робить втрату електроживлення споживачів малоймовірною.

Однак, у випадках природних катастроф і стихійних лих перерви електроживлення можуть спричинити тривалі порушення технологічних процесів, великі матеріальні втрати, а в ряді випадків – пожежі і вибухи, що може призвести до людських жертв і значного народногосподарського збитку [1].

В цих умовах для живлення відповідальних електроприводів механізмів, наприклад, шахтних вентиляторів, водонасосних станцій можуть застосовуватись мобільні автономні генеруючі установки (АГУ). Однак, кількість цих установок, як правило, недостатня і, крім того, для їх транспортування до місця аварії необхідний певний час.

Створення джерел електроживлення, що оперативно формуються, для промислових і побутових потреб дозволяє мінімізувати негативні наслідки природних катастроф і стихійних лих. Як автономне джерело енергії може бути застосований будь-який тип електричної машини.

Для джерел електроживлення на базі машин постійного струму стримуючими факторами є різна інерційність каналів керування (обмотка збудження) і збурення (якірне коло), а також необхідність застосування спеціальних модулів зв'язку між напругами постійного та змінного струмів. Застосування асинхронних двигунів (АД) потребує джерел ємнісного струму, крім того, дані двигуни мають незначну перевантажувальну спроможність.

Застосування синхронних двигунів (СД) в якості мобільних джерел електроенергії вимагає розробки нових технічних рішень, що дозволяють компенсувати інерційність контуру збудження. Для підвищення ефективності керування контуром збудження синхронного генератора (СГ) запропоновано систему збудження з ємнісною компенсацією інерційності контуру збудження. При цьому повинні бути досягнуті безвідмовність роботи в екстремальних умовах і простота реалізації, а також можливість якомога швидшого запуску генеруючої установки [1, 2].

Встановлення закономірностей і залежностей впливу ємнісних накопичувачів енергії (ЄНЕ) на режими роботи СМ і на цій основі створення нових систем керування АГУ, які забезпечують надійне електроживлення відповідальних споживачів як промислового, так і комунального сектору, є актуальною задачею.

**Постановка задачі.** Дослідження режимів керування контуром збудження для стабілізації вихідної напруги синхронного генератора автономної генеруючої установки при живленні електроспоживачів з різко змінним навантаженням.

**Результати роботи.** Проаналізовано режими збудження автономної генеруючої установки на базі СМ при підключенні споживачів співставної потужності за допомогою розробленої системи керування з релейним регулятором та ємнісним накопичувачем енергії в контурі збудження.

Створення джерел аварійного електроживлення, що оперативно формуються,

(ДАЕФ) для сільськогосподарських, комунальних та промислових підприємств полягає в забезпеченні умов для підвищення надійності роботи народногосподарських об'єктів в ситуаціях, пов'язаних з системним порушенням електропостачання. Застосування серійних мобільних автономних джерел резервного електроживлення на базі транспортних засобів [1, 3], наприклад, ПАЕС-2500, ЕСД, АСДА у випадку виникнення надзвичайної ситуації може виявитись недостатнім для забезпечення електропостачання через незначну кількість одиниць автономних джерел для територіально розосереджених електроспоживачів [2, 3].

Не дивлячись на досконалість сучасних системи збудження мобільних АГУ, наявність потужних демпферних контурів і інерційність обмотки збудження не дозволяють стабілізувати напругу СГ через аперіодичне запізнення струму збудження.

Створення джерел аварійного живлення можливе при належному врахуванні особливостей споживачів в умовах стихійних лих і катастроф. Для таких споживачів найчастіше характерна потужність 100...150 кВт та вища, коли їх сумарна потужність співмірна з потужністю генеруючої установки (табл.1), що дозволяє реалізувати ремонтно-відновлювальні роботи, освітленість, електроживлення насосів подачі води, перекачування хімічних рідин, систем вентиляції та ін. В табл.1 наведено технічні характеристики електроспоживачів значної потужності при аварійних умовах живлення за даними компанії «Вент Заводы» (м. Київ) за 2015 р. [4].

Тип споживача	Подача, м <sup>3</sup> /год	Напір, м	Потужність, кВт	Частота обертання, об./хв.
Насос X 150-125-400 з ел. двигуном 5AM 280 S4 110 кВт	200	50	110	1450
Насос X 150-125-400 з ел. двигуном AB 280 S4 110 кВт	200	50	110	1450
Насос 1Х 250-200-500а з ел. двигуном AB 280 M4 132 кВт	450	63	132	1450
Насос X 100-65-315 з ел. двигуном 5AM 315 S2 160 кВт	100	125	160	2900
Насос 1Х 250-200-500 з ел. двигуном ВАО2-280 L4 200 кВт	500	80	200	1450
Насос 1Х 250-200-500а з ел. двигуном 5АИ 355 S4 250 кВт	450	63	250	1450
Насос 1Х 250-200-500 з ел. двигуном ВАО2-315 L4 315 кВт	500	80	315	1450
Hacoc 2CM 250-200-400/4a (132,0/1500)	760	42,5	132,0	1500
Hacoc 2CM 200-150-500/4 (160,0/1500)	400	80	160,0	1500
Тепловентилятор КЭВ-90Т20Е	6000	-	87,5	1350
Тепловентилятор КЭВ-100Т20Е	6000	-	100	1350

Таблиця 1 – Силові споживачі потужністю 100 і більше кВт

Аналіз даних табл.1 показує, що в якості електроспоживачів є АД, характерною рисою яких є значні пускові струми (5…7)І<sub>н.</sub>, що призводить до значної посадки напруги.

В таких умовах існуючі системи збудження мобільних АГУ не забезпечують стабілізації вихідної напруги через інерційність контуру збудження та наявність потуж-

#### Електромеханіка. Електротехніка

них демпферних контурів при підключенні електроспоживачів з різко змінним навантаженням.

Для аналізу впливу ЄНЕ на режим стабілізації вихідної напруги СГ запишемо рівняння електричної рівноваги напруг для контурів у вигляді [5]:

$$u_{d} = -r_{l}i_{d} + p\psi_{d} - \psi_{q}\omega;$$

$$u_{q} = -r_{l}i_{q} + p\psi_{q} + \psi_{d}\omega;$$

$$u_{f} = r_{f}i_{f} + p\psi_{f} + \frac{1}{p}x_{c}i_{f};$$

$$u_{kd} = r_{kd}i_{kd} + p\psi_{kd};$$

$$u_{kq} = r_{kq}i_{kq} + p\psi_{kq}.$$
(1)

де  $u_d, u_q, u_{kd}, u_{kq}, u_f$  – складові напруги по відповідних осях і напруга збудження;  $\psi_d, \psi_q, \psi_f, \psi_{kd}, \psi_{kq}$  – потокозчеплення власних контурів;  $i_d, i_q, i_f, i_{kd}, i_{kq}$  – струми контурів;  $r_1, r_f, r_{kd}, r_{kq}$  – активні опори статора, обмотки збудження і демпферних контурів по осях d, q;  $\omega$  – кутова швидкість ротора.

Рівняння потокозчеплень контурів та механічної рівноваги:

$$\begin{split} \psi_{d} &= x_{ad} \left( -i_{d} + i_{f} + i_{kd} \right) - x_{\sigma} i_{d}; \\ \psi_{q} &= x_{aq} \left( -i_{q} + i_{kq} \right) - x_{\sigma} i_{q}; \\ \psi_{f} &= x_{ad} \left( -i_{d} + i_{f} + i_{kd} \right) - x_{\sigma} f^{i} f; \\ \psi_{kd} &= x_{ad} \left( -i_{d} + i_{f} + i_{kd} \right) - x_{\sigma} k_{d} i_{kd}; \\ \psi_{kq} &= x_{aq} \left( -i_{q} + i_{kq} \right) - x_{\sigma} k_{q} i_{kq}. \end{split}$$

$$\begin{aligned} & M = \psi_{d} i_{q} - \psi_{q} i_{d}, \end{aligned}$$

$$\end{split}$$

де  $x_{ad}, x_{aq}$  – опори взаємної індукції по поздовжній і поперечній осях;  $x_{\sigma}, x_{\sigma f}, x_{\sigma kd}, x_{\sigma kq}$  – індуктивні опори розсіювання відповідних контурів.

Рівняння електричної рівноваги напруг контурів СГ після підстановки відповідних потокозчеплень (2) мають вигляд:

$$u_{d} = -r_{l}i_{d} + p\psi_{\delta d} - x_{\sigma}pi_{d} - \psi_{q}\omega;$$

$$u_{q} = -r_{l}i_{q} + p\psi_{\delta q} - x_{\sigma}pi_{q} + \psi_{d}\omega;$$

$$u_{f} = r_{f}i_{f} + p\psi_{\delta d} - x_{\sigma f}pi_{f} + \frac{1}{p}x_{c}i_{f};$$

$$u_{kd} = r_{kd}i_{kd} + p\psi_{\delta d} - x_{\sigma kd}pi_{kd};$$

$$u_{kq} = r_{kq}i_{kq} + p\psi_{\delta q} - x_{\sigma kq}pi_{kq}.$$
(3)

На підставі системи рівнянь (2), (3) розроблено структурну схему керування контуром збудження синхронної машини з релейним регулюванням та з ЄНЕ, яку наведено на рис.1.

В структурній схемі передбачено два канали стабілізації напруги:

перший канал – включає зворотний негативний зв'язок за напругою та позитивний зв'язок за струмом статора, які впливають на напругу збудження. Цей канал стабілізує напругу генератора при малих збуреннях;

другий канал – стабілізації напруги СГ при великих збуреннях, керування яким здійснюється за похідною кута навантаження та релейним регулятором, що забезпечує ємнісну компенсацію інерційності контуру збудження.



Рисунок 1 – Структурна схема системи керування з релейним регулятором та ємнісним накопичувачем енергії в контурі збудження СМ

Для оцінки впливу ємнісного накопичувача енергії на швидкодію наростання струму збудження і<sub>f</sub> генеруючої установки електроживлення виконано розрахунки з використанням розробленої моделі (рис.1).

На рис.2, 3 наведено розрахункові залежності вихідної напруги СГ з початковим збудженням  $U_f = 22$  В при вмиканні навантаження і ємності накопичувача енергії C = 100 мкФ.

Аналіз перехідних процесів показує, що час стабілізації вихідної напруги СМ без ЄНЕ складає t  $\approx$  0,6 c, а з ЄНЕ t  $\approx$  0,2 c. Напруга в контурі збудження синхронного

генератора з використанням компенсуючого пристрою зростає майже миттєво в порівнянні з некомпенсованим контуром. Таким чином при одній і тій самій кратності максимальної напруги збудження швидкодія пристрою, що досліджується, в режимі форсування в три рази вища, ніж без ЄНЕ.



Рисунок 2 – Розрахункові залежності режиму форсування струму збудження СГ без ємнісної компенсації інерційності контуру збудження при накиданні значного навантаження



Рисунок 4 – Осцилограми підключення на виводи генератора співставного навантаження

Рисунок 2 – Розрахункові залежності режиму форсування струму збудження СГ з ємнісною компенсацією інерційності контуру збудження при накиданні значного навантаження

При підключенні до синхронного генератора трифазного асинхронного двигуна співставної потужності працює контур стабілізації напруги збудження (рис.4).

На рис.4 позначено:  $U_r$  – лінійна напруга на затискачах статора;  $i_a$  – струм фази статора;  $i_f$  – струм в обмотці збудження;  $i_{UZ}$  – струм збуджувача;  $U_{UZ}$  – напруга збуджувача.

Аналіз наведеної осцилограми показує, що при вмиканні співставного навантаження на затискачі генератора вихідна напруга понизилась не більше, ніж на 4,5%.

При значних навантаженнях на СГ вмикається релейний регулятор та вводиться ємність в контур збудження

для компенсації інерційності, оскільки швидкість стабілізації напруги забезпечується інтенсивністю наростання струму збудження і<sub>f</sub>.

На рис.5, 6 наведено осцилограми режимів форсування і гасіння поля СМ в серійних тиристорних збуджувачах і в розробленому пристрої.



Рисунок 5 – Осцилограма режимів форсування збудження та гасіння поля СМ у існуючих збуджувачів



Рисунок 6 – Осцилограма режимів форсування збудження та гасіння поля СМ у розробленій схемі

Аналіз наведених осцилограм показує, що швидкодія режимів управління контуром збудження при форсуванні та гасінні магнітного поля значно вища в розробленій системі у порівнянні з існуючими системами.

Висновки. Розрахунками та експериментальними дослідженнями доведено, що інерційність контуру збудження СГ в сучасних системах не дозволяє ефективно підтримувати напругу статора при вмиканні споживачів з різко змінним навантаженням. Застосування ємнісного накопичувача енергії та релейного регулятора забезпечує більш швидку стабілізацію вихідної напруги при підключенні споживачів значної потужності.

#### ЛІТЕРАТУРА

- Рыков Г.Ю. Рациональная структура генерирующей части формируемых источников аварийного электроснабжения / Г.Ю.Рыков, А.И.Гладырь // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету. – Кременчук: КДПУ. – 2006. – Випуск 4. Частина 1. – С.99-101.
- 2. Комаров Д.Т. Резервные источники электроснабжения сельскохозяйственных потребителей / Д.Т.Комаров, Н.Ф.Молоснов. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 88с.
- Артамонов В.В. К вопросу создания формируемых источников аварийного электропитания / В.В.Артамонов, В.Е.Маслов, Д.И.Родькин // Проблемы создания новых машин и технологий: научные труды КГПУ. – Кременчук: КГПУ. – 2001. – Выпуск 1(10). – С.114-120.
- 4. Електронний каталог прайс-листів електротехнічного обладнання компанії «Вент Заводи» [Електронний ресурс]. 2015. Режим доступу: http://www.v-z.com.ua.
- 5. Хоменко В.І. Дослідження автономної генеруючої установки формуючого джерела електроенергії / В.І.Хоменко, В.Б.Нізімов // Енергетика та енергоресурсозбереження. Кременчук, КДУ. 2010. №3. С.117-119.

Надійшла до редколегії 22.02.2016.

УДК 621.311.1:669.187.5

ХМЕЛЬНИЦЬКИЙ Є.Д., к.т.н., доцент КЛЮЄВ О.В., к.т.н., доцент БАРАНОВА Д.О., студентка

Дніпродзержинський державний технічний університет

# ІМОВІРНІСНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЕЛЕКТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ АГРЕГАТУ «ПІЧ-КІВШ» ТА ЇХ ВИКОРИСТАННЯ ДЛЯ КЕРУВАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИМ ПРОЦЕСОМ

Вступ. Аналіз робіт щодо використання статистичних характеристик нестаціонарних режимів електротермічних установок показує, що для реалізації керування в ході плавлення за статистичними критеріями у реальному масштабі часу до останніх років не було суттєвих передумов через обмеження можливостей за швидкодією і обсягами вимірювань параметрів релейно-контакторною автоматикою.

Перехід до створення систем автоматичного керування (САК) з ЕОМ відкрив широкі перспективи для подальшого розвитку і впровадження у практику статистичних показників, що у значній мірі підвищує ефективність використання електропічних агрегатів і робить більш оправданим використання самої обчислювальної техніки з точки зору наданих нею можливостей контролю і управління значно великим числом параметрів і, відповідно, більш успішної оптимізації і адаптації управляючих алгоритмів.

Значне місце в цих алгоритмах повинно бути приділено насамперед тим питанням, без яких саме управління за статистичними характеристиками може бути малоефективним. Це питання визначення законів розподілу, що застосовуються при формуванні статистичних показників управління, випадкових коливань, наприклад, струму, а також питання перевірки стаціонарності процесу на інформативних ділянках вибірок.

Використання статистичних критеріїв поза рядом інформаційних показників технологічного процесу пояснюється простими міркуваннями: зміна будь-якого з параметрів чи групи параметрів визиває зміну більшості електричних і технологічних параметрів установок. Іншими словами, імовірнісна природа поведінки дугової електротермічної установки вимагає відповідно і стохастичного управління, яке здійснюється САК з ЕОМ.

У якості об'єкта дослідження взято підстанцію ФКУ-35 металургійного комбінату, що живить напругою 35 кВ агрегат «піч-ківш» (ПК) конвертерного цеху, де встановлено статичні тиристорні компенсатори з керованими реакторами типу TCR; керування здійснюється тиристорними ключами за рахунок зміни кута відкривання вентилів. Подавлення вищих гармонік виконують силові резонансні фільтри 3-ї та 5-ї гармонік. Повна характеристика підстанції наведена в [5].

Постановка задачі. Метою досліджень, котрі проводились за період з березня по серпень 2014 р., є визначення статистичних характеристик агрегату «піч-ківш» у режимі нормальної експлуатації. У якості параметрів обрані: струм навантаження агрегату ПК, лінійні напруги на шинах 35 кВ і струми фільтрів 3-ї та 5-ї гармонік.

*Вихідні експериментальні параметри*. У табл.1 наведено матрицю A1 вихідних даних, зареєстрованих за період дослідження.

У стовпчиках указано:

- 1 3 струми навантажень фаз керованого реактора, А;
- 4 6 лінійні напруги, відповідно U<sub>AB</sub>, U<sub>BC</sub>, U<sub>CA</sub>;
- 7 струм І<sub>А</sub> фільтра 3-ї гармоніки;
- 8 струм І<sub>А</sub> фільтра 5-ї гармоніки.

No	1	2	3	4	5	6	7	8
1	276	279	281	35.15	35.35	35.0	326	150
2	276	280	281	35.25	35.5	35.3	328	151
3	275	272	284	35.35	35.55	35.3	327	151
350	271	273	277	35.1	35.3	35.1	321	148
351	270	274	278	35.05	35.2	35.1	320	149
352	273	275	281	35.2	35.4	35.15	323	149

Таблиця 1 – Вибірка із загального масиву експериментальних даних за період вимірювань

Матриця А1 вихідних даних була перегрупована: масив значень за 352 доби згруповано по «чотири», у результаті чого отримано 88 середньодобових блоків параметрів, що досліджувались. Результати розрахунків наведено в табл.2 (матриця А).

Таблиця 2 – Вибірка із масиву середньодобових параметрів

No	1	2	3	4	5	6	7	8
1	275.75	277	281.75	35.263	35.475	35.225	327	150.75
2	207.5	209.5	207.75	35.163	35.338	35.15	326.5	151
3	277.5	282	284.5	35.475	35.575	35.338	328.5	151
86	270.75	275.5	276.5	35.012	35.13	35.038	322.2	148.75
87	271.75	276	279	35.075	35.212	35.075	322.5	149
88	270.25	273	277.5	34.925	35.125	34.988	320.5	149.25

Примітка: нумерація стовпців відповідає позначенням табл.1.

За результатами первинної обробки даних отримано статистичні значення параметрів. Математичні очікування усіх змінних (згідно з нумерацією стовпців), А:

M=(260.216 263.957 267.185 35.283 35.427 35.298 325.875 150.188).

Середнє квадратичне відхилення усіх змінних, А:

 $\sigma = (26.125 \ 26.187 \ 25.842 \ 0.23 \ 0.239 \ 0.233 \ 3.87 \ 1.394).$ 

Більш поглиблений аналіз статистичної інформації передбачає розрахунок значень коефіцієнтів несиметрії струмів і напруг з послідовним визначенням законів розподілу цих величин.

**Результати роботи.** Несиметричні режими електричного навантаження найбільше проявляються при роботі дугових сталеплавильних печей. У відповідності до діючих правил побудови електроустановок ці мережі працюють з ізольованою нейтраллю. При роботі печей унаслідок коливань електричного навантаження діючі значення струмів у будь-який момент часу утворюють несиметричну систему. Несиметрія струмів посилюється різницею уставок регуляторів струму.

Несиметрична трифазна система струмів  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$  може бути розкладена на симетричні складові струмів прямої, зворотної і нульової послідовності:  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_0$ .

Несиметрія трифазних струмів характеризується коефіцієнтом несиметрії, що визначається як відношення модуля складової зворотної послідовності до модуля складової прямої послідовності:

$$a = I_2 / I_1. \tag{1}$$

#### Електромеханіка. Електротехніка

У теперішній час практично усі електротермічні установки будуються з непровідною подиною і працюють без нульового проводу. Таким чином первинні та вторинні кола агрегату ПК є також трипровідними без нульового проводу, а нульова складова у вказаних мережах відсутня ( $I_0=0$ ). Тому можна записати:

$$\underbrace{I}_{1} = \frac{1}{3} \left( \underline{I}_{A} + a \underline{I}_{B} + a^{2} \underline{I}_{C} \right);$$

$$\underbrace{I}_{2} = \frac{1}{3} \left( \underline{I}_{A} + a^{2} \underline{I}_{B} + a \underline{I}_{C} \right)$$
(2)

де  $a = e^{j120^{\circ}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} - фазовий оператор.$ 

Для вводу і обробки даних на цифрових ЕОМ безперервні процеси зміни струмів надавалися у вигляді дискретних послідовностей синхронних «трійок» ординат з обсягом вибірки

$$n = T / \Delta t_{\kappa}$$
,

де T – тривалість реалізації;  $\Delta t_{K}$  – крок дискретизації (квантування).

При аналізі несиметричних режимів коефіцієнт несиметрії струмів a доцільно розраховувати безпосередньо через модулі (діюче значення) струмів фаз  $I_A$ ,  $I_B$  і  $I_C$ , які в умовах експлуатації можуть бути виміряні за допомогою спеціального фіксуючого пристрою або визначені за синхронним записом діючих значень струмів на багатоканальному самописному пристрої. У нашому випадку вимірювання виконувались електронно-цифровою системою реєстрації даних.

Формула для визначення коефіцієнта несиметрії через діюче значення струмів має вигляд [3]:

$$a = \frac{I_2}{I_1} = \sqrt{\frac{I_A^2 + I_B^2 + I_C^2 - 4F\sqrt{3}}{I_A^2 + I_B^2 + I_C^2 + 4F\sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{I_A^2 + I_B^2 + I_C^2 - 4F\sqrt{3}p(p - I_A)(p - I_B)(p - I_C)}{I_A^2 + I_B^2 + I_C^2 + 4F\sqrt{3}p(p - I_A)(p - I_B)(p - I_C)}},$$
 (3)

де  $F = \sqrt{p(p - I_A)(p - I_B)(p - I_C)}; \quad p = (I_A + I_B + I_C)/2.$ 

Коливання струмів окремих фаз є процесами випадковими, тому коефіцієнт несиметрії струмів змінюється у часі також випадковим чином і вимагає для аналізу використання статистичних методів. Алгоритм за виразом (3) використано при статистичному аналізі несиметричних режимів струмів ряду електротермічних установок.

Коефіцієнт несиметрії струму розраховується щодобово. Значення коефіцієнта несиметрії струму у відсотках, розраховані за формулою (3), наведено нижче за інтервалами розбиття:

$\alpha^{\%}_{*} =$	1	2	3	4	 85	86	87	88
ωŢ	1.318	0.605	1.454	1.74	 1.293	1.525	0.821	1.547

Математичне очікування коефіцієнта несиметрії (%)

$$M_{\sigma l} = 1,738.$$

Середнє квадратичне відхилення коефіцієнта несиметрії струму (%)

$$\sigma_{\sigma I} = 1,019$$

Для визначення закону розподілу випадкової величини коефіцієнта несиметрії струмів побудовано гістограму розподілу коефіцієнта несиметрії струмів і виконано розрахунок функції щільності розподілу.



Аналізуючи характер технологічного процесу агрегату «піч-ківш» можна припустити, що найбільш доцільно використовувати для математичного опису (з урахуванням виду гістограми, рис.1) логарифмічно нормальний розподіл.

Функція щільності двопараметричного логарифмічно нормального розподілу має вигляд:

$$f(\alpha_i) = \frac{A}{\alpha_i \cdot \sigma_z \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(z-M_z)^2}{2\sigma_z^2}},$$
(4)

де  $z = \lg \alpha_i$ .

Визначивши параметри методом найменших квадратів, отримаємо  $M_z = 0,255\%$  і  $\sigma_z = 0,071\%$ , тоді функція розподілу запишеться як

$$f(\alpha_i) = \frac{A}{\alpha_i \cdot 0,071 \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(z-0,255)^2}{2\sigma_z^2}}.$$
 (5)



Рисунок 2 – Статистична функція щільності коефіцієнта несиметрії струмів, апроксимована логарифмічно нормальним розподілом

Результати апроксимації статистичної функції щільності наведено на рис.2.

Випадковий процес зміни коефіцієнта несиметрії струмів за період вимірювання наведено нижче (рис.3).

Дослідження питання щодо наявності стохастичного зв'язку з іншими електричними параметрами буде виконано далі.

Несиметрія напруг при роботі агрегату «піч-ківш». У трипровідній мережі 35 кВ з ізольованою нейтраллю напруга нульової послідовності



Рисунок 3 – Графік зміни коефіцієнта несиметрії струмів за період дослідження

відсутня, і вектори фазних напруг утворюють у комплексній площині замкнений трикутник (рис.4).



Рисунок 4 – Векторна діаграма фазних і лінійних напруг в мережах з ізольованою нейтраллю

Застосувавши методику, викладену раніше до трикутника лінійних напруг *ABC*, для модуля напруги зворотної послідовності отримаємо вираз

$$U_{2} = \left| \underline{U}_{2} \right| = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{\frac{U_{AB}^{2} + U_{BC}^{2} + U_{CA}^{2} - 4F_{\pi}\sqrt{3}}{2}},$$
(6)

де  $U_{AB}$ ,  $U_{BC}$ ,  $U_{CA}$  – модулі лінійних напруг;  $F_{A}$  – площа трикутника ABC, утвореного векторами лінійних напруг:

$$F_{n} = \sqrt{p_{n}(p_{n}-U_{AB})(p_{n}-U_{BC})(p_{n}-U_{CA})},$$

де  $p_{\pi} = (U_{AB} + U_{BC} + U_{CA})/2$  – півпериметр трикутника *ABC*.

Несиметрія трифазної системи напруг, як і несиметрія струмів, у загальному випадку характеризується відношенням модуля складової напруги зворотної послідовності до модуля складової напруги прямої послідовності:

$$\alpha_U = \left| \underline{U}_2 \right| / \left| \underline{U}_1 \right| = U_2 / U_1. \tag{7}$$

Розрахунки показують, що симетрична складова прямої послідовності  $U_1$  мало чим відрізняється від значення номінальної напруги  $U_{\text{ном}}$ . Тому згідно з ГОСТ 13109-97 несиметрія трифазної системи напруг характеризується напругою зворотної послідовності основної частоти, що відноситься до номінальної напруги, у відсотках:

$$\alpha_{U} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{U_{AB,\%}^{2} + U_{BC,\%}^{2} + U_{CA,\%}^{2} - 4F_{\pi,\%}\sqrt{3}}{2}},$$
(8)

де  $U_{AB,\%}$ ,  $U_{BC,\%}$ ,  $U_{CA,\%}$ ,  $F_{\pi,\%}$  – величини, що відносяться до номінальної напруги, %.

В подальшому будемо називати величину  $\alpha_U$  коефіцієнтом несиметрії. Коефіцієнт несиметрії лінійних напруг при роботі агрегату ПК може змінюватись в діапазоні від 0 до деякого граничного значення. Згідно з ГОСТ 13109-97 напруга зворотної послідовності не повинна перевищувати 2% номінальної напруги на виводах будь-якого симетричного трифазного приймача електроенергії. Тому, якщо в точці підключення агрегату ПК до мережі  $\alpha_{Uzpan} \leq 2\%$ , то з точки зору несиметрії вона практично не впливає на інших споживачів, що працюють паралельно з нею.

Для ілюстрації використання основних положень, викладених вище, наводимо приклад розрахунку несиметричного режиму лінійних напруг на шинах підстанції 35 кВ, що живить одиничний агрегат ПК з трансформатором потужністю 40 МВ·А і номінальним первинним струмом 660 А. Опір  $x_c$  від джерела живлення до збірних шин 35 кВ складає 1,65 Ом. Згідно з робочими характеристиками агрегату струм експлуатаційного КЗ  $I_{e,\kappa,s} = 1,56I_{nom} = 1030$  А.

У якості вихідних даних використано вибірку випадкових незалежних значень лінійних напруг на шинах 35 кВ агрегату ПК, знятих синхронно по три.

Коефіцієнт несиметрії лінійних напруг обчислювався щодобово на основі матриці А (табл.2) за формулою (3), результати обчислень з розбиттям по інтервалам наведено нижче:

Математичне очікування коефіцієнта несиметрії напруг

$$M^{\ast}_{\sigma U} = 0,024.$$

Середнє квадратичне відхилення коефіцієнта несиметрії напруг (%)

$$\sigma_{\sigma U}^{\%}=9,126\times10^{-3}$$

Для визначення закону розподілу випадкової величини коефіцієнта несиметрії напруг побудовано гістограму розподілу коефіцієнта несиметрії напруг і виконано розрахунок функції щільності розподілу (рис.5).

Вид гістограми розподілу коефіцієнта несиметрії напруг і деякі фізичні міркування дозволяють зробити припущення щодо можливості використання для апроксимації нормального розподілу, який запишеться у вигляді

$$f(\alpha_U) = \frac{A}{\sigma_U \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\alpha_U - \bar{\alpha}_U)^2}{2\sigma_U^2}},\tag{9}$$

де  $\bar{\alpha}_U$  – математичне очікування коефіцієнта несиметрії напруг;  $\sigma_U$  – середнє квадратичне відхилення коефіцієнта несиметрії напруг. Відповідну гістограму зображено на рис.6.

Представляє інтерес також характер випадкового процесу зміни коефіцієнта несиметрії напруг (рис.7).

Аналіз отриманих результатів. При дослідженні режимів несиметрії струмового навантаження установки «піч-ківш» ставилася одночасно задача виявлення законів розподілу значень  $\alpha_1$ . Встановлено, що для ділянок з усталеним режимом можливо використання логарифмічно нормального розподілу. При усталених процесах коефіцієнт несиметрії струмового навантаження знаходиться в діапазоні 0-10%.

Електромеханіка. Електротехніка







Рисунок 6 – Статистична функція щільності коефіцієнта несиметрії лінійних напруг, апроксимована нормальним розподілом



Рисунок 7 – Графік зміни коефіцієнта несиметрії напруг за період дослідження

Аналогічна задача ставилась відносно коефіцієнта несиметрії напруг на шинах 35 кВ. Дослідження показали, що коефіцієнт несиметрії напруг може бути описаний нормальним розподілом при середньому значені 0,025%. Невелика величина  $\alpha_U$  пояснюється удосконаленим пофазним регулюванням уставок за струмом, а головне – значною величиною потужності короткого замикання у точці підключення агрегату ПК. Між коливаннями струмів і коефіцієнтом  $\alpha_1$  існує усталена залежність: збільшення коливань струмів збільшує несиметрію. Так коефіцієнт кореляції між вказаними величинами дорівнює *K*=0,979. У той же час не простежується зв'язок коефіцієнтом несиметрії струмів.

Таким чином можна вважати, що для керування найбільш простим критерієм є сума дисперсії коливань струмів усіх фаз агрегату ПК, що співпадає з критерієм оптимізації дугових сталеплавильних печей. Фізично це пояснюється досить просто: виникнення температурної, електромагнітної, хімічної і інших неоднорідностей супроводжується як мінімізацією дисперсії струму однієї фази, так і сумарної дисперсії, яка може бути виміряна індикатором у кожній фазі.

Необхідно враховувати також наступний факт: несиметрія первинних струмів призводить до появи у розподільних мережах напруги зворотної послідовності, яка при визначених умовах може негативно впливати на нормальну роботу інших споживачів.

**Висновки.** Аналіз несиметричних режимів струмів може бути реалізованим у виробничих умовах. Накоплена з його допомогою інформація дозволяє експлуатаційному персоналу попереджати можливі випадки порушення регламентованої несиметрії

у мережі, що живить агрегат ПК, виявляти якість ведення технологічного процесу. Потім, провівши порівняльні оцінки випадків, коли ступінь несиметрії був мінімальним, з урахуванням супроводжуючих ці випадки умов роботи (кваліфікації обслуговуючого персоналу, ідентичності налагодження регуляторів різних фаз, якості живильної напруги в мережі) прийняти необхідні заходи щодо забезпечення роботи агрегату ПК по  $\alpha_i = \min i$  таким чином зменшити витрати електроенергії на тону виплавленого металу.

## ЛІТЕРАТУРА

- 1. Статические компенсаторы реактивной мощности / под ред. В.А.Веникова. М.: Энергия, 1975. 136с.
- 2. Статические компенсаторы для регулирования реактивной мощности / под ред. Р.М.Матура; пер. с англ. М.: Энергоатомиздат, 1987. 160с.
- 3. Михеев Р.В. Повышение эффективности элекроснабжения элекропечей / Р.В.Михеев, А.П.Михеев, Ю.Л.Рыжиев. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 208с.
- 4. Иванов В.С. Режимы потребления и качество электроэнергии систем электроснабжения промышленных предприятий / Иванов В.С., Соколов В.И. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 336с.
- Хмельницький Е.Д. Експлуатаційні дослідження роботи статичного тиристорного компенсатора реактивної потужності у разі живлення агрегату «піч-ківш» / Хмельницький Е.Д. // Збірник наукових праць Дніпродзержинського державного технічного університету (технічні науки). – Дніпродзержинськ: ДДТУ. – 2015. – Випуск 1(26). – С.130-137.
- 6. Справочник по надежности / под ред. Б.Р.Левина. Т.I/W. GRANT IRESON. М.: Издательство «МИР», 1969. –248с.

Надійшла до редколегії 02.03.2016.

УДК 62-83:681.513.5

КЛЮЕВ О.В., к.т.н., доцент САДОВОЙ А.В., д.т.н., профессор

Днепродзержинский государственный технический университет

# ОПТИМИЗАЦИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК АСИНХРОННОГО ВЕНТИЛЬНОГО КАСКАДА

Введение. Перспективным направлением реализации мощных электроприводов турбомеханизмов является использование асинхронной машины с фазным ротором в каскадных схемах включения. Структура системы векторного управления асинхронной машиной (AM) с постоянным потокосцеплением может оказаться нерациональной, так как стабилизация системой управления модуля вектора потокосцепления на уровне номинального значения приводит к снижению коэффициента мощности при моментах нагрузки электропривода меньше номинального. Указанным недостатком обладают регулируемые электроприводы нагрузочных машин с вентиляторной механической характеристикой.

Аналитические выражения, позволяющие определить значения потокосцепления статора асинхронного вентильного каскада (ABK), при котором его энергетические характеристики достигают экстремума, получены в [1]. Однако в этой работе вычисления проводились без учёта явления насыщения магнитопровода, что выражается во влиянии величины потокосцепления на значения индуктивностей АМ. При формировании

целевых функций управления АВК и в алгоритмах нахождения их экстремальных значений для повышения точности эффект насыщения магнитной цепи желательно учитывать.

Улучшить энергетические показатели ABK можно, изменяя поток в функции момента нагрузки на валу AM. Для оптимизации энергетических процессов в ABK необходимо построить в общем случае многоканальную систему с независимым управлением реактивным током, скоростью и потокосцеплением асинхронной машины, что возможно реализовать в векторной полеориентированной системе управления с добавлением в её состав контура экстремального регулирования. Целью регулирования можно принять достижение экстремума некоторой целевой функции и слежение за дрейфом экстремума при изменении параметров и переменных состояния электропривода.

Постановка задачи. Задача настоящей статьи состоит в формировании функций качества установившихся режимов работы АВК и исследование свойств этих функций с целью получения результатов, необходимых для синтеза систем управления АВК, оптимальных по энергетическим показателям.

**Результаты работы.** В асинхронном вентильном каскаде регулированием реактивной составляющей тока ротора можно добиться единичного коэффициента мощности статорной цепи, что достигается выполнением условия

$$Q_{s} = \frac{3}{2} Im \left[ \vec{U}_{s} \vec{I}_{s}^{*} \right] = \frac{3}{2} \left( U_{sv} I_{su} - U_{su} I_{sv} \right) = 0.$$
<sup>(1)</sup>

Анализ энергетических характеристик АВК осуществим по его уравнениям в осях, ориентированных по вектору потокосцепления статора. Тогда после преобразований уравнений

$$\vec{U}_{s} = R_{s}\vec{I}_{s} + p\vec{\Psi}_{s} + j\omega_{k}\vec{\Psi}_{s}; \qquad \vec{\Psi}_{s} = L_{s}\vec{I}_{s} + L_{m}\vec{I}_{r}; 
\vec{U}_{r} = R_{r}\vec{I}_{r} + p\vec{\Psi}_{r} + j(\omega_{k} - \omega)\vec{\Psi}_{r}; \qquad \vec{\Psi}_{r} = L_{m}\vec{I}_{s} + L_{r}\vec{I}_{r},$$
(2)

записанных для установившегося режима работы, получим следующие соотношения:

$$U_{ru} - k_{s}U_{su} = R^{"}I_{ru} - \frac{\kappa_{s}}{T_{s}}\Psi_{s} - (\omega_{0} - \omega)L_{\delta}I_{rv};$$

$$U_{rv} - k_{s}U_{sv} = R^{"}I_{rv} - k_{s}\omega\Psi_{s} + (\omega_{0} - \omega)L_{\delta}I_{ru},$$
(3)

где  $R'' = R_r + k_s^2 R_s$ ;  $L_{\delta} = L_s L_r - L_m^2 / L_s$ ;  $\omega_0$  - скорость идеального холостого хода в электрических рад/с.

Уравнение баланса напряжений статорной цепи, взятое из (2), в проекциях на оси **u**, **v** в статике запишется следующим образом:

$$U_{su} = R_s I_{su}; \quad U_{sv} = R_s I_{sv} + \omega_0 \Psi_s.$$
(4)

Выражение для потокосцепления статора, записанное в проекциях на оси координат с учётом того, что  $\Psi_{sv} = 0$ , представляется в виде следующих соотношений:

$$\Psi_{\rm s} = L_{\rm s} I_{\rm su} + L_{\rm m} I_{\rm ru}; \quad 0 = L_{\rm s} I_{\rm sv} + L_{\rm m} I_{\rm rv}.$$
(5)

В стационарном режиме момент сопротивления на валу АМ равен электромагнитному моменту

$$M_{c} = -\frac{3}{2} N k_{s} \Psi_{s} I_{rv} .$$
(6)

Если подставить выражения (4) в (1), то после сокращения подобных слагаемых получим

$$Q_{s} = \frac{3}{2} \Psi_{s} \omega_{0} I_{su} \,. \tag{7}$$

Из формулы (7) видно, что в режиме компенсации реактивной мощности, потребляемой двигателем со стороны статора, необходимо обеспечить условие равенства нулю реактивной составляющей тока статора, т. е.  $I_{su} = 0$ . Тогда из (5) и (6) следуют соотношения для токов:

$$I_{ru} = \frac{\Psi_{s}}{L_{m}}; \quad I_{sv} = -k_{s}I_{rv}; \quad I_{rv} = -\frac{2M_{c}}{3Nk_{s}\Psi_{s}}.$$
 (8)

Сформируем целевые функции, поиск экстремума которых можно осуществить контуром экстремального регулирования при соблюдении условия (1). Для этого выразим реактивную мощность ротора, определяемую формулой

$$Q_{r} = \frac{3}{2} Im \left( \vec{U}_{r} \vec{I}_{r}^{*} \right) = \frac{3}{2} \left( U_{rv} I_{ru} - U_{ru} I_{rv} \right),$$
(9)

через регулируемые переменные электропривода. При подстановке выражений для токов (8) и напряжений статора (4) в соотношения (2) для напряжений ротора с учётом того, что  $U_{su} = 0$  при  $I_{su} = 0$ , после преобразований получим следующие зависимости:

$$U_{ru} = \frac{R^{"}\Psi_{s}}{L_{m}} + \frac{2L_{\delta}M_{c}(\omega_{0}-\omega)}{3Nk_{s}\Psi_{s}} - \frac{k_{s}}{T_{s}}\Psi_{s}; \qquad U_{rv} = \frac{1}{k_{r}}\Psi_{s}(\omega_{0}-\omega) - \frac{2R_{r}M_{c}}{3Nk_{s}\Psi_{s}}.$$
 (10)

Если подставить выражения для токов (8) и напряжений (10) в формулу (9), то после упрощений получим следующее соотношение для реактивной мощности ротора:

$$Q_{r} = \frac{3}{2k_{r}L_{m}}\Psi_{s}^{2}(\omega_{0} - \omega) + \frac{2L_{\delta}M_{c}^{2}(\omega_{0} - \omega)}{3N^{2}k_{s}^{2}\Psi_{s}^{2}}.$$
 (11)

Активные мощности статора и ротора рассчитываются по формулам

$$P_{s} = \frac{3}{2} \operatorname{Re}(\vec{U}_{s}\vec{I}_{s}^{*}) = \frac{3}{2} (U_{su}I_{su} + U_{sv}I_{sv}); \qquad (12)$$

$$P_{\rm r} = \frac{3}{2} \operatorname{Re}(\vec{U}_{\rm r} \vec{I}_{\rm r}^{*}) = \frac{3}{2} (U_{\rm ru} I_{\rm ru} + U_{\rm rv} I_{\rm rv}).$$
(13)

С учётом (4) и (8) выражение для активной мощности статора примет вид

$$P_{s} = \frac{2R_{s}M_{c}^{2}}{3N^{2}\Psi_{s}^{2}} + \frac{M_{c}\omega_{0}}{N}.$$
(14)

Активная мощность ротора (13) с учётом соотношений (8) и (10) определяется выражением

$$P_{\rm r} = \frac{3R_{\rm r}\Psi_{\rm s}^2}{2L_{\rm m}^2} + \frac{2R_{\rm r}M_{\rm c}^2}{3N^2\Psi_{\rm s}^2} + \frac{M_{\rm c}}{N}(\omega - \omega_0).$$
(15)

Коэффициент мощности роторной цепи вычисляется по формуле

$$\cos\varphi_{\rm r} = P_{\rm r} / \sqrt{P_{\rm r}^2 + Q_{\rm r}^2} . \tag{16}$$

Вычленив из соотношений (14) и (15) слагаемые, определяющие потери в обмотках АМ, и просуммировав их, получим следующее выражение:

$$\Delta P = \frac{3R_{\rm r}\Psi_{\rm s}^2}{2L_{\rm m}^2} + \frac{2M_{\rm c}^2}{3N^2\Psi_{\rm s}^2} (R_{\rm s} + R_{\rm r}).$$
(17)

Любое из выражений (11), (16) или (17) может рассматриваться как функция качества установившихся режимов работы АВК. Для исследования этих функций в их выражения нужно ввести зависимость индуктивности намагничивающей цепи от магнитного потока  $L_m = f(\Psi)$ . В результате аппроксимации универсальной кривой намагничивания [2] определены вид функции  $L_m = f(\Psi_s)$  и её параметры

$$L_{m} = 1,504L_{mH} \left(\frac{\Psi_{s}}{\Psi_{sH}}\right) ctg \left(\frac{\Psi_{s}}{\Psi_{sH}}\right) = a \Psi_{s} ctg (b \Psi_{s}), \qquad (18)$$

где  $a=1{,}504\,L_{_{\rm MH}}/\Psi_{_{\rm SH}}$  ;  $b=l/\Psi_{_{\rm SH}}$  .

Если в выражения активных потерь (17) и реактивной мощности роторной цепи (11) вместо L<sub>m</sub> подставить функцию (18), то в итоге получим

$$\Delta P = \frac{3R_{\rm r} \, tg^2(b \,\Psi_{\rm s})}{2 \,a^2} + \frac{2M_{\rm c}^2}{3N^2 \Psi_{\rm s}^2} (R_{\rm s} + R_{\rm r}); \qquad (19)$$

$$Q_{r} = \frac{3\Psi_{s} tg(b\Psi_{s})}{2K_{r}a} (\omega_{0} - \omega) + \frac{2L_{\delta}M_{c}^{2}(\omega_{0} - \omega)}{3N^{2}K_{s}^{2}\Psi_{s}^{2}}.$$
(20)

Формулы (19) и (20) представляют зависимости активных потерь в обмотках АВК и реактивной мощности ротора от потокосцепления статора с учётом явления насыщения магнитной цепи. Для определения экстремальных значений  $\Psi_s$  требуется получить и решить уравнения  $d\Delta P/d\Psi_s = 0$ ,  $dQ_r/d\Psi_s = 0$ . После приравнивания нулю результатов дифференцирования выражений (19), (20) приходим к уравнениям

$$\frac{d\Delta P}{d\Psi_{s}} = \frac{3R_{r}b\sin(b\Psi_{s})}{a^{2}\cos^{3}(b\Psi_{s})} - \frac{4(R_{s}+R_{r})M_{c}^{2}}{3N^{2}\Psi_{s}^{3}} = 0; \qquad (21)$$

$$\frac{\mathrm{dQ}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d\Psi}_{\mathrm{s}}} = \mathrm{tg}(\mathrm{b}\mathrm{\Psi}_{\mathrm{s}}) + \frac{\mathrm{b}\mathrm{\Psi}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{cos}^{2}(\mathrm{b}\mathrm{\Psi}_{\mathrm{s}})} - \frac{8\mathrm{a}\mathrm{K}_{\mathrm{r}}\mathrm{L}_{\delta}\mathrm{M}_{\mathrm{c}}^{2}}{9\mathrm{N}^{2}\mathrm{K}_{\mathrm{s}}^{2}\mathrm{\Psi}_{\mathrm{s}}^{3}} = 0.$$

$$(22)$$

Решения уравнений (21) и (22) относительно потокосцепления при различных моментах статической нагрузки  $M_c$  позволили построить графики, представленные на рис.1 и 2. Экстремальные значения  $\Psi_s$  определяются только моментом нагрузки и не зависят от скорости. Расчёты выполнялись для ABK, выполненного на базе асинхронной машины типа 4AK160S4V3 со следующими техническими данными:  $P_{\rm H} = 11$  кBT,  $U_{\rm лH} = 380$ B,  $n_c = 1500$  об/мин,  $U_2 = 305$ B. Переменные на рисунке приведены в относительных единицах:  $\mu = M/M_{\rm H}$ ,  $\psi_s = \Psi_s/\Psi_{\rm sH}$ .

Если продифференцировать выражение (16) по  $\Psi_s$  и приравнять производную нулю, то после преобразований получается следующее тождество, которому должны удовлетворять значения  $\Psi_s$ , доставляющие экстремум коэффициенту мощности:

$$Q_{r} \frac{dP_{r}}{d\Psi_{s}} = P_{r} \frac{dQ_{r}}{d\Psi_{s}}.$$
(23)



Рисунок 1 – График зависимости экстремальных значений потокосцепления статора от момента статической нагрузки, при которых активные потери АВК достигают минимума



Рисунок 2 – График зависимости экстремальных значений потокосцепления статора от момента статической нагрузки, при которых реактивная мощность роторной цепи АВК достигает минимума

Выражение для активной мощности ротора (15), если подставить в него функцию (18), примет вид

$$P_{\rm r} = \frac{3R_{\rm r} \, tg^2(b\Psi_{\rm s})}{2a^2} + \frac{2R_{\rm r}M_{\rm c}^2}{3N^2\Psi_{\rm s}^2} + \frac{M_{\rm c}}{N}(\omega - \omega_0).$$
(24)

Если взять функции (20) и (24), а также результаты их дифференцирования и подставить эти выражения в равенство (23), то после преобразований получим уравнение

$$\frac{3R_{r}M_{c}^{2}tg(b\Psi_{s})}{aK_{r}N^{2}\Psi_{s}^{2}} - \frac{9bR_{r}\Psi_{s}tg^{2}(b\Psi_{s})}{4K_{r}a^{3}\cos^{2}(b\Psi_{s})} - \frac{2bR_{r}L_{\delta}M_{c}^{2}tg(b\Psi_{s})}{a^{2}N^{2}K_{s}^{2}\Psi_{s}^{2}\cos^{2}(b\Psi_{s})} + + \frac{9R_{r}tg^{3}(b\Psi_{s})}{4a^{3}K_{r}} - \frac{2R_{r}L_{\delta}M_{c}^{2}tg^{2}(b\Psi_{s})}{a^{2}N^{2}K_{s}^{2}\Psi_{s}^{3}} + \frac{bR_{r}M_{c}^{2}}{aK_{r}N^{2}\Psi_{s}\cos^{2}(b\Psi_{s})} + + \frac{M_{c}}{N}(\omega - \omega_{0})\left(\frac{3tg(b\Psi_{s})}{2aK_{r}} + \frac{3b\Psi_{s}}{2aK_{r}\cos^{2}(b\Psi_{s})} - \frac{4L_{\delta}M_{c}^{2}}{3N^{2}K_{s}^{2}\Psi_{s}^{3}}\right) = 0$$
(25)

В результате решения данного уравнения при заданных скоростях  $\omega$  и различных моментах статической нагрузки  $M_c$  определяется семейство графиков зависимости экстремальных значений потокосцепления статора  $\Psi_s$  от момента нагрузки и скорости, при которых коэффициент мощности роторной цепи ABK достигает экстремума (рис.3). Близкое расположение кривых указывает на то, что экстремальные для коэффициента мощности роторной цепи значения потокосцепления статора от скорости зависят незначительно. Если фиксировать моменты нагрузки и решать уравнение (25) при различных скоростях, то получается семейство кривых на рис.4. Все переменные на рис.3 и 4 представлены в относительных единицах:  $\mu = M/M_H$ ,  $\psi_s = \Psi_s/\Psi_{sH}$ ,  $\alpha = \omega/\omega_0$ . Из сопоставления обоих рисунков следует, что графики зависимости  $\psi_s = f(\mu)$  для скоростей  $\alpha < 0.9$  и  $\alpha > 1.1$  расположены между кривыми для указанных скоростей  $\alpha = 0.9$  и  $\alpha = 1.1$  на рис.3. Для наглядности представлены ещё две зависимости

 $\psi_s = f(\mu)$  при  $\alpha = 0,3$  и  $\alpha = 1,5$ . При скоростях ниже синхронной скорости экстремальные значения потокосцепления  $\psi_s$  немного больше, чем при скоростях выше синхронной (рис.4), что обусловлено изменением направления потока активной мощности роторной цепи при переходе через синхронную скорость.



Чтобы избежать шаговых алгоритмов поиска экстремума, которые могут приводить к автоколебаниям и снижению запаса устойчивости электропривода, целесообразно аппроксимировать характеристики на рис.1-3 аналитическими выражениями и использовать их в системе регулирования модуля потокосцепления статора. Для аппроксимации всех кривых удобнее всего использовать арктангенциальную функцию вида

$$\Psi = \mathbf{d}_1 + \mathbf{d}_2 \operatorname{arctg}(\mathbf{d}_3 \mu) \,. \tag{26}$$

Коэффициенты d<sub>i</sub> находятся методом наименьших квадратов и, например, для второй кривой сверху ( $\alpha = 0,3$ ) на рис.3 равны: d<sub>1</sub> = 0,242, d<sub>2</sub> = 0,672, d<sub>3</sub> = 3,02.

В статье [3] для регулирования скорости, активной и реактивной составляющих тока ротора предложены следующие алгоритмы

$$U_{pc} = -I_{rv}^{*} sign [(A_{11}\Psi_{s} + A_{12}I_{ru})(\omega^{*} - \omega) - A_{13}\Psi_{s}p\omega];$$
(27)

$$U_{pra} = sign[I_{rv}^* - I_{rv}]; \qquad U_{prp} = sign[I_{ru}^* - I_{ru}], \qquad (28)$$

где 
$$A_{11} = \frac{3N^2k_s}{2JT_1}$$
;  $A_{12} = \frac{3N^2k_s^2R_s}{2J}$ ;  $A_{13} = \frac{3N^2k_s}{2J}$ ;  $T_1 = \frac{L_\delta}{R}$ 

В этой же работе обоснована возможность изменением амплитуды напряжения статора регулировать модуль потокосцепления статора по следующему алгоритму

$$U_{s} = U_{m} \operatorname{пpu} \left( \left( \Psi_{s} \cos \nu \right)^{*} - \Psi_{s} \cos \nu \right) > 0;$$

$$U_{s} = 0 \operatorname{npu} \left( \left( \Psi_{s} \cos \nu \right)^{*} - \Psi_{s} \cos \nu \right) < 0;$$
(29)

Електромеханіка. Електротехніка

$$\left(\Psi_{s}\cos\nu\right)^{*} = \frac{k_{f}}{T_{f}p+1}\operatorname{sign}\left[\Psi_{s}^{*}-\Psi_{s}-T_{l}p\Psi_{s}\right],$$
(30)

который реализуется однопозиционным реле, посредством которого статор двигателя подключается к сети, если регулируемая переменная меньше заданного значения, либо закорачивается, если переменная превышает заданное значение. В скользящем режиме среднее значение ошибки на входе реле (30) равно нулю, а фильтр нижних частот, выполненный в виде апериодического звена первого порядка, пропускает на вход регулятора (29) усреднённое значение переменной  $\Psi_s \cos v$ , при котором потокосцепление  $\Psi_s^*$  будет равно требуемой величине  $\Psi_s^*$ . Сигнал задания регулятору потокосцепления  $\Psi_s^*$  формируется не экстремальным регулятором с шаговым алгоритмом поиска экстремума, а функциональным преобразователем, реализующем зависимость (26). При этом система регулирования возбуждения статора обеспечивает максимум коэффициенту мощности роторной цепи в функции момента статической нагрузки на валу АМ.

На рис.5 представлены графики переходных процессов в АВК с трёхканальной системой управления. Взаимосвязь контуров управления реактивными мощностями цепей статора и ротора АВК заключена в том, что величина задания контуру регулирования реактивного тока ротора рассчитывается по формуле  $I_{ru}^* = \Psi_s^*/L_m$ , и с изменением потока статора по указанному соотношению меняется реактивный ток ротора. При реактивной составляющей тока ротора, равной  $I_{ru} = \Psi_s/L_m$ , характеристика АВК  $I_s = f(I_{ru})$ , аналогичная V-образной характеристике, достигает минимума, и ток статора становится полностью активным ( $\cos \phi_s = 1$ ). Таким образом, система регулирования возбуждения АВК со стороны ротора реализуется как система экстремального управления по критерию минимума модуля тока статора для текущего значения его потокосцепления.

На пониженных частотах вращения, когда момент сопротивления на валу AM, создаваемый механизмом с вентиляторной механической характеристикой, значительно меньше номинального, амплитуда напряжения статора снижается, что приводит к уменьшению намагничивающего тока, потокосцепления статора и повышению коэффициента мощности роторной цепи. Коэффициент мощности роторной цепи рассчитывается как угол сдвига фаз меду вектором тока ротора и добавочным напряжением, подводимым к фазам ротора.

Среднее значение реактивного тока статора  $I_{su}$  равно нулю, поэтому реактивная мощность статорной цепи  $Q_s$  в установившихся режимах также практически равна нулю, а в переходных процессах, когда возрастает реактивная мощность ротора  $Q_r$ , статорная цепь генерирует реактивную мощность в сеть. Возбуждение АВК с данной системой управления осуществляется исключительно со стороны ротора. В тормозном режиме роторная цепь от рекуперации активной мощности переходит к её потреблению и далее отдаётся в сеть через статорную цепь АВК вместе с активной мощностью, образованной преобразованием кинетической энергии ротора AM в электрическую. Несмотря на изменение момента нагрузки на валу ABK, система управления регулированием потокосцепления статора обеспечивает максимально возможное значение коэффициента мощности роторной цепи.

**Выводы.** В данной работе получены выражения для энергетических показателей как целевых функций для экстремального управления ABK с учётом явления насыщения магнитопровода AM. В результате решения численными методами уравнений (21), (22), (25) найдены потокосцепления статора ABK, при которых энергетические характе-

### Електромеханіка. Електротехніка



Рисунок 5 – Графики переходных процессов в АВК с экстремальным управлением по критерию максимума коэффициента мощности роторной цепи



ристики (16), (19), (20) достигают экстремума. Полученные таким образом зависимости экстремальных значений потокосцепления  $\Psi_s$  от момента нагрузки лучше всего аппроксимируются арктангенциальными зависимостями с тремя параметрами. В системах управления алгоритмы поиска экстремума целевых функций могут быть заменены функциональными преобразователями, реализующими выражения вида (26), что подтверждено математическим моделированием.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Клюев О.В. Асинхронный вентильный каскад как объект экстремального управления /О.В.Клюев, А.В.Садовой // Форум гірників: міжнар. конф., 10-12 жовтня 2005 р.: матеріали конф. Дніпропетровськ, 2005. Том 2. С.212-225.
- Вешеневский С.Н. Характеристики двигателей в электроприводе / С.Н.Вешеневский. – М.: Энергия, 1977. – 432с.
- Клюев О.В. Синтез контура регулирования потокосцепления по цепи статора в асинхронном вентильном каскаде / О.В.Клюев, А.В.Садовой // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету: наукові праці КДПУ. – Кременчук: КДПУ. – 2008. – Вип. 4(51), ч. 2. – С.24-28.

Поступила в редколлегию 02.03.2016.

УДК 62-83

ДЕРЕЦ А.Л., к.т.н., доцент САДОВОЙ А.В., д.т.н., профессор

#### Днепродзержинский государственный технический университет

# СИНТЕЗ РЕЛЕЙНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЧЕТВЁРТОГО ПОРЯДКА МЕ-ТОДОМ N-і ПЕРЕКЛЮЧЕНИЙ ПРИ НЕОПРЕДЕЛЁННЫХ МАКСИМУМАХ ПЕР-ВОЙ И ВТОРОЙ ПРОИЗВОДНЫХ РЕГУЛИРУЕМОЙ КООРДИНАТЫ

Введение. Оптимальный по быстродействию переходный процесс в условиях ограничения старших производных регулируемой координаты способна сформировать релейная система подчинённого регулирования (СПР), синтезированная методом N-i переключений [1]. Настройки такой системы определяются уровнями ограничения её канонических координат. В ряде переходных режимов максимумы переменных состояния системы не заданы предварительно, а являются функциями отрабатываемого изменения выходной координаты. Такие режимы не могут быть оптимизированы регуляторами с фиксированными параметрами. Цифровая реализация систем управления позволяет в реальном времени адаптировать их настройки к различным формам динамических траекторий даже при сравнительно высоком темпе протекания переходных процессов, характерном для электроприводов. Вычислительный минимализм метода N-i переключений способствует быстрому варьированию текущих параметров регуляторов, что делает данный метод перспективным инструментом самонастройки систем оптимального управления.

Постановка задачи. Рассмотрим нейтрально-устойчивый динамический объект четвёртого порядка, моделируемый каскадом интегрирующих звеньев, вектор координат состояния которого обозначим

$$\left(\Omega, p\Omega, p^{2}\Omega, p^{3}\Omega, p^{4}\Omega\right) = \left(\Omega, \phi, \omega, \varepsilon, a\right),$$
 (1)

где  $\Omega$  – регулируемая величина, а – управляющее воздействие,  $p = \frac{d}{dt}$  – символ диффе-

ренцирования по времени.

В системе обозначений (1) математическое описание каскада регуляторов релейной СПР четвёртого порядка имеет вид:

$$u_{R\Omega} = u_{R1} = \phi^{*} = -\phi_{max} \cdot \text{sign} \left( \Omega - \Omega^{*} + K_{\Omega\phi} \cdot \phi + K_{\Omega\omega} \cdot \omega + K_{\Omega\epsilon} \cdot \epsilon \right)$$
  

$$u_{R\phi} = u_{R2} = \omega^{*} = -\omega_{max} \cdot \text{sign} \left( \phi - \phi^{*} + K_{\phi\omega} \cdot \omega + K_{\phi\epsilon} \cdot \epsilon \right)$$
  

$$u_{R\omega} = u_{R3} = \epsilon^{*} = -\epsilon_{max} \cdot \text{sign} \left( \omega - \omega^{*} + K_{\omega\epsilon} \cdot \epsilon \right)$$
  

$$u_{R\epsilon} = u_{R4} = a^{*} = -a_{max} \cdot \text{sign} \left( \epsilon - \epsilon^{*} \right)$$
(2)

где u<sub>Ri</sub> – сигнал i-го (считая от входа) регулятора; символом «\*» отмечены заданные значения координат, как входное, так и формируемые регуляторами; индексами «max» отмечены уровни ограничений канонических координат. Двойная индексация регуляторов указывает на их положение в иерархии каскада и на привязку к регулируемой переменной.

Параметрический синтез регуляторов  $R_{\epsilon}$ ,  $R_{\omega}$ ,  $R_{\phi}$  внутренних контуров данной СПР и аналитическое исследование их устойчивости выполнены в работах [2, 3] для позиционного электропривода в системе обозначений (1), что обеспечивает преемственность выражений коэффициентов обратных связей  $K_{\omega\epsilon}$ ,  $K_{\phi\omega}$ ,  $K_{\phi\epsilon}$  при оптимизации по быстродействию систем более высоких порядков

$$K_{\omega\varepsilon} = \frac{\varepsilon_{\max}}{2 \cdot a_{\max}}, \quad K_{\varphi\omega} = \frac{\omega_{\max}}{2 \cdot \varepsilon_{\max}} + \frac{\varepsilon_{\max}}{2 \cdot a_{\max}}, \quad K_{\varphi\varepsilon} = \frac{\omega_{\max}}{4 \cdot a_{\max}} + \frac{\varepsilon_{\max}^2}{12 \cdot a_{\max}^2}.$$
 (3)

2

В ходе оптимизации по быстродействию внешнего регулятора  $R_{\Omega}$  каскада (2) методом N-i переключений в работе [4] на примере электропривода с упругой связью установлены однозначные аналитические зависимости коэффициентов обратных связей  $K_{\Omega\phi}, K_{\Omega\omega}, K_{\Omega\epsilon}$  от уровней ограничений канонических координат системы четвёртого порядка:

$$K_{\Omega\phi} = \frac{\phi_{max}}{2\omega_{max}} + \frac{\omega_{max}}{2\varepsilon_{max}} + \frac{\varepsilon_{max}}{2a_{max}};$$

$$K_{\Omega\omega} = \frac{\phi_{max}}{4\varepsilon_{max}} + \frac{\omega_{max}}{4a_{max}} + \frac{\phi_{max}\varepsilon_{max}}{4\omega_{max}a_{max}} + \frac{\omega_{max}^2}{12\varepsilon_{max}^2} + \frac{\varepsilon_{max}^2}{12a_{max}^2};$$

$$K_{\Omega\varepsilon} = \frac{\phi_{max}}{8a_{max}} + \frac{\phi_{max}\varepsilon_{max}^2}{24\omega_{max}a_{max}^2} + \frac{\omega_{max}\varepsilon_{max}}{24a_{max}^2} + \frac{\omega_{max}^2}{24\varepsilon_{max}a_{max}}.$$
(4)

Устойчивость скользящего режима  $R_{\Omega}$  с коэффициентами обратных связей (3) аналитически подтверждается результатами работы [5], в которой коэффициенты (3) представлены функциями постоянных времени замкнутой системы

$$T_a = \frac{\varepsilon_{max}}{a_{max}}; \qquad T_{\varepsilon} = \frac{\omega_{max}}{\varepsilon_{max}}; \qquad T_{\omega} = \frac{\phi_{max}}{\omega_{max}}.$$
 (5)

Выраженные через них коэффициенты (3), (4) приобретают компактный вид

$$\begin{split} K_{\Omega\omega} &= \frac{1}{4} \left( T_{\omega} T_{\epsilon} + T_{\epsilon} T_{a} + T_{\omega} T_{a} \right) + \frac{1}{12} \left( T_{\epsilon}^{2} + T_{a}^{2} \right), \\ K_{\Omega\epsilon} &= \frac{1}{8} T_{\omega} T_{\epsilon} T_{a} + \frac{1}{24} \left( T_{\omega} T_{a}^{2} + T_{\epsilon} T_{a}^{2} + T_{\epsilon}^{2} T_{a} \right), \\ K_{\Omega\phi} &= \frac{1}{2} \left( T_{\omega} + T_{\epsilon} + T_{a} \right), \quad K_{\phi\omega} = \frac{1}{2} \left( T_{a} + T_{\epsilon} \right), \quad K_{\phi\epsilon} = \frac{1}{4} T_{a} T_{\epsilon} + \frac{1}{12} T_{a}^{2}, \quad K_{\omega\epsilon} = \frac{1}{2} T_{a} . \end{split}$$
(6)

В статье [6] на примере электропривода с упругой связью разработан алгоритм синтеза методом N-i переключений релейной СПР четвёртого порядка при настройке её параметров на неопределённый максимум  $\phi_{max}$  первой производной выходной координаты. Для создания на основе данного метода полноценной самонастраивающейся системы оптимального управления объектом четвёртого порядка необходимо решить аналогичные задачи для случаев неопределённости максимумов производных более высоких порядков. Задачей настоящей работы является построение процедуры настройки релейной СПР на отработку заданного значения  $\Omega^*$  в условиях варьируемых максимумов как первой, так и второй производных  $\phi_{max}$ ,  $\omega_{max}$  регулируемой переменной при известных ограничениях  $\varepsilon_{max}$ ,  $a_{max}$ .

**Результаты работы.** Расчётные временные диаграммы канонических координат системы для указанного переходного режима представлены на рис.1, где обозначения  $T_{sx}$  применяются для интервалов стабилизации соответствующих координат x(t). Эти интервалы принимаются равными на всех этапах оптимального по быстродействию процесса, что обеспечивает симметрию расчётной траектории. Кроме того, в методе N-i переключений принимается допущение о постоянстве N-й производной выходной координаты на интервалах постоянства управляющего воздействия [1, 2, 4]. Благодаря это-



Рисунок 1 – Расчётные временные диаграммы

му допущению приращения координат на всех промежутках между соседними точками излома траектории рассчитываются как суммы ряда Тейлора с конечным числом членов.

Специфика представленных на рис.1 временных диаграмм по сравнению с их наиболее общим видом, положенным в основу синтеза параметров в работах [1, 2, 4], состоит в равенстве нулю интервалов стабилизации первой и второй производных регулируемой координаты, которые начинают снижение в момент достижения своих максимумов, а сами максимумы не определены до начала процесса и являются функциями задания  $\Omega^*$ :

$$T_{s0} = 0, \quad T_{s0} = 0, \tag{7}$$

$$\varphi_{\max} = \operatorname{var}, \quad \omega_{\max} = \operatorname{var}.$$
 (8)

Тем не менее, данные временные диаграммы являются частным случаем переходных кривых, использованных в [4] для синтеза регулятора скорости  $\Omega(t)$  двухмассовой ЭМС. Следовательно, формулы (3)-(6) остаются актуальными для оптимизируемого режима.

Условие (8) влечёт за собой вариативность расчётного интервала стабилизации третьей производной выходной координаты:

$$T_{SE} = var . (9)$$

Вместе условия (8), (9) указывают на наличие трёх неизвестных в описании представленной на рис.1 траектории, являющейся основанием для расчёта значений коэффициентов обратных связей по формулам (6) или (4), (3).

Взаимосвязь интервалов стабилизации канонических координат с постоянными времени замкнутой системы, установленная в [4, 5], определяется выражениями

$$T_{sa} = \frac{\varepsilon_{max}}{a_{max}} = T_a \quad , \tag{10}$$

$$T_{s\varepsilon} = \frac{\omega_{max}}{\varepsilon_{max}} - \frac{\varepsilon_{max}}{a_{max}} = T_{\varepsilon} - T_{a} , \qquad (11)$$

$$T_{s\omega} = \frac{\phi_{max}}{\omega_{max}} - \frac{\omega_{max}}{\varepsilon_{max}} - \frac{\varepsilon_{max}}{a_{max}} = T_{\omega} - T_{\varepsilon} - T_{a}.$$
(12)

Полученное в работе [6] по аналогии с (10)-(12) выражение  $T_{S\phi}$  имеет вид

$$T_{s\phi} = \frac{\Omega_{max}}{\varphi_{max}} - \frac{\varphi_{max}}{\omega_{max}} - \frac{\omega_{max}}{\varepsilon_{max}} - \frac{\varepsilon_{max}}{a_{max}} = T_{\phi} - T_{\omega} - T_{\varepsilon} - T_{a} .$$
(13)

Постоянная времени  $T_\phi$  определяется в работе [5] аналогично (5) как

$$T_{\varphi} = \frac{\Omega_{\text{max}}}{\varphi_{\text{max}}}.$$
 (14)

Для регулируемой координаты максимальным следует считать заданное значение  $\Omega_{\max} = \Omega^*$ , достигаемое в оптимальном по быстродействию переходном процессе. Тогда

$$T_{\varphi} = \frac{\Omega^*}{\varphi_{\text{max}}} . \tag{15}$$

Подставив выражения (12), (13) в равенства (7) получим два уравнения, выражающие взаимосвязь трёх неизвестных T<sub>0</sub>, T<sub>0</sub>, T<sub>6</sub>, для рассматриваемой траектории

$$T_{\omega} = T_{\varepsilon} + T_{a}, \qquad (16)$$

$$T_{\varphi} = T_{\omega} + T_{\varepsilon} + T_{a} \,. \tag{17}$$

Третье уравнение составим на основании того факта, что произведение неизвестных постоянных времени  $T_{\phi}$ ,  $T_{\omega}$  и  $T_{\epsilon}$  может быть выражено через величины, известные для траектории рассматриваемого режима как

$$T_{\varphi} \cdot T_{\omega} \cdot T_{\varepsilon} = \frac{\Omega^{*}}{\varphi_{max}} \cdot \frac{\varphi_{max}}{\omega_{max}} \cdot \frac{\omega_{max}}{\varepsilon_{max}}$$

откуда имеем

$$T_{\varphi} \cdot T_{\omega} \cdot T_{\varepsilon} = \frac{\Omega^*}{\varepsilon_{\max}}.$$
 (18)

Подставив уравнения (16), (17) в уравнение (18), получим после некоторых преобразований кубическое уравнение относительно постоянной времени  $T_{\epsilon}$ 

$$T_{\varepsilon}^{3} + 2 \cdot T_{a} \cdot T_{\varepsilon}^{2} + T_{a}^{2} \cdot T_{\varepsilon} - \frac{\Omega^{*}}{2 \cdot \varepsilon_{\max}} = 0.$$
<sup>(19)</sup>

Выполнив замену переменной

$$\Gamma = T_{\varepsilon} + \frac{2}{3}T_{a}, \qquad (20)$$

получим уравнение (19) в приведенном виде с неизвестной Т

$$T^{3} - \frac{1}{3}T_{a}^{2} \cdot T - \frac{2}{27}T_{a}^{3} - \frac{\Omega^{*}}{2 \cdot \varepsilon_{max}} = 0.$$
 (21)

Решим данное уравнение, воспользовавшись формулами Кардано [7]. Действительный корень уравнения (21) имеет вид

$$T = \sqrt[3]{\frac{T_a^3}{27} + \frac{\Omega^*}{4 \cdot \varepsilon_{max}}} + \sqrt{\frac{(\Omega^*)^2}{16 \cdot \varepsilon_{max}^2} + \frac{T_a^3 \cdot \Omega^*}{54 \cdot \varepsilon_{max}}} + \sqrt[3]{\frac{T_a^3}{27} + \frac{\Omega^*}{4 \cdot \varepsilon_{max}}} - \sqrt{\frac{(\Omega^*)^2}{16 \cdot \varepsilon_{max}^2} + \frac{T_a^3 \cdot \Omega^*}{54 \cdot \varepsilon_{max}}} .$$
(22)

Выразив искомую постоянную времени  $T_{\epsilon}$  из формулы (20) с учётом выражения (22), найдём действительный неотрицательный корень исходного уравнения (19)

$$\Gamma_{\varepsilon} = \sqrt[3]{\frac{T_a^3}{27} + \frac{\Omega^*}{4 \cdot \varepsilon_{\max}}} + \sqrt{\frac{(\Omega^*)^2}{16 \cdot \varepsilon_{\max}^2} + \frac{T_a^3 \cdot \Omega^*}{54 \cdot \varepsilon_{\max}}} + \sqrt[3]{\frac{T_a^3}{27} + \frac{\Omega^*}{4 \cdot \varepsilon_{\max}}} - \sqrt{\frac{(\Omega^*)^2}{16 \cdot \varepsilon_{\max}^2} + \frac{T_a^3 \cdot \Omega^*}{54 \cdot \varepsilon_{\max}}} - \frac{2}{3}T_a \cdot (23)$$

Полученное выражение для постоянной времени  $T_{\epsilon}$  представляется сравнительно сложным с точки зрения восприятия, что делает неоправданным дальнейшее решение задачи в общем виде, требующее ряда подстановок этого выражения для модификации расчётных формул (3), (4) или (5), (6) и алгоритма управления (2). Вместо этого

приведём дальнейшую последовательность вычислений, выполняемых в ходе синтеза каскада регуляторов (2). При этом напомним, что уравнения (16)-(18) образуют систему с тремя неизвестными  $T_{\phi}$ ,  $T_{\omega}$ ,  $T_{\epsilon}$  и подлежат совместному решению. Подстановка результатов вычислений по формуле (23) в уравнения (16), (17) даёт значения постоянных времени  $T_{\phi}$ ,  $T_{\omega}$ , необходимые для расчёта по формулам (5), (6). Из определений постоянных времени (5) выражаются неизвестные максимумы первой и второй производных выходной координаты

$$\varphi_{\max} = \omega_{\max} \cdot T_{\omega}, \qquad (24)$$

$$\omega_{\max} = \varepsilon_{\max} \cdot T_{\varepsilon}. \tag{25}$$

Результаты вычислений по формулам (24), (25) определяют амплитуды сигналов регуляторов  $R_{\Omega}$ ,  $R_{\phi}$  каскада (2) и подлежат подстановке в формулы (3), (4) в случае их использования вместо равносильных выражений (5), (6).

Формула (23) и основанные на ней расчёты актуальны только для полуоткрытого диапазона значений скачка задания скорости [ $\Omega^{*H}$ ,  $\Omega^{*B}$ ), в котором реализуется представленная на рис.1 форма переходной траектории. Верхняя граница диапазона воспроизводимых на данной траектории заданий  $\Omega^{*B}$  соответствует условиям (7). Подставив в равенства (17), (16) постоянные времени (15), (5), получим систему

$$\varphi_{\max} = \omega_{\max} (T_{\varepsilon} + T_{a})$$
  
 
$$\Omega^{*B} = 2 \cdot \varphi_{\max} (T_{\varepsilon} + T_{a})$$

откуда выразим искомую верхнюю границу диапазона

$$\Omega^{*B} = 2 \cdot \omega_{\max} \left( T_{\varepsilon} + T_{a} \right)^{2}.$$
<sup>(26)</sup>

Она вычисляется подстановкой значений  $\varepsilon_{max}$ ,  $a_{max}$ , которые для данного режима фиксированы, и равного  $\omega_{max}$  граничного значения  $\omega(t)$  в формулы (5), (26). Заметим, что формула (26) совпадает с определённой в работе [6] нижней границей диапазона заданий  $\Omega^{*H}$ , воспроизводимых с фиксированным уровнем  $\omega_{max}$  и неопределённым  $\phi_{max}$ .

Для нижней границы  $\Omega^{*H}$  рассматриваемого диапазона наряду с (7) выполняется условие  $T_{se} = 0$ , из которого с учётом (11) вытекает равенство

$$T_{\varepsilon} = T_{a} . \tag{27}$$

Подставив в равенства (27), (16), (17) постоянные времени (15), (5), получим систему

$$\left. \begin{array}{l} \omega_{max} = \epsilon_{max} T_a \\ \phi_{max} = 2 \cdot \omega_{max} T_a \\ \Omega^{*H} = 4 \cdot \phi_{max} T_a \end{array} \right\},$$

откуда выразим искомую нижнюю границу диапазона

$$\Omega^{*H} = 8 \cdot \varepsilon_{\max} T_a^3 = 8 \cdot a_{\max} T_a^4.$$
<sup>(28)</sup>

Она вычисляется подстановкой значений  $\varepsilon_{max}$ ,  $a_{max}$ , которые для данного режима фиксированы, в формулы (5), (28).

Заметим, что временные диаграммы (рис.1), лежащие в основе изложенной методики синтеза, не претендуют на оригинальность. Их расчёт, включая условия существования, приводится в несколько отличной от (1) системе обозначений в статьях ряда других авторов, например, [8]. Элемент новизны настоящей работы состоит в интеграции данной траектории в математический аппарат метода N-i переключений, обеспечивающего оптимизацию замкнутой системы управления по быстродействию без явного расчёта временных диаграмм.

**Выводы.** Установленная аналитическая зависимость (23) постоянной времени  $T_{\epsilon}$  от величины скачка задающего воздействия  $\Omega^*$  позволяет рассчитать максимумы первой и второй производных (24), (25) регулируемой координаты системы четвёртого порядка и осуществить адаптацию настроек релейной СПР к заданной форме переходной траектории. Параметрический синтез каскада регуляторов (2) методом N-i переключений реализуется последовательностью вычислений по формулам (23), (16), (17), (24), (25), (5), (6) или (23), (16), (17), (24), (25), (3), (4). Диапазон значений задающего воздействия  $\Omega^*$  для применения данного порядка расчёта определяется выражениями (26), (28).

Результаты настоящей работы ориентированы на применение в самонастраивающихся системах управления электроприводами с конечной жёсткостью кинематической цепи. Потенциал развития изложенной методики параметрического синтеза заключается в возможности использования иных форм расчётной траектории, специфичных для конкретных объектов управления.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Релейные системы оптимального управления электроприводами / Садовой А.В., Сухинин Б.В., Сохина Ю.В., Дерец А.Л. Днепродзержинск: ДГТУ, 2011. 337с.
- Садовой А.В. Параметрический синтез позиционных релейных систем подчиненного регулирования методом N-i переключений / Садовой А.В., Дерец А.Л. // Вестник НТУ ХПИ. Серия «Электротехника, электроника, электропривод»: "Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика". – Харьков, 2005. – Выпуск 45. – С.71-73.
- Садовой А.В. Анализ характера скользящего режима оптимальной по быстродействию позиционной релейной СУЭП / Садовой А.В., Дерец А.Л. // Сборник научных трудов Днепродзержинского государственного технического университета (технические науки). – Днепродзержинск: ДГТУ. – 2008. – Выпуск 8. – С.140-144.
- Садовой А.В. Параметрический синтез релейной системы подчиненного регулирования скорости электропривода с упругой связью / Садовой А.В., Дерец А.Л. // Вестник Кременчугского государственного политехнического университета. – Кременчуг: КГПУ. – Выпуск 3/2008(50). – Часть 1. – С.83-87.
- Садовой А.В. Анализ устойчивости скользящего режима оптимальной по быстродействию системы четвертого порядка / Садовой А.В., Дерец А.Л. // Вестник НТУ ХПИ. Ссерия «Электротехника, электроника и электропривод». – Харьков, 2008. – Выпуск 30. – С.91-93.
- Дерец А.Л. Оптимизация по быстродействию системы регулирования скорости электропривода методом N-і переключений при неопределённом максимуме упругого момента / Дерец А.Л., Садовой А.В.// Сборник научных трудов Днепродзержинского государственного технического университета (технические науки). – Днепродзержинск: ДГТУ. – 2013. – Вып. 1 (21). – С.150-156.

#### Електромеханіка. Електротехніка

- 7. Бронштейн И.Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗов / Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. М.: Наука, 1986. 544с.
- Добробаба Ю.П. Разработка оптимальной по быстродействию диаграммы для небольших перемещений электроприводов переменного тока / Добробаба Ю.П., Шпилев А.А., Мурлина Е.А. // Известия ВУЗов. Пищевая технология. – 2010. – № 1. – С.84-87.

Поступила в редколлегию 28.03.2016.

УДК 62-52

ШЕРЕМЕТ О.І., к.т.н., доцент САДОВОЙ О.В., д.т.н., професор СОХІНА Ю.В., к.т.н., доцент

### Дніпродзержинський державний технічний університет

# СИНТЕЗ ДВОКООРДИНАТНОЇ СЛІДКУЮЧОЇ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ НА БАЗІ ДИСКРЕТНОГО ЧАСОВОГО ЕКВАЛАЙЗЕРА

Вступ. Системи, в яких керована величина відтворює сигнал завдання, що змінюється довільно, називаються слідкуючими. Прикладом слідкуючої системи може бути система керування електроприводами радіолокаційної станції, яка повинна слідкувати за деякою ціллю або система керування електроприводами копіювального верстату, що відтворює рух вимірювального щупа за контуром деталі [1].

Слідкуючі системи можуть контролювати одну координату, але частіше такі системи є багатокоординатними і відтворюють деяку траєкторію у двовимірному або тривимірному просторі. В цьому разі електроприводи, що забезпечують потрібний рух об'єкта керування, будуть взаємозв'язаними через деяку функцію мети, для реалізації якої призначається слідкуюча система.

Постановка задачі. Двокоординатна слідкуюча електромеханічна система використовується у радіолокаційній станції російського протитанкового ракетного комплексу «Хризантема-С», що призначений для знищення танків, у тому числі і з динамічним захистом, малотоннажних надводних і низьколітаючих дозвукових повітряних цілей, залізобетонних оборонних споруд, а також живої сили, що перебуває як в укритті, так і на відкритій площі.

Для радіолокаційних систем, подібних до тієї, що встановлена у комплексі «Хризантема-С», особливо важливими є швидкодія та точність відтворення заданої траєкторії руху. Цифро-аналогова система з дискретним часовим еквалайзером може забезпечити високу швидкодію та точність відтворення потрібної траєкторії руху об'єкта керування, тому вона може бути застосована у радіолокаційній системі.

Поставимо задачу синтезу двокоординатної слідкуючої електромеханічної системи на базі дискретного часового еквалайзера за умови часткової компенсації об'єкта керування. При цьому будується обернена еталонна модель об'єкта керування та доповнюється передатною функцією типової динамічної ланки, що забезпечує модифікацію принципу симетрії структурних схем [2]. Краще за все в якості типової динамічної ланки використовувати інтегруючу ланку, котра забезпечить перший порядок астатизму. Крім того, при наявності інтегруючих ланок у складі об'єкта керування їх не слід піддавати компенсації, оскільки вони також підвищуватимуть порядок астатизму системи.

**Результати роботи.** Об'єктами керування у слідкуючій системі керування радіолокаційною станцією є два двигуни постійного струму, кожен з яких живиться від власного транзисторного перетворювача, крім того, кожен з керованих двигунів має



Рисунок 1 – Азимутальне пересування та пересування за кутом місця

власний редуктор спеціальної конструкції. Перший двигун забезпечує азимутальне пересування антени φ, а другий – пересування за кутом місця θ (рис.1).

Технічні дані, на які будемо спиратись під час розрахунків, наведено у табл.1.

На рис.2 наведено структурну схему першого об'єкта керування. Перетворювач являє собою аперіодичну ланку

Таблиця 1 – Вихідні технічні дані для розрахунків

Параметр	Значення
Максимальна напруга керування	10 B
Коефіцієнт передачі перетворювача, k <sub>тп</sub>	3
Стала часу перетворювача, Т <sub>µ</sub>	$10^{-4}$ c
Опір якірного кола приводу, R <sub>я</sub>	2,9 Ом
Електромагнітна стала часу якірного кола приводу, Т <sub>я</sub>	8·10 <sup>-3</sup> Ом
Конструктивна стала часу двигуна С	$5,2 \cdot 10^{-2}$ Bc
Номінальна напруга живлення двигуна	27 B
Номінальна швидкість обертання валу двигуна	428 рад/с
Електромеханічна стала часу приводу, Т <sub>м</sub>	$2 \cdot 10^{-2}$ c
Коефіцієнт передачі редуктора за азимутом, k <sub>pl</sub>	1/850
Коефіцієнт передачі редуктора за кутом місця, k <sub>p2</sub>	1/1700
Еквівалентна дія завдання за азимутом	3°sin(0,8t)
Еквівалентна дія завдання за кутом місця	$0,4^{\circ}\sin(1,5t)$
Допустима похибка пересування	20″



першого порядку зі сталою часу  $T_{\mu}$  та коефіцієнтом передачі  $k_{T\Pi}$ . Двигун складається з електромагнітної та електромеханічної частин, охоплених від'ємним зворотним зв'язком за конструктивною сталою

Рисунок 2 – Структурна схема першого об'єкта керування (забезпечує азимутальне пересування)

часу двигуна С. Редуктор за азимутальним пересуванням можна представити у вигляді інтегруючої ланки з коефіцієнтом передачі k<sub>n1</sub>.

Структурна схема другого об'єкта керування буде відрізнятись від розглянутої вище структурної схеми лише іншим коефіцієнтом передачі редуктора k<sub>p2</sub> – за кутомісним пересуванням (рис.3).

Виконаємо синтез дискретного часового еквалайзеру для двокоординатної слідкуючої системи, що повинна відпрацьовувати задані значення азимутального та кутомісного пересувань з допустимою похибкою у 20 кутових секунд.



Рисунок 3 – Структурна схема другого об'єкта керування (забезпечує кутомісне пересування)



Рисунок 4 – Структурна схема автоматизованої електромеханічної системи за умови часткової компенсації об'єкта керування

Для побудування автоматизованої електромеханічної системи з дискретним часовим еквалайзером кожен із взаелектроємозв'язаних приводів представимо у вигляді структурної схеми, наведеної на рис.4. Ця схема передбачає часткову компенсацію об'єкта керування та включає до свого складу наступні елементи:

– дискретний часовий еквалайзер з передатною функцією  $W_{ekB}(z)$ ;

 – елементи квантування сигналу, що спрацьовують з періодом Т;

 екстраполятор нульового порядку з пере-

датною функцією  $(1 - e^{-Tp})/p$ , який необхідно застосовувати для узгодження роботи дискретного часового еквалайзера з аналоговою частиною системи;

– блок модифікації зворотного перетворення з передатною функцією W<sub>мол</sub>(p).

Виведемо передатні функції першого та другого об'єктів керування, використовуючи структурні схеми, наведені на рис.2 та 3. Перший об'єкт керування (той, що забезпечує азимутальне пересування) матиме наступну передатну функцію:

$$\begin{split} W_{0\bar{0}1}(p) &= \frac{k_{TT}k_{pl}}{(T_{\mu}p+1)p} \cdot \frac{\frac{R_{\pi}}{CT_{M}p} \cdot \frac{1/R_{\pi}}{T_{\pi}p+1}}{1 + \frac{R_{\pi}}{CT_{M}p} \cdot \frac{1/R_{\pi}}{T_{\pi}p+1} \cdot C} = \frac{k_{TT}k_{pl}}{T_{\mu}p+1} \cdot \frac{1}{CT_{M}p(T_{\pi}p+1)} = \\ &= \frac{k_{TT}k_{pl}}{(T_{\mu}p+1)p} \cdot \frac{1/C}{T_{M}p(T_{\pi}p+1)+1} = \frac{k_{TT}k_{pl}/C}{(T_{\pi}T_{M}p^{2} + T_{M}p+1)(T_{\mu}p+1)p} = \\ &= \frac{k_{TT}k_{pl}/C}{(T_{\pi}T_{M}T_{\mu}p^{3} + T_{\pi}T_{M}p^{2} + T_{M}T_{\mu}p^{2} + T_{M}p + T_{\mu}p+1)p} = \\ &= \frac{k_{TT}k_{pl}/C}{(T_{\pi}T_{M}T_{\mu}p^{3} + (T_{\pi}T_{M} + T_{M}T_{\mu})p^{2} + (T_{M} + T_{\mu})p+1)p} = \\ &= \frac{k_{TT}k_{pl}/C}{(T_{\pi}T_{M}T_{\mu}p^{3} + (T_{\pi}T_{M} + T_{M}T_{\mu})p^{2} + (T_{M} + T_{\mu})p+1)p} = \\ &= \frac{k_{TT}k_{pl}/C}{(p^{3} + \frac{(T_{\pi}T_{M} + T_{M}T_{\mu})}{CT_{\pi}T_{M}T_{\mu}}p^{2} + \frac{(T_{M} + T_{\mu})}{CT_{\pi}T_{M}T_{\mu}}p} + \frac{1}{CT_{\pi}T_{M}T_{\mu}}p} = \frac{\beta_{01}}{(p^{3} + \alpha_{2}p^{2} + \alpha_{1}p + \alpha_{0})p}. \end{split}$$
(1)

Коефіцієнти  $\alpha_2$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_0$  та  $\beta_{01}$  у передатній функції (1) введені для застосування зворотного принципу симетрії структурних схем, розглядаючи його відносно об'єкта у канонічній формі керованості Фробеніуса, яка спрощує знаходження оберненої передатної функції об'єкта під час виконання його компенсації. Значення цих коефіцієнтів:

$$\beta_{01} = \frac{k_{TT}k_{p1}}{CT_{g}T_{M}T_{\mu}}, \ \alpha_{0} = \frac{1}{CT_{g}T_{M}T_{\mu}}, \ \alpha_{1} = \frac{(T_{M} + T_{\mu})}{CT_{g}T_{M}T_{\mu}}, \ \alpha_{2} = \frac{(T_{g}T_{M} + T_{M}T_{\mu})}{CT_{g}T_{M}T_{\mu}}$$

Розмірковуючи аналогічно, одержимо передатну функцію для другого об'єкта керування

$$W_{o62}(p) = \frac{\beta_{02}}{(p^3 + \alpha_2 p^2 + \alpha_1 p + \alpha_0)p}.$$
 (2)

Коефіцієнти передатної функції (2) розраховуються таким самим чином, як і коефіцієнти  $W_{ool}(p)$ , окрім значення  $\beta_{02}$ , яке розраховується наступним чином:

$$\beta_{02} = \frac{k_{\mathrm{TII}}k_{\mathrm{p2}}}{CT_{\mathrm{g}}T_{\mathrm{M}}T_{\mathrm{m}}}.$$

Обидві з одержаних передатних функцій об'єктів керування включають до свого складу інтегратор. Компенсувати повністю вплив цієї частини об'єктів на динаміку системи неможливо та й недоцільно, оскільки наявність у об'єктів інтегруючих властивостей підвищить порядок астатизму системи в цілому. Тоді компенсації підлягатиме лише частина передатних функцій об'єктів

$$W_{o \vec{0}.\kappa 1}(p) = \frac{\beta_{01}}{p^3 + \alpha_2 p^2 + \alpha_1 p + \alpha_0}, \ W_{o \vec{0}.\kappa 2}(p) = \frac{\beta_{02}}{p^3 + \alpha_2 p^2 + \alpha_1 p + \alpha_0}$$

а інтегруючу частину  $W_{\text{об.мод}}(p)$  є раціональним віднести до блока модифікації зворотного перетворення  $W_{\text{мод}}(p)$ . Тоді для обох об'єктів одержимо однаковий блок модифікації

$$W_{\text{об.мод}}(p) = \frac{1}{p}, W_{\text{мод}}(p) = W_{\text{об.мод}}(p) \frac{1}{p} = \frac{1}{p^2}.$$

Структурна схема оберненої еталонної моделі, що компенсує частину першого об'єкта з передатною функцією  $W_{o \overline{o}.\kappa 1}(p)$ , представлена на рис.5, а другого об'єкта з передатною функцією  $W_{o \overline{o}.\kappa 2}(p)$  – на рис.6.





Екстраполятор нульового порядку має наступну передатну функцію:

$$W_{e\kappa c}(p) = \frac{1 - e^{-1p}}{p} = \frac{z - 1}{zp},$$

де р – оператор Лапласа;

z – оператор дискретного перетворення;

Т – період квантування.



Рисунок 6 – Структурна схема оберненої еталонної моделі другого об'єкта керування

Розрахункові значення коефіцієнтів, отримані за вихідними даними з табл.1:  $\alpha_0 = 62500000$ ,  $\alpha_1 = 1256250$ ,  $\alpha_2 = 10125$ ,  $\beta_{01} = 4242081,448$ ,  $\beta_{02} = 2121040,724$ .

Неперервну частину з урахуванням екстраполятора нульового порядку, який встановлюється між дискретним часовим еквалайзером та неперервною частиною системи, представимо у вигляді приведеної передатної функції W<sub>прив</sub>(z). Виконуючи z-перетворення, одержимо наступний вираз:

$$W_{\Pi P \mu B}(z) = \frac{z-1}{z} \cdot Z \left\{ \frac{W_{MO, I}(p)}{p} \right\} = \frac{z-1}{z} \cdot Z \left\{ \frac{1}{p^3} \right\} = \frac{z-1}{z} \cdot \frac{T^2 z(z+1)}{2(z-1)^3} = \frac{T^2(z+1)}{2(z-1)^2}.$$
 (3)

Тоді, з урахуванням формули (3), передатна функція замкненої системи у дискретній формі  $W_3(z)$  за рисунком 4 становитиме

$$W_{3}(z) = \frac{W_{e_{KB}}(z)W_{\Pi P \mu B}(z)}{1 + W_{e_{KB}}(z)W_{\Pi P \mu B}(z)k_{_{3B,3}}} = \frac{W_{e_{KB}}(z)\frac{T^{2}(z+1)}{2(z-1)^{2}}}{1 + W_{e_{KB}}(z)\frac{T^{2}(z+1)}{2(z-1)^{2}}k_{_{3B,3}}} = \frac{W_{e_{KB}}(z)T^{2}(z+1)}{2(z-1)^{2}}k_{_{3B,3}} = \frac{W_{e_{KB}}(z)T^{2}(z+1)}k_{_{3B,3}}$$

Дискретний часовий еквалайзер повинен виконувати налаштування замкненої системи (4) на дискретну перехідну функцію кінцевої тривалості, котра теоретично можлива за умови зведення характеристичного рівняння до вигляду z<sup>n</sup>. Тоді бажана передатна функція приведеної до дискретного вигляду цифро-аналогової системи буде наступною (порядок чисельника не може перевищувати порядок знаменника):

$$W_{\delta}(z) = \frac{a_{k}z^{k} + a_{k-1}z^{k-1} + a_{k-2}z^{k-2} + \dots + a_{1}z + a_{0}}{z^{k}},$$
(5)

де k – порядок характеристичного рівняння (повинен співпадати або бути більшим за порядок характеристичного рівняння об'єкта керування k ≥ n );

а<sub>k</sub>, а<sub>k-1</sub>, а<sub>k-2</sub>, ..., а<sub>1</sub>, а<sub>0</sub> – коефіцієнти, що характеризують збільшення рівнів перехідної функції на кожному такті квантування.

Прирівнюючи передатну функцію замкненої системи (4) з бажаною передатною функцією (5), одержимо математичний вираз для дискретного часового еквалайзера

$$\begin{aligned} \frac{W_{e_{KB}}(z)T^{2}(z+1)}{2(z-1)^{2}+W_{e_{KB}}(z)T^{2}(z+1)k_{_{3B,3}}} &= \frac{a_{k}z^{k}+a_{k-1}z^{k-1}+a_{k-2}z^{k-2}+...+a_{1}z+a_{0}}{z^{k}},\\ W_{e_{KB}}(z)T^{2}(z+1)z^{k} &= \\ &= \left(a_{k}z^{k}+a_{k-1}z^{k-1}+a_{k-2}z^{k-2}+...+a_{1}z+a_{0}\right)\left(2(z-1)^{2}+W_{e_{KB}}(z)T^{2}(z+1)k_{_{3B,3}}\right),\end{aligned}$$

$$\begin{split} W_{e_{KB}}(z)T^{2}(z+1)z^{k} - W_{e_{KB}}(z)T^{2}(z+1)k_{3B,3}(a_{k}z^{k} + a_{k-1}z^{k-1} + a_{k-2}z^{k-2} + ... + a_{1}z + a_{0}) = \\ &= 2(z-1)^{2}(a_{k}z^{k} + a_{k-1}z^{k-1} + a_{k-2}z^{k-2} + ... + a_{1}z + a_{0}), \\ W_{e_{KB}}(z)(T^{2}(z+1)z^{k} - T^{2}(z+1)k_{3B,3}(a_{k}z^{k} + a_{k-1}z^{k-1} + a_{k-2}z^{k-2} + ... + a_{1}z + a_{0})) = \\ &= 2(z-1)^{2}(a_{k}z^{k} + a_{k-1}z^{k-1} + a_{k-2}z^{k-2} + ... + a_{1}z + a_{0}), \\ W_{e_{KB}}(z)(T^{2}(1-a_{k}k_{3B,3})z^{k+1} + T^{2}(1-(a_{k-1} + a_{k})k_{3B,3})z^{k} - T^{2}(a_{k-2} + a_{k-1})k_{3B,3}z^{k-1} - ... - \\ &- T^{2}(a_{1} + a_{2})k_{3B,3}z^{2} - T^{2}(a_{0} + a_{1})k_{3B,3}z - T^{2}a_{0}k_{3B,3}) = \\ &= 2a_{k}z^{k+2} + (a_{k-1} - 2a_{k})z^{k+1} + 2(a_{k-2} - 2a_{k-1} + a_{k})z^{k} + 2(a_{k-3} - 2a_{k-2} + a_{k-1})z^{k-1} + ... + \\ &+ 2(a_{0} - 2a_{1} + a_{2})z^{2} + 2(a_{1} - 2a_{0})z + 2a_{0}, \\ W_{e_{KB}}(z) &= \frac{2a_{k}z^{k+2} + (a_{k-1} - 2a_{k})z^{k+1} + T^{2}(1 - (a_{k-1} + a_{k})k_{3B,3})z^{k} - T^{2}(a_{k-2} + a_{k-1})k_{3B,3}z^{k-1} - ... - \\ &+ 2(a_{k-3} - 2a_{k-2} + a_{k-1})z^{k+1} + T^{2}(1 - (a_{k-1} + a_{k})k_{3B,3})z^{k} - T^{2}(a_{k-2} + a_{k-1})k_{3B,3}z^{k-1} - ... - \\ &+ 2(a_{k-3} - 2a_{k-2} + a_{k-1})z^{k-1} + ... + 2(a_{0} - 2a_{1} + a_{2})z^{2} + 2(a_{1} - 2a_{0})z + 2a_{0}, \\ &+ 2(a_{k-3} - 2a_{k-2} + a_{k-1})z^{k-1} + ... + 2(a_{0} - 2a_{1} + a_{2})z^{2} + 2(a_{1} - 2a_{0})z + 2a_{0}, \\ &+ 2(a_{k-3} - 2a_{k-2} + a_{k-1})z^{k-1} + ... + 2(a_{0} - 2a_{1} + a_{2})z^{2} + 2(a_{1} - 2a_{0})z + 2a_{0}, \\ &+ 2(a_{k-3} - 2a_{k-2} + a_{k-1})z^{k-1} + ... + 2(a_{0} - 2a_{1} + a_{2})z^{2} + 2(a_{1} - 2a_{0})z + 2a_{0}, \\ &+ 2(a_{k-3} - 2a_{k-2} + a_{k-1})z^{k-1} + ... + 2(a_{0} - 2a_{1} + a_{2})z^{2} + 2(a_{1} - 2a_{0})z + 2a_{0}, \\ &+ 2(a_{k-3} - 2a_{k-2} + a_{k-1})z^{k-1} + ... + 2(a_{0} - 2a_{1} + a_{2})z^{2} + 2(a_{1} - 2a_{0})z + 2a_{0}, \\ &+ 2(a_{k-3} - 2a_{k-2} + a_{k-1})z^{k-1} + ... + 2(a_{0} - 2a_{1} + a_{2})z^{2} + 2(a_{1} - 2a_{0})z + 2a_{0}, \\ &+ 2(a_{k-3} - 2a_{k-2} + a_{k-1})z^{k-1} + ... + 2(a_{k-3} - 2a_{k-2} - a_{k-2})z$$

Для виконання умови фізичної реалізації регулятора [3] порядок чисельника його передатної функції не повинен перевищувати порядку знаменника, тому в одержаному виразі (6) слід прийняти значення коефіцієнтів  $a_k = 0$  та  $a_{k-1} = 0$ . При цьому бажана перехідна функція буде мати запізнення на два періоди квантування [4].

$$W_{e\kappa B}(z) = \frac{2a_{k-2}z^{k} + 2(a_{k-3} - 2a_{k-2})z^{k-1} + ... + 2(a_{0} - 2a_{1} + a_{2})z^{2} + \rightarrow}{T^{2}z^{k+1} + T^{2}z^{k} - T^{2}a_{k-2}k_{3B,3}z^{k-1} - T^{2}(a_{k-3} + a_{k-2})k_{3B,3}z^{k-2} - ... - \rightarrow}$$
$$\frac{\rightarrow +2(a_{1} - 2a_{0})z + 2a_{0}}{\rightarrow -T^{2}(a_{1} + a_{2})k_{3B,3}z^{2} - T^{2}(a_{0} + a_{1})k_{3B,3}z - T^{2}a_{0}k_{3B,3}}.$$

Період квантування приймемо  $T = 6,6 \cdot 10^{-4}$  с (виходячи з частоти перемикання транзисторів у 1,5 кГц). Коефіцієнт зворотного зв'язку  $k_{3B,3} = 0,1$ , а коефіцієнти еквалайзера при k = 5 оберемо  $a_3 = 0,4$ ,  $a_2 = 0,3$ ,  $a_1 = 0,2$   $a_0 = 0,1$ . Передатна функція еквалайзера з урахуванням цих чисельних значень буде наступною:

$$W_{eKB}(z) = \frac{2a_3z^5 + 2(a_2 - 2a_3)z^4 + 2(a_1 - 2a_2 + a_3)z^3 + 2(a_0 - 2a_1 + a_2)z^2 + \rightarrow}{T^2 z^6 + T^2 z^5 - T^2 a_3 k_{_{3B,3}} z^4 - T^2 (a_2 + a_3) k_{_{3B,3}} z^3 - T^2 (a_1 + a_2) k_{_{3B,3}} z^2 - \rightarrow} \frac{\rightarrow + 2(a_1 - 2a_0)z + 2a_0}{\rightarrow -T^2 (a_0 + a_1) k_{_{3B,3}} z - T^2 a_0 k_{_{3B,3}}}.$$

Підставляючи чисельні значення, одержимо наступну передатну функцію для дискретного часового еквалайзера (передатні функції будуть однаковими як для азимутального пересування, так і для кутомісного)

$$W_{eKB}(z) = \frac{0.8z^5 - z^4 + 0.2}{4.356 \cdot 10^{-7} z^6 + 4.356 \cdot 10^{-7} z^5 - 1.742 \cdot 10^{-8} z^4 - 3.049 \cdot 10^{-8} z^3 - 2.178 \cdot 10^{-8} z^2 - 3.049 \cdot$$

Промоделюємо одержану систему у MATLAB Simulink. Загалом модель двокоординатної слідкуючої електромеханічної системи на базі дискретного часового еквалайзера наведена на рис.7.





Передатна функція блоку модифікації зворотного перетворення представлена аналоговими інтеграторами – Integrator1 та Integrator2, екстраполятори нульового порядку – блоками Zero-Oder Hold1 та Zero-Oder Hold2, дискретні часові еквалайзери – блоками Discrete Equalaizer1 та Discrete Equalaizer2, редуктори – блоками Reductor1 та Reductor2, обернені еталонні моделі першого та другого об'єктів керування – блоками Invers1 та Invers2 (рис.8 та 9), частини об'єктів, що підлягають компенсації – блоками Object\_komp1 та Object\_komp2. Структурно ці блоки є однаковими, а їхній вміст наведено на рис.10 (моделювання виконувалося на холостому ході, на що вказує нульовий струм навантаження на моделі)



Рисунок 8 – Обернена еталонна модель першого об'єкта керування



Рисунок 9 - Обернена еталонна модель другого об'єкта керування



Рисунок 10 – Модель частин об'єктів керування, які компенсуються дією регуляторів

Під час моделювання оберненої еталонної моделі (рис.8 та 9) замість блоків ідеального диференціювання встановлювались передатні функції, що реалізовували реальне диференціювання (diff1 – diff3). Необхідність цього кроку обумовлена тим, що MATLAB Simulink не завжди коректно працює зі стандартним блоком диференціювання Derivative.

В якості сигналів завдання при моделюванні використовувалась еквівалентна дія завдання за азимутом та еквівалентна дія завдання за кутом місця (табл.1).

#### Електромеханіка. Електротехніка

Блок Azimut (рис.7) відображає у одній системі координат завдання за азимутом та фактично відпрацьоване моделлю значення кута азимутального пересування. Сигнал, знятий з блока Azimut, наведено на рис.11.

Блок Kutmiscya (рис.7) відображає у одній системі координат завдання за кутом місця та фактично відпрацьоване моделлю значення кутомісного пересування. Сигнал, знятий з блока Kutmiscya, наведено на рис.12.

Оскільки розрахункові значення кутів під час моделювання мають розмірність "радіан", то для відображення графіків функцій у градусній мірі сигнал перед блоками Azimut та Kutmiscya помножувався на коефіцієнт  $180/\pi$ .



Рисунок 11 – Пересування антени за азимутом



Рисунок 12 – Пересування антени за кутом місця

Аналізуючи залежності, наведені на рис.11 та 12, можна дійти до висновку, що візуально похибка між сигналом завдання та результатом роботи системи не спостерігається. Для оцінки величини цієї похибки у моделі сигнал на першому виході системи віднімається від сигналу завдання за азимутом, а сигнал на другому виході – від сигналу завдання за кутом місця. Потім результат множиться на коефіцієнт  $3600.180/\pi$ , що дає значення похибки у кутових секундах. Блок Pohibka1 відображає похибку за азимутом (рис.13), а блок Pohibka2 – за кутом місця (рис.14).



Рисунок 14 – Похибка за кутомісним пересуванням

З рис.13 та 14 слідує, що максимальна похибка за азимутальним пересуванням становить 17,4", а за кутомісним – 4,4", що не перевищує максимально допустимої похибки пересування у 20".

Блок То Workspace (рис.7) використовується для запису у робочому просторі MATLAB усіх експериментальних точок у вигляді структурованої матриці (всього оброблено 9794205 експериментальних точок). В першому стовпчику записується результат роботи електромеханічної системи за азимутальним пересуванням, у другому – сигнал завдання за азимутом, у третьому – результат роботи електромеханічної системи за кутомісним пересуванням, у четвертому – сигнал завдання за кутом місця.

За допомогою команди для побудування графічних залежностей plot(Data.signals.values(1:9794205, 1), Data.signals.values(1:9794205, 3), '-m', Data.signals.values(1:9794205, 2), Data.signals.values(1:9794205, 4), '-r') можна відобразити у одній параметричній системі координат криву, що зв'язує у один і той же момент часу  $\theta(t)$  та  $\varphi(t)$  за завданням та за результатами моделювання (рис.15).

Виходячи з рис.15, візуально не можна відрізнити криву, що одержана за сигналом завдання та за тим сигналом, який відпрацювала система.

Висновки. Метод синтезу автоматизованих електромеханічних систем на базі дискретного часового еквалайзера можна застосовувати для двокоординатних слідкую-



Рисунок 15 – Крива, що зв'язує у один і той же момент часу  $\theta(t)$  та  $\phi(t)$ 

чих електромеханічних системи. При цьому зворотний зв'язок слід утворювати за головними керованими координатами: азимутальним та кутомісним пересуваннями. Редуктор, як елемент кожного з двох об'єктів керування, вносить свою інтегруючу складову, що за наявності інтегруючих властивостей у ланки, яка модифікує принцип симетрії структурних схем, призводить до з'явлення другого порядку астатизму у синтезованій системі.

Точність відпрацювання сигналу завдання залежить від швидкодії дискретного часового еквалайзера і при зменшенні періоду квантування похибка зменшується. Динаміка, що задається дискретним часовим еквалайзером, може обиратись однаковою для кожного із взаємозв'язаних електроприводів (азимутального та кутомісного пересування), або може відрізнятись (за необхідності).

Ланки, що утворюють обернені еталонні моделі об'єктів керування, не обов'язково повинні компенсувати вплив усього об'єкту на динаміку системи, – можна застосовувати раціональну компенсацію лише частини об'єкта, враховуючи цей факт під час синтезу передатної функції дискретного часового еквалайзера.

## ЛІТЕРАТУРА

- 1. Бесекерский В.А. Теория систем автоматического управления / В.А.Бесекерский, Е.П.Попов. Изд. 4-е, перераб. и доп. СПб.: Изд-во «Профессия», 2003. 752с.
- 2. Садовой А.В. Системы оптимального управления прецизионными электроприводами / А.В.Садовой, Б.В.Сухинин, Ю.В.Сохина; под ред. А.В.Садового. К.: ИСИМО, 1996. 298с.
- 3. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т. 1. Линейные системы. М.: ФИЗ-МАТЛИТ, 2003. – 288 с.
- Садовой О.В. Метод синтезу замкнених систем автоматичного регулювання на базі дискретного часового еквалайзера / Садовой О.В., Шеремет О.І. // Збірник наукових праць Дніпродзержинського державного технічного університету: (технічні науки). – Дніпродзержинськ: ДДТУ. – 2012. – Випуск 3(20). – С.124-129.

Надійшла до редколегії 02.06.2016.