

## РОЗДІЛ «ЕЛЕКТРОМЕХАНІКА. ЕЛЕКТРОТЕХНІКА»

УДК 621.313.323

КОЛЫЧЕВ С.В., к.т.н., доцент

Днепродзержинский государственный технический университет

### ОСОБЕННОСТИ ПУСКОВЫХ РЕЖИМОВ БЕСКОНТАКТНЫХ СОВМЕЩЕННЫХ СИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

**Введение.** В отличие от синхронных машин обычного исполнения пуск бесконтактных совмещенных синхронных двигателей (БССД) имеет ряд особенностей.

1. Двигатель не имеет специальной пусковой (демпферной) обмотки на роторе. Её роль по поперечной оси машины выполняет специальная трехфазно-однофазная совмещенная обмотка, уложенная в пазы полюсных наконечников. В синхронном режиме двигателя эта обмотка, взаимодействуя с полем управления, питает мостовой вращающийся выпрямитель (ВВ) трехфазной системой токов. Таким образом, указанная обмотка выполняет функцию роторной обмотки асинхронного возбудителя. В пусковом режиме двигателя электродвижущие силы (э.д.с.) всех катушек этой обмотки, наводимые полем статора, действуют согласно, и обмотка выполняет роль поперечного демпферного контура (рис.1). Демпферным контуром по продольной оси выступает сама обмотка возбуждения (ОВ). Совмещение функций роторных обмоток позволяет снизить габариты машины, упростить технологию её изготовления, отказаться от размещения

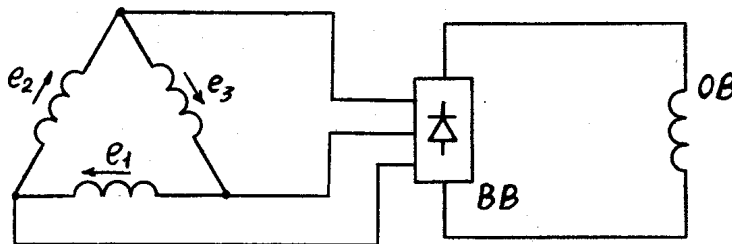


Рисунок 1 – Схема соединения роторных обмоток БССД

на валу основного двигателя специальной машины-возбудителя. При этом главная синхронная машина сохраняет бесконтактное исполнение и способность работать в соответствующих окружающих условиях.

2. Вращающийся выпрямитель должен быть снабжен защитным устройством,

обеспечивающим его защиту от пробоя повышенным напряжением, наведенным полем реакции якоря в обмотке возбуждения двигателя. Защитное бесконтактное устройство должно автоматически шунтировать выпрямитель в непроводящем направлении, замыкая его выход либо накоротко, либо на достаточно малое сопротивление.

3. Пуск БССД осуществляется при обесточенных цепях управления машины. Последние должны размыкаться на время пуска коммутирующим устройством, размещенным на статоре двигателя.

**Постановка задачи.** В противоположность машинам с полной демпферной (пусковой) обмоткой на роторе на вид механической характеристики БССД решающее влияние будут оказывать параметры обмотки возбуждения.

Требуемая величина пускового момента рассматриваемого двигателя достигается только введением в цепь возбуждения активного добавочного сопротивления, так как собственное активное сопротивление этой обмотки  $R_{f0}$  пренебрежимо мало по сравнению с индуктивным сопротивлением рассеяния  $X_{\sigma f}$ . Обычно  $R_{f0} = 0,005 \dots 0,025$ ;  $X_{\sigma f} = 0,14 \dots 0,19$ ;  $R_{f0} \ll X_{\sigma f}$  [1].

Введение в обмотку возбуждения на время пуска постоянного сопротивления вызывает необходимость шунтировать его во избежание потерь в синхронном режиме

двигателя. Если в качестве ВВ используется диодный трёхфазный мост, то шунтирование пускового сопротивления возможно в самом простейшем случае только тиристором, рассчитанным на полный ток форсировки. Указанный тиристор усложняет систему возбуждения.

Пусковые характеристики БССД можно улучшить введением в обмотку возбуждения переменного сопротивления, удовлетворяющего следующим требованиям:

- его активное сопротивление должно автоматически изменяться в функции частоты тока ротора;
- в начале пуска (скольжение  $S = 1$ ) это сопротивление должно иметь максимальное требуемое значение;
- к окончанию пуска двигателя ( $S = 0,05$ ) оно должно быть минимально возможным.

Заданным требованиям отвечает так называемое индукционное сопротивление (ИС), принцип действия которого основан на явлении поверхностного эффекта в массивных ферромагнитных телах, на которые воздействует переменная магнитодвижущая сила [2]. В отличие от постоянного активного сопротивления ИС имеет следующие достоинства:

- возможность изготовления во взрывозащищённом исполнении;
- зависимость параметров от частоты э.д.с. скольжения;
- превращение в тепло преобладающей части электрических роторных потерь вне рабочего объёма машины;
- простота способа получения и изменения требуемых номинальных и пусковых характеристик, плавности пуска;
- большая свобода выбора параметров и пусковых соотношений при проектировании машины;
- сравнительная простота изготовления и технологичность.

Опыт эксплуатации индукционных сопротивлений, установленных в роторных цепях регулируемых асинхронных двигателей, показал, что они обеспечивают надежную работу не только в обычных условиях, но и в сложных условиях шахт, а их надежность и долговечность превосходят аналогичные показатели асинхронных двигателей без ИС, а тем более показатели надёжности пускорегулирующей аппаратуры [2].

**Результаты работы.** Методика расчета дискового индукционного сопротивления основана на оперировании понятием комплексного магнитного сопротивления массивного магнитопровода, учитывает его кривизну, достаточно проста, даёт хорошее совпадение с экспериментальными результатами, позволяет выявить основные факторы, влияющие на эквивалентные параметры исследуемого устройства.

Ниже приводятся расчетные формулы, справедливые в режиме сильных полей, то есть при напряженности магнитного поля больше граничного значения, при котором магнитная проницаемость имеет максимум.

Опуская промежуточные преобразования, запишем конечное выражение для определения комплексного эквивалентного электрического сопротивления ферромагнитного массива, приведенного к обмотке индуктора

$$Z = (k_A + j \cdot k_P) \cdot \frac{\omega^{1/2} \cdot K_M \cdot W^{5/3}}{[C \cdot F(h, R)]^{2/3} \cdot I^{1/3}}, \quad (1)$$

где  $k_A$ ,  $k_P$  – коэффициенты, учитывающие соотношение активной и реактивной составляющих ИС;  $k_A = 0,83$ ;  $k_P = 0,56$  для  $\cos \varphi_{ИС} = 0,83$ ;

$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$  – круговая частота тока;

$W$  – число витков обмотки индуктора;

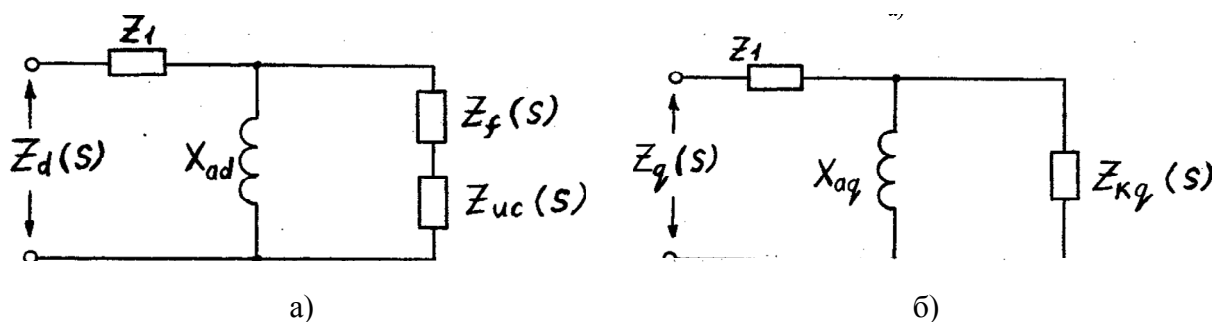
$K_M$  – величина, характеризующая свойства материала магнитопровода;

$C$  – коэффициент аппроксимации кривой намагничивания материала;  
 $F(h,R)$  – величина, характеризующая размеры окна магнитопровода;  
 $I$  – ток в обмотке ИС.

На схеме замещения БССД по продольной оси индукционное сопротивление можно представить как добавочное нелинейное сопротивление в контуре обмотки возбуждения (рис.2). Приведем значение эквивалентного электрического сопротивления ИС к обмотке статора машины:

$$Z'_{ИС} = Z \cdot \frac{K_i \cdot K_U}{S}, \quad (2)$$

где  $K_i, K_U$  – коэффициенты приведения тока и напряжения ОВ к статору;  
 $S$  – скольжение двигателя.



а) по оси d; б) по оси q

Рисунок 2 – Эквивалентная схема замещения БССД

Учитывая, что  $f_2 = f_1 \cdot S$  и  $I'_f = I_f / K_i$ , переходя в выражении (2) к относительным единицам, получим

$$Z_{ИС} = \frac{Z_{ИС1}}{S^{1/2} \cdot I_f^{1/3}}, \quad (3)$$

$$Z_{ИС1} = (k_A + j \cdot k_P) \cdot \frac{\omega_0^{1/2} \cdot K_M \cdot W^{5/3} \cdot \frac{2}{3} \cdot K_i^{5/3}}{[C \cdot F(h, R)]^{2/3} \cdot I_N^{-2/3} \cdot U_N}, \quad (4)$$

где  $\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_0$  – круговая частота при  $f_0 = 50$  Гц;

$I_N, U_N$  – номинальные значения тока и напряжения двигателя.

Формулы (3), (4) позволяют рассчитывать величину индукционного сопротивления как функцию скольжения машины и переменного тока через обмотку возбуждения. Так как последний определяется в свою очередь величиной ИС, то расчет пусковой характеристики сводится к решению итерационной задачи при фиксированном скольжении. Первое приближение величины  $Z_{ИС1}$  (например, при  $S = 1$ ) должно учитывать желаемое качество асинхронной характеристики машины: моменты трогания и входной, наличие провала при  $S = 0,5$  и др. При этом действующее значение перенапряжений  $U_{II}$  на обмотке возбуждения БССД при  $S = 1$  следует сравнить с допустимой величиной.

В относительных единицах

$$U_{II} = I_f^{2/3} \cdot Z_{ИС1}. \quad (5)$$

Переход от (5) к абсолютным единицам производится по выражению

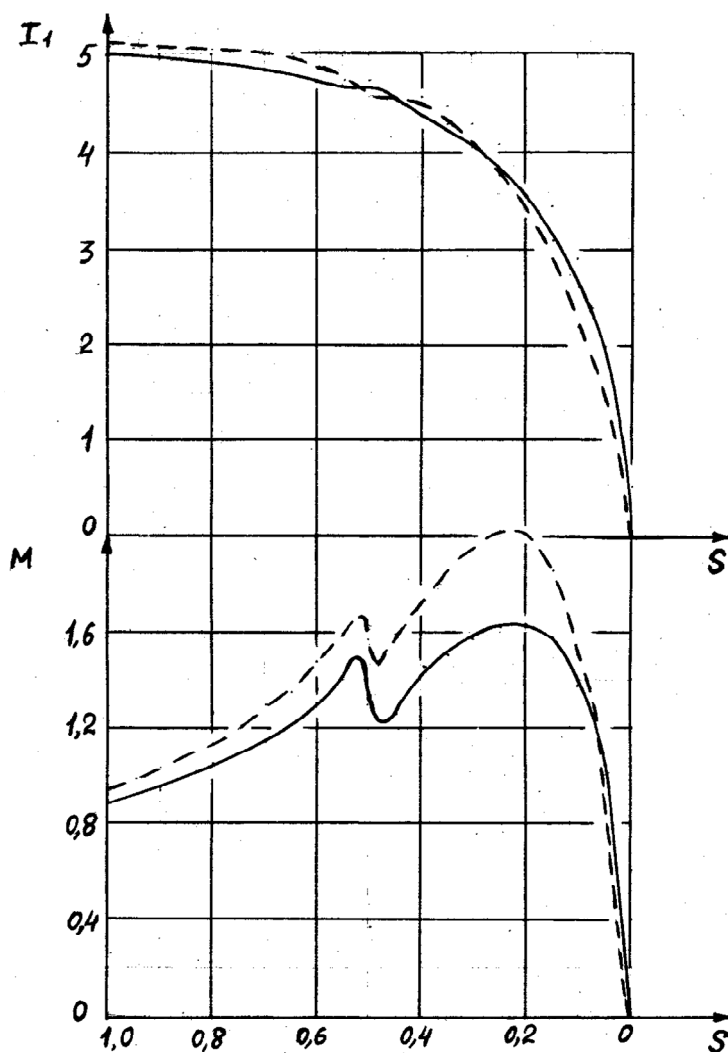
$$U_{II\text{MAX}} = U_{II} \cdot U_N / K_U. \quad (6)$$

Так як в БССД відсутня демпферна клітка по продольній осі, то для зниження перенапружень бажано мати мінімально можливе число витків ОВ.

На рис.3 сопоставлені розрахункові асинхронні характеристики крупного БССД ( $P_N = 800$  кВт,  $U_1 = 6000$  В,  $I_1 = 89,4$  А,  $n = 1000$  об/мин) з постійним активним і індукційним опором в обмотці збудження. В основу розрахунку покладена типова методика [3]. Тут  $K$  – кратність опору:

$$K = \frac{R_{fd}}{R_{f0}} = \frac{R_{ис}}{R_{f0}},$$

де  $R_{fd}$  – активне доповільне постійне по величині опору;  
 $R_{ис}$  – активна складова ІС.



— с індукційним опором, --- с активним опором

Рисунок 3 – Пускові характеристики БССД з доповільним опором в ОВ при  $K=20$

Для згаданого крупного БССД попередньо було розраховано два варіанти індукційного дискового опору.

Перший варіант ІС має низьке активне опір обмотки індуктора ( $R_{ис0} = 0,06 \cdot R_{f0}$ ). ІС постійно включено в ОВ, т.е. працює як в пусковому, так і в

синхронном режимом двигателя, рассчитано на длительное протекание тока возбуждения, однако имеет повышенные габариты и вес.

Второй вариант ИС обладает большим активным сопротивлением обмотки индуктора ( $R_{ИС0} = 2 \cdot R_{\Omega 0}$ ) и включается в обмотку возбуждения только на время пуска, отличается компактностью, но требует размещения на роторе шунтирующего тиристорного устройства.

Оба варианта ИС спроектированы с учётом того, что более 90% мощности потерь скольжения во время пуска выделяются в стальных магнитопроводах индукционных дисков, которые при вращении хорошо охлаждаются. При необходимости ИС может быть изготовлено во взрывозащищённом исполнении и установлено на роторе двигателя за пределами его корпуса.

**Выводы.** 1. Пусковая характеристика БССД с ИС (рис.3) значительно превосходит аналогичную характеристику с постоянным сопротивлением по входному моменту и практически не уступает ей по пусковому моменту. 2. Кратность сопротивления  $K = 20$  является оптимальной, исходя из допустимых значений провала пусковой характеристики и перенапряжений на обмотке возбуждения двигателя.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Лищенко А.И. Синхронные двигатели с автоматическим регулированием возбуждения / Лищенко А.И. – Киев: Техніка, 1969. – 192с.
2. Власов В.Г. Взрывозащищённый тиристорный электропривод переменного тока / Власов В.Г., Иванов В.Л., Тимофеева Л.И. – М.: Энергия, 1977. – 160с.
3. Постников И.М. Обобщенная теория и переходные процессы электрических машин / Постников И.М. – М.: Высшая школа, 1975. – 319с.

*Поступила в редколлегию 22.06.2015.*

УДК 621:313

КАЧУРА А.В., к.т.н., доцент  
МОРОЗ Л.Ю., студент  
СЪЯНОВ А.М., д.т.н., профессор

Днепродзержинский государственный технический университет

### **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕНТИЛЬНОГО РЕАКТИВНОГО ДВИГАТЕЛЯ С УМЕНЬШЕННЫМ МОМЕНТОМ ИНЕРЦИИ**

#### **Введение. 3,**

начительная часть мировой инфраструктуры ориентирована на использование электрической энергии, основным потребителем которой является промышленность. В процессе модернизации промышленного электрооборудования и внедрения новых технологий широкое распространение получили электроприводы на базе вентильных реактивных двигателей (ВРД), которые являются составной частью разнообразных периферийных устройств, систем точного позиционирования, медицинского оборудования, станков с ЧПУ, роботов.

Широкое применение ВРД обусловлено их специфическими свойствами: возможность быстрого старта и реверсирования, прецизионное позиционирование, широкий диапазон регулирования, высокая надежность. В связи с этим актуальной является задача усовершенствования существующих и разработки новых конструкций ВРД с использованием современных материалов и технологических решений.

**Постановка задачі.** Несмотря на то, что ВРД отличаются относительно простой конструкцией электромеханической части, вопросы, связанные с их проектированием, нередко вызывают сложности. Явно выраженная зубчатость структуры сердечников статора и ротора, локальное насыщение головок зубцов, несинусоидальность магнитной индукции в воздушном зазоре, существенные температурные нагрузки, а также необходимость учета взаимного влияния двигателя и электронного преобразователя – далеко неполный перечень трудностей, которые не позволяют использовать для расчета ВРД классические методики, применяемые при проектировании традиционных электрических машин. В связи с этим важным инструментом анализа ВРД становятся численные методы, среди которых можно выделить метод конечных элементов (МКЭ) [2].

На основе МКЭ в работе исследованы электромагнитные параметры и электромеханические характеристики серийного ВРД с видоизмененным ротором, анализ которых позволяет обосновать конструктивную модификацию, направленную на уменьшение момента инерции и улучшение динамических свойств двигателя.

**Результаты работы.** Для расчета параметров ВРД воспользуемся системой уравнений Максвелла, которая в системе СИ имеет вид:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\partial \vec{B} / \partial t; \\ \operatorname{div} \vec{D} &= \rho; \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\vec{H}$  – напряженность магнитного поля;  $\vec{J}$  – плотность электрического тока;  $\vec{D}$  – электрическая индукция;  $\vec{E}$  – напряженность электрического поля;  $\vec{B}$  – магнитная индукция;  $\rho$  – плотность электрического заряда.

К уравнениям (1) добавляются уравнения, характеризующие электромагнитные свойства материальной среды:

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \varepsilon \vec{E}; \\ \vec{B} &= \mu \vec{H}; \\ \vec{J} &= \sigma \vec{E}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость;  $\mu$  – магнитная проницаемость;  $\sigma$  – удельная проводимость среды.

Как правило, в исходном виде система (1) не решается. Обычно она преобразуется в иную, в которой векторы  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  и  $\vec{H}$  заменяются вспомогательными функциями.

Введя понятие векторного магнитного потенциала [4], решение (1) можно упростить

$$\vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A}. \quad (3)$$

Выполнив ряд известных математических преобразований [5], получим общее уравнение, описывающее электромагнитное поле

$$\nabla \times \left( \nu \nabla \times \vec{A} \right) = -\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}. \quad (4)$$

Уравнение (4) является обобщенным, правая часть которого зависит от элемента конструкции ВРД. Его решение связано с решением трехмерной полевой задачи. В декартовой системе координат (4) принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \nu \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \nu \frac{\partial A}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu \frac{\partial A}{\partial z} \right) = -\sigma \frac{\partial A}{\partial t}, \quad (5)$$

где  $x, y, z$  – координаты области.

Задача по решению (5) сводится к краевой задаче решения уравнения Пуассона относительно векторного магнитного потенциала  $\bar{A}$ . Учитывая сложность геометрии ВРД, решение данной задачи аналитическими методами является затруднительным. Выходом является сведение краевой задачи к вариационной и использование МКЭ [1, 2].

Вариационная формулировка задачи предусматривает использование энергетического функционала [1, 2] и его минимизации

$$F(A) = \int_S \left( \int_0^{B_x} \frac{B_x}{\mu\mu_0} dB_x + \int_0^{B_y} \frac{B_y}{\mu\mu_0} dB_y \right) - \int_S A_j dS, \quad (6)$$

где  $S$  – площадь конечного элемента;  $B_x, B_y$  – составляющие вектора магнитной индукции;  $j$  – вектор плотности тока в конечном элементе.

Определив значения магнитной индукции и напряженности в каждой точке поля рассматриваемой области задачи, найдем электромагнитную силу и вращающий момент через тензоры натяжений [3]. Если система натяжений  $\bar{T}_n$  на поверхности  $S$  эквивалентна электромагнитной силе, действующей на некоторый объем  $V$ , то эту силу можно найти, суммируя элементарные силы натяжения  $\bar{T}_n dS$ :

$$\bar{F} = \iint_S \bar{T}_n dS = \bar{q}_x F_x + \bar{q}_y F_y + \bar{q}_z F_z,$$

где  $F_x = \iint_S T_{nx} dS$ ,  $F_y = \iint_S T_{ny} dS$ ,  $F_z = \iint_S T_{nz} dS$ .

Электромагнитный момент, действующий на выделенный объем, найдем путем суммирования его составляющих относительно осей  $x, y, z$ :

$$\bar{M} = \iint_S [\bar{r} \bar{T}_n] dS = \bar{q}_x M_x + \bar{q}_y M_y + \bar{q}_z M_z,$$

где  $M_x = \bar{q}_x \bar{M} = \iint_S (y T_{nz} - z T_{ny}) dS$ ;

$$M_y = \bar{q}_y \bar{M} = \iint_S (z T_{nx} - x T_{nz}) dS;$$

$$M_z = \bar{q}_z \bar{M} = \iint_S (x T_{ny} - y T_{nx}) dS,$$

где  $T_{nx}, T_{ny}, T_{nz}$  – компоненты тензора натяжений по осям системы координат.

Тензор натяжений через параметры поля в векторной форме определяют как [3]

$$\bar{T}_n = \frac{\bar{B} B_n - 0.5 B^2 \bar{n}}{\mu\mu_0},$$

где  $\bar{B}$  – вектор индукции в рассматриваемой точке поля;  $B_n$  – нормальная составляющая индукции;  $\bar{n}$  – нормальный орт к той стороне поверхности, на которую действует натяжение  $\bar{T}_n$ .

Компоненты тензора натяжений имеют следующий вид [3]:

$$T_{xx} = \frac{B_x^2 - 0.5 B^2}{\mu\mu_0}; T_{xy} = \frac{B_x B_y}{\mu\mu_0}; T_{xz} = \frac{B_x B_z}{\mu\mu_0};$$

$$T_{yx} = \frac{B_y B_x}{\mu\mu_0}; T_{yy} = \frac{B_y^2 - 0.5 B^2}{\mu\mu_0}; T_{yz} = \frac{B_y B_z}{\mu\mu_0};$$

$$T_{zx} = \frac{B_z B_x}{\mu\mu_0}; T_{zy} = \frac{B_z B_y}{\mu\mu_0}; T_{zz} = \frac{B_z^2 - 0.5 B^2}{\mu\mu_0}.$$

В рамках рассмотренной математической модели проведены исследования серийного ВРД SRM 57-100-4 производства ТОВ „Електромеханіка” (г. Николаев) в шаговом режиме. В соответствии с данными предприятия-изготовителя ВРД имеет номинальные параметры, указанные в табл.1. Для повышения динамических свойств двигателя и снижения температурных нагрузок модель подверглась модификации путем внесения в конструкцию ротора вентиляционных каналов диаметром 5 мм (рис.2). Магнитная система ВРД выполнена с соотношением полюсов статора к ротору 8/6. Статорный и роторный пакеты набраны из электротехнической стали марки 2211 с толщиной пластин 0,5 мм. Активная длина статора и ротора 28 мм. Конструктивные параметры двигателя представлены на рис.1 и 2. Твердотельная модель ВРД и ее дискретный аналог показаны на рис.3.

Таблица 1 – Технические данные ВРД SRM 57-100-4

Технические данные	SRM 57-100-4
Номинальный момент, Нм	0,05
Номинальная мощность, Вт	21
Номинальное напряжение, В	24
Максимальная частота вращения, об/мин	4500
Максимальный момент, Нм	0,1
Глубина регулирования	1:500
Момент инерции ротора, кг м <sup>2</sup>	0,0000055
Масса, кг	0,75
Способ охлаждения	IC0040
Степень защиты	IP54

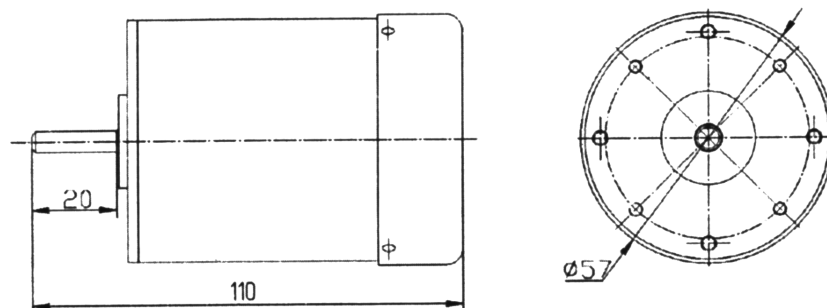


Рисунок 1 – Габаритные размеры ВРД-57-100-4



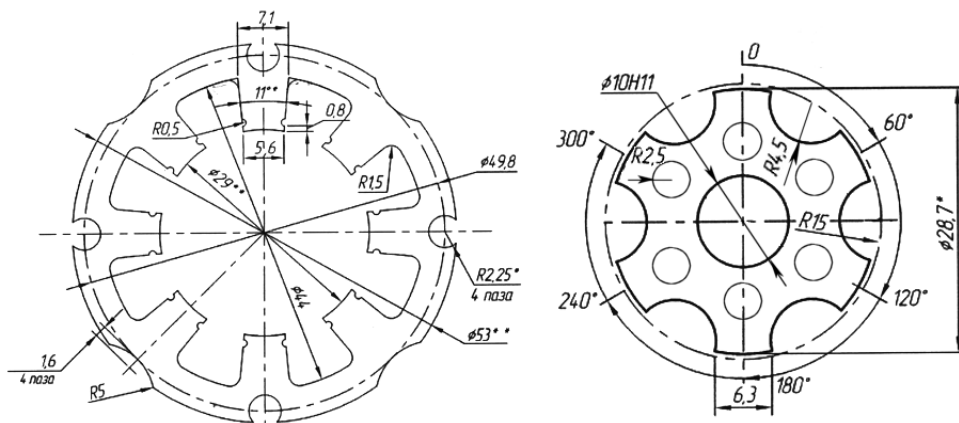


Рисунок 2 – Габаритные размеры статора и ротора

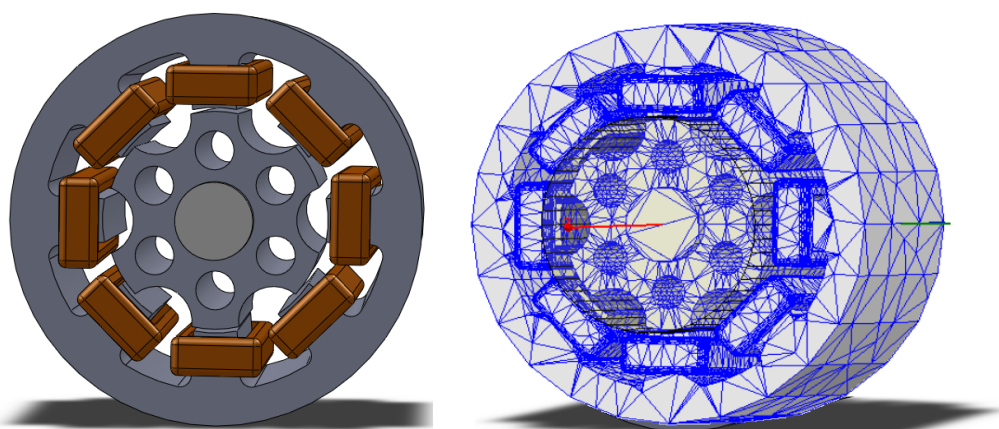


Рисунок 3 – Твердотельная и дискретная модели ВРД

В процессе расчета питание обмоток ВРД осуществлялось от источника импульсных сигналов, формирующего разнополярную четырехфазную систему напряжений прямоугольной формы амплитудой 0.1 В частотой 0.6 Гц (рис.4). Указанная система

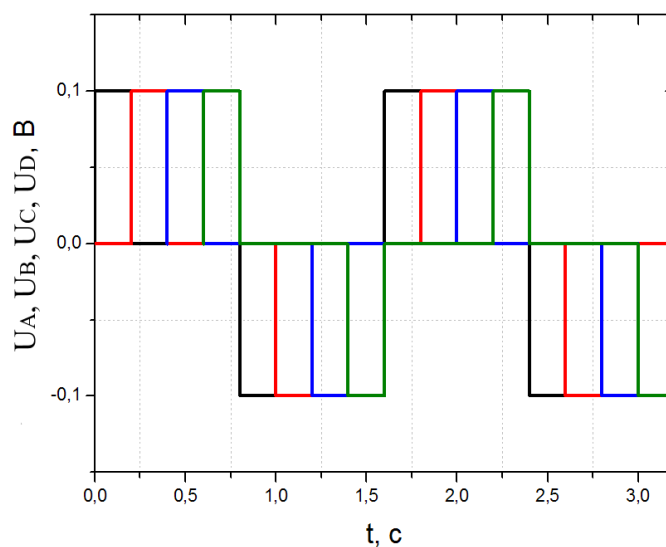


Рисунок 4 – Разнополярная четырехфазная система напряжения

напряжения обусловлена стабильной работой ВРД в шаговом режиме. При этом увеличение амплитуды импульсов напряжения либо их частоты неизбежно приводят к накоплению ротором ошибки преобразования сигнала управления в угол поворота, что исключает возможность применения данного ВРД в разомкнутых системах дискретного привода. Продолжительность переходного процесса составила около 10 сек.

В результате расчета получены графики распределения магнитной индукции в объеме ВРД для различных моментов времени (рис.5), переходные процессы скорости ВРД (рис.6), электромагнитного момента (рис.7), положения ротора (рис.8), токов в фазах (рис.9), потокосцеплений (рис.10). На рис.11 показан график противо-ЭДС, наводимой в фазах статора.

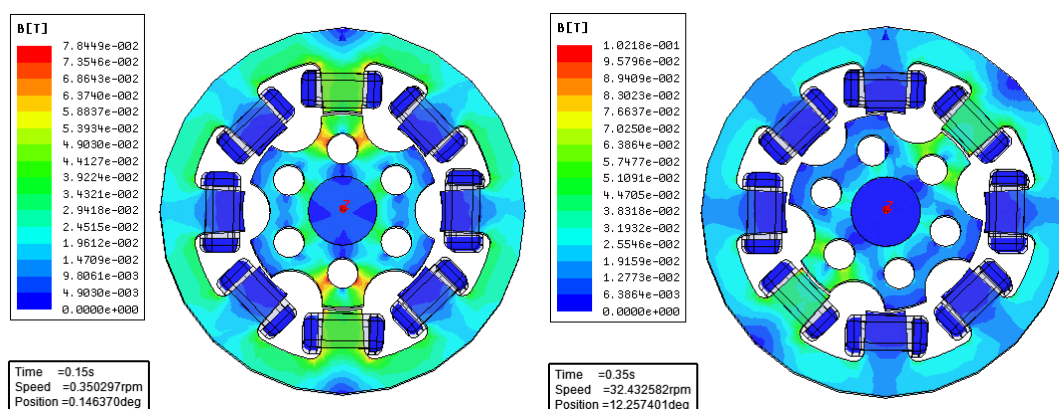


Рисунок 5 – Распределение магнитной индукции в сечении ВРД для различных моментов времени

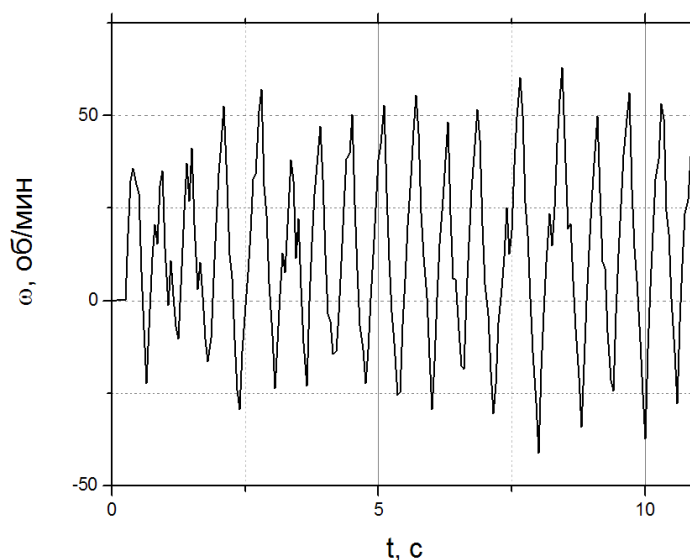


Рисунок 6 – Переходный процесс скорости ВРД

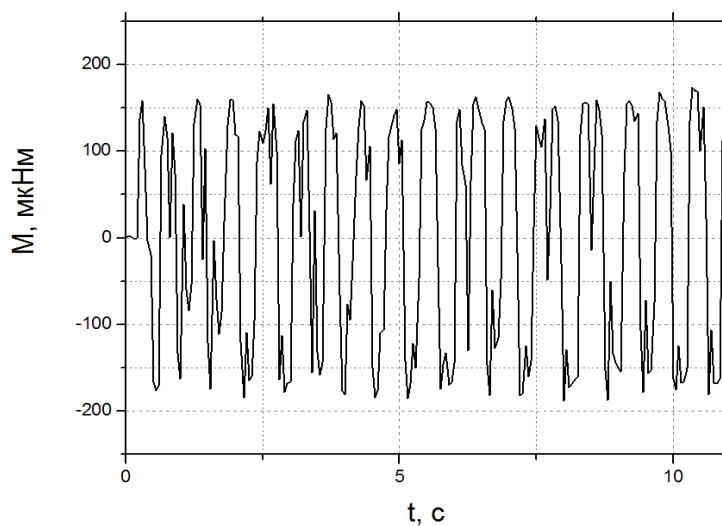


Рисунок 7 – Переходный процесс электромагнитного момента ВРД

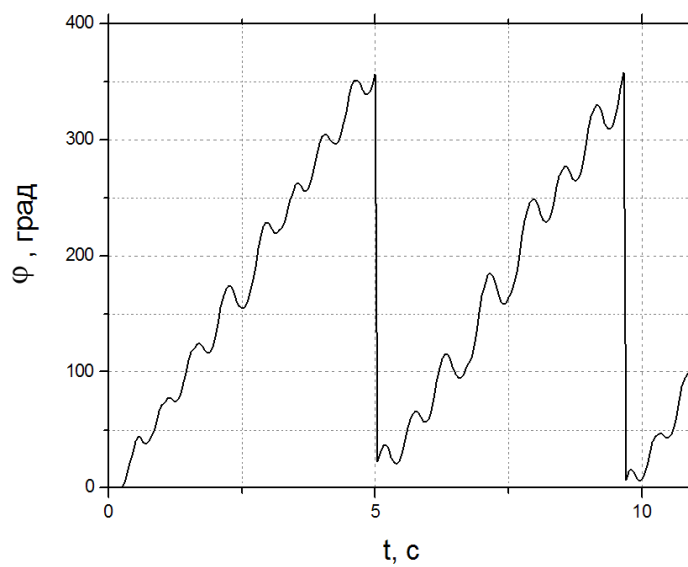


Рисунок 8 – Переходный процесс положения ротора ВРД

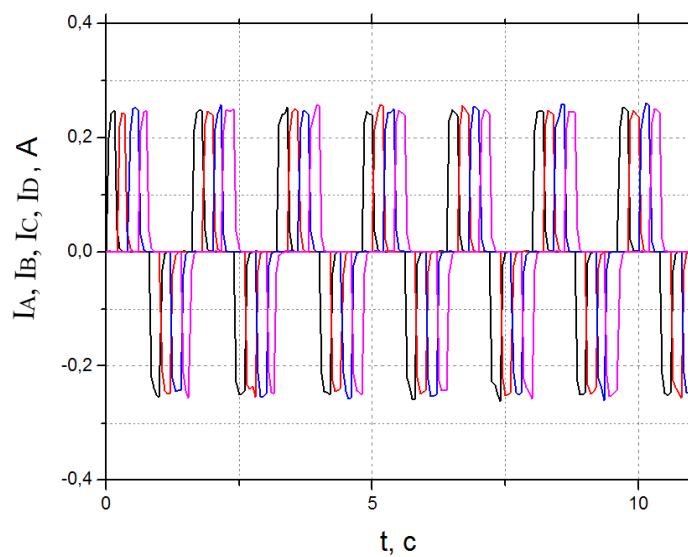


Рисунок 9 – Переходные процессы токов ВРД

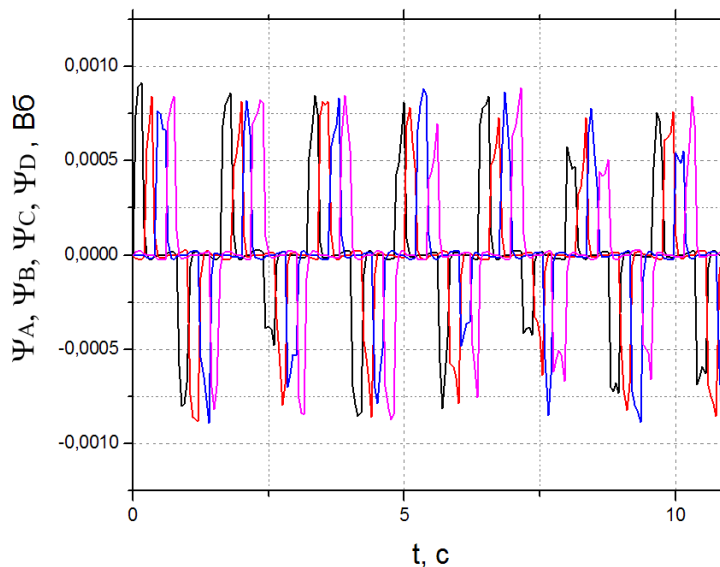


Рисунок 10 – Переходные процессы потокосцеплений фаз ВРД

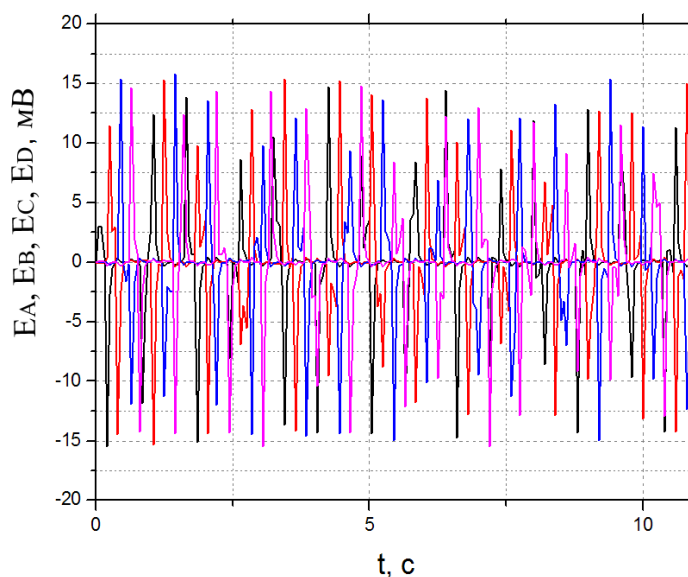


Рисунок 11 – Противо-ЭДС, наводимая в обмотках статора

**Выводы.** На основе полученных результатов можно сделать следующие выводы: 1) величина импульса питания для двигателя SRM 57-100-4 с модифицированным ротором в шаговом режиме составляет 0,1 В продолжительностью 0,2 с. Указанные параметры питания позволяют создавать на валу импульсный электромагнитный момент колебательного характера с возможностью эксплуатации двигателя в шаговом режиме без обратных связей; 2) установлено, что при вращении ротора в статорных обмотках ВРД индуцируется противо-ЭДС, величина которой достигает 15 мВ. Индуцированная противо-ЭДС должна учитываться при проектировании коммутационного преобразователя, питающего обмотку ВРД; 3) добавление технологических отверстий в конструкцию ротора способствует снижению его массы и момента инерции, что положительно сказывается на динамических свойствах двигателя; 4) в моменты совпадения зубцов статора и ротора в последних возникают локальные участки значительной concentra-

ции магнитного поля (рис.5), способствующие появлению зон повышенной температуры. При этом наличие вентиляционных каналов улучшит условия конвективного теплообмена ротора с окружающей средой.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Терзян А.А. Автоматизированное проектирование электрических машин / Терзян А.А. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 256с.
2. Сильвестр П. Метод конечных элементов для радиоинженеров и инженеров-электриков / Сильвестр П., Феррари Р.; пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 229с.
3. Иванов-Смоленский А.В. Электромагнитные силы и преобразование энергии в электрических машинах: учеб. пос. для вузов по спец. „Электромеханика” / Иванов-Смоленский А.В. – М.: Высшая школа, 1989. – 312с.
4. Абрамкин Ю.В. Теория и расчет пондеромоторных и электродвижущих сил и преобразования энергии в электромагнитном поле / Абрамкин Ю.В. – М.: Изд-во МЭИ, 1997. – 208с.
5. Качура А.В. Математическая модель индукционного реостата с учетом насыщения магнитной системы / Качура А.В., С’янов А.М., Сторожко В.С. // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету. – 2002. – С.376-378.

Поступила в редколлегию 01.09.2015.

УДК 62-83

ДЕРЕЦ А.Л., к.т.н., доцент  
САДОВОЙ А.В., д.т.н., профессор

Днепродзержинский государственный технический университет

### ОПТИМИЗАЦИЯ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ РЕЖИМА «БОЛЬШОГО ТРЕУГОЛЬНИКА» РЕЛЕЙНОЙ СИСТЕМЫ ПЯТОГО ПОРЯДКА МЕТОДОМ N-І ПЕРЕКЛЮЧЕНИЙ

**Введение.** Релейная система подчинённого регулирования (СПР) положения, синтезированная методом N-і переключений [1], способна сформировать оптимальный по быстродействию процесс позиционирования электропривода с упругой кинематической цепью. Настройки такой системы определяются наибольшими значениями канонических координат, достигаемыми на расчётной траектории позиционирования. В свою очередь, максимумы старших производных ошибки регулирования зависят от формы прогнозируемой траектории, которая варьируется в функции амплитуды задающего воздействия. Перечисленные обстоятельства придают актуальность разработке в рамках метода N-і переключений процедур синтеза СПР, ориентированных на специфику конкретных динамических режимов.

**Постановка задачи.** Уровень ограничения первой производной положения рабочего органа двухмассовой электромеханической системы (ЭМС) диктуется допустимым максимумом частоты вращения исполнительного вала. Однако данный максимум, рассчитываемый на основании конструктивных характеристик ЭМС, в ряде динамических режимов [2] не может быть достигнут по условиям реализуемости оптимальной по быстродействию переходной траектории. К таким режимам относится, в частности, процесс позиционирования двухмассовой ЭМС, в котором старшие производные положения рабочего органа достигают предустановленных уровней ограничения, а мак-

симум его скорости является функцией воспроизводимого перемещения. В соответствии с традиционной классификацией режимов позиционирования он может быть назван режимом «большого треугольника» по форме временной диаграммы скорости. Самонастройка релейной системы управления электроприводом на данный режим в реальном времени может эффективно осуществляться на основе метода N-i переключений благодаря простоте его математического аппарата. Целью настоящей работы является адаптация настроек релейной СПР пятого порядка к оптимальной по быстродействию отработке режима «большого треугольника».

**Результаты работы.** Рассмотрим релейную систему подчиненного регулирования углового положения  $\Phi$  выходного вала электропривода с упругой связью, замкнутую по вектору канонических координат, представив ограничение по управлению эквивалентным ограничением 5-й производной регулируемой переменной. Математическое описание такой системы имеет вид

$$\left. \begin{aligned} u_{R1} = u_{R\Phi} = \Omega^* &= -\Omega_{\max} \cdot \text{sign}(\Phi - \Phi^* + K_{\Phi\Omega} \cdot \Omega + K_{\Phi\varphi} \cdot \varphi + K_{\Phi\omega} \cdot \omega + K_{\Phi\varepsilon} \cdot \varepsilon) \\ u_{R2} = u_{R\Omega} = \varphi^* &= -\varphi_{\max} \cdot \text{sign}(\Omega - \Omega^* + K_{\Omega\varphi} \cdot \varphi + K_{\Omega\omega} \cdot \omega + K_{\Omega\varepsilon} \cdot \varepsilon) \\ u_{R3} = u_{R\varphi} = \omega^* &= -\omega_{\max} \cdot \text{sign}(\varphi - \varphi^* + K_{\varphi\omega} \cdot \omega + K_{\varphi\varepsilon} \cdot \varepsilon) \\ u_{R4} = u_{R\omega} = \varepsilon^* &= -\varepsilon_{\max} \cdot \text{sign}(\omega - \omega^* + K_{\omega\varepsilon} \cdot \varepsilon) \\ u_{R5} = u_{R\varepsilon} = a^* &= -a_{\max} \cdot \text{sign}(\varepsilon - \varepsilon^*) \end{aligned} \right\} (1^*) \quad (1)$$

где

$$\left. \begin{aligned} p\Phi &= \Omega - \text{скорость рабочего органа,} \\ p^2\Phi &= \varphi - \text{угол закручивания упругого вала,} \\ p^3\Phi &= \omega - \text{скорость закручивания вала,} \\ p^4\Phi &= \varepsilon - \text{ускорение закручивания,} \\ p^5\Phi &= a - \text{рывок при закручивании} \end{aligned} \right\} (2)$$

$p = d/dt$ ;  $u_{Ri}$  – сигнал  $i$ -го (считая от входа) регулятора; индексами «max» отмечены уровни ограничения канонических координат, достигаемые при отработке системой заданного перемещения  $\Phi^*$ ; символом «\*» отмечены также заданные значения промежуточных координат, формируемые регуляторами;  $K_{ij}$  – коэффициенты обратных связей  $i$ -х регуляторов по  $j$ -м координатам.

Принятые в (2) буквенные обозначения  $k$ -х производных регулируемой координаты  $p^k\Phi$  заимствованы из ряда предшествующих работ авторов, в частности [1-4], в которых выполнен синтез внутренних регуляторов системы (1), образующих подсистему (1\*). Помимо преемственности результатов, такая система обозначений призвана облегчить восприятие расчета траектории оптимального по быстродействию переходного процесса, которая представлена на рис.1, поскольку обозначения канонических координат совпадают с символами определяющих их физических величин.

Параметрический синтез регуляторов внутренних контуров (1\*) системы подчиненного регулирования и аналитическое исследование их устойчивости выполнены в работе [3] в системе обозначений (2), что обеспечивает преемственность результатов синтеза коэффициентов  $K_{\Omega\varphi}$ ,  $K_{\Omega\omega}$ ,  $K_{\Omega\varepsilon}$ ,  $K_{\varphi\omega}$ ,  $K_{\varphi\varepsilon}$ ,  $K_{\omega\varepsilon}$  при оптимизации по быстродействию систем более высоких порядков:

$$K_{\Omega\varphi} = \frac{\Omega_7}{\varphi_7}, \quad K_{\Omega\omega} = \frac{\varphi_{\max}}{4\varepsilon_{\max}} + \frac{\omega_{\max}}{4a_{\max}} + \frac{\varphi_{\max}\varepsilon_{\max}}{4\omega_{\max}a_{\max}} + \frac{\omega_{\max}^2}{12\varepsilon_{\max}^2} + \frac{\varepsilon_{\max}^2}{12a_{\max}^2},$$

$$K_{\Omega\varepsilon} = \frac{\varphi_{\max}}{8a_{\max}} + \frac{\varphi_{\max}\varepsilon_{\max}^2}{24\omega_{\max}a_{\max}^2} + \frac{\omega_{\max}\varepsilon_{\max}}{24a_{\max}^2} + \frac{\omega_{\max}^2}{24\varepsilon_{\max}a_{\max}}, \quad (3)$$

$$K_{\omega\varepsilon} = \frac{\varepsilon_{\max}}{2 \cdot a_{\max}}, \quad K_{\varphi\omega} = \frac{\omega_{\max}}{2 \cdot \varepsilon_{\max}} + \frac{\varepsilon_{\max}}{2 \cdot a_{\max}}, \quad K_{\varphi\varepsilon} = \frac{\omega_{\max}}{4 \cdot a_{\max}} + \frac{\varepsilon_{\max}^2}{12 \cdot a_{\max}^2}.$$

Для синтеза коэффициентов обратных связей  $K_{\Phi\Omega}, K_{\Phi\varphi}, K_{\Phi\omega}, K_{\Phi\varepsilon}$  регулятора  $R_1 = R_{\Phi}$  системы (1) методом N-i переключений необходимо вывести аналитические выражения координат характерных точек  $X^{11}, X^{12}, X^{13}, X^{14}$  переключения  $R_1$  на прогнозируемой траектории оптимального по быстродействию переходного процесса. Вид временных диаграмм канонических координат системы для оптимизируемого режима позиционирования представлен на рис.1, где характерные точки показаны кружками с соответствующими подписями, заключёнными в окружности, в дополнение к сквозной нумерации точек излома траектории, приведенной на нижней оси времени. Интервалы стабилизации относительного рывка, ускорения, скорости а также ускорения исполнительного вала обозначены на рис.1 как  $T_{sa}, T_{se}, T_{s\omega}, T_{s\varphi}$  соответственно.

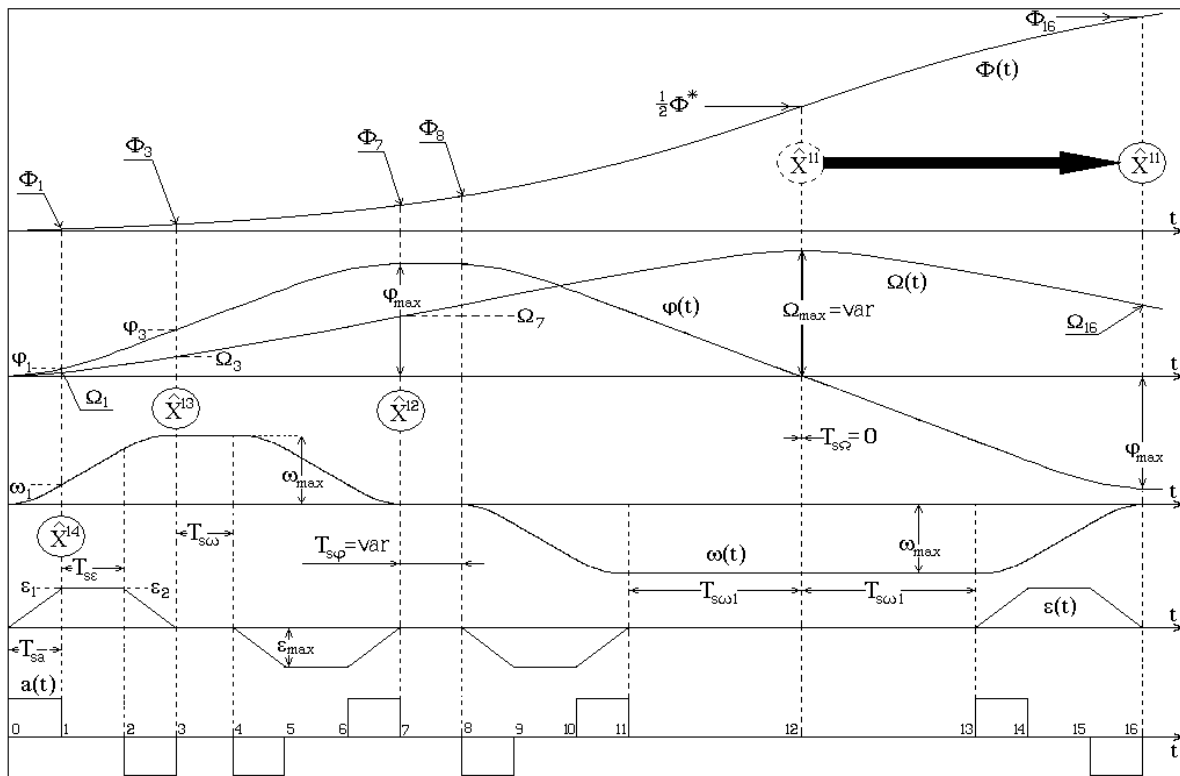


Рисунок 1 – Расчётный фрагмент временных диаграмм режима «большого треугольника»

Особенность представленных на рис.1 временных диаграмм по сравнению с их наиболее общим видом, положенным в основу синтеза параметров регуляторов в работе [1], состоит в равенстве нулю интервала  $T_{s\Omega}$  стабилизации скорости исполнительного вала  $\Omega(t)$ , которая начинает снижение в момент достижения своего максимума, а

сам максимум  $\Omega_{\max}$  не определён до начала позиционирования и является функцией заданного положения  $\Phi^*$ :

$$T_{s\Omega} = 0, \quad (4)$$

$$\Omega_{\max} = \text{var}. \quad (5)$$

В отличие от расчетной траектории, принятой за основу в работе [2] и представляющей собой предельный случай трапецеидальной диаграммы с нулевыми интервалами стабилизации канонических координат, представленная на рис.1 траектория требует для её реализации минимальное число переключений регуляторов, в полной мере соответствуя критерию оптимальности по быстрдействию.

С учётом симметрии оптимальной траектории относительно секущей в точке 12 координаты реальных характерных точек конечного участка траектории можно получить [1] из координат симметричных им точек начального участка траектории с помощью преобразования

$$X_k^{i,j} = (-1)^{(k+i+1)} \cdot \overset{\square}{X}_k^{i,j}, \quad (6)$$

где  $i$  – номер регулятора, считая от входа,  $j$  – номер характерной точки по порядку переключений во времени,  $k$  – индекс канонической координаты, знак « $\wedge$ » отмечает расчетные точки, отображаемые в реальные.

С применением преобразования (6) прогнозированию при синтезе  $R_1$  подлежат точки 1, 3, 7, 12, что позволяет сократить объём расчётов.

Однако, специфика формы траектории режима «большого треугольника» позволяет отступить от принятого в методе N-i переключений правила, привязывающего характерные точки переключения регуляторов к моментам начала снижения производных регулируемой координаты в очередности их порядка. Благодаря реализации реверса угла закручивания упругого вала  $\varphi(t)$  в промежутке времени 11-13 на едином интервале стабилизации  $\omega(t)$ , первая точка переключения  $X^{11}$  регулятора  $R_1$  может быть сдвинута на более ранний момент времени, соответствующий началу снижения второй производной на этапе нарастания первой. На начальном участке расчётной траектории (рис.1) очерёдность характерных точек обратна хронологии переключения в них регуляторов, поэтому описанный сдвиг реальной точки переключения  $X^{11}$  соответствует переносу расчётной характерной точки  $\overset{\square}{X}^{11}$  из момента времени 12 в момент 16, что требует продолжения расчёта фрагмента траектории на интервале 12-16. На рис.1 перенос  $\overset{\square}{X}^{11}$  показан большой стрелкой. Подобная мера, апробированная на системах третьего порядка [4], способствует снижению колебательности синтезируемого регулятора в скользящем режиме.

Также следует заметить, что в методе N-i переключений [1, 2] принимается допущение о постоянстве N-й производной выходной координаты на интервалах постоянства управляющего воздействия. Благодаря этому допущению, приращения координат на всех промежутках между соседними точками излома траектории рассчитываются как суммы ряда Тейлора с конечным числом членов.

При нулевых начальных условиях выполним интегрирование по времени системы (2) на участке 0-1 с постоянным рывком  $a_{0-1} = a_{\max}$ , в результате получим координаты состояния в точке 1 оптимальной траектории:

$$\varepsilon_1 = a_{\max} \cdot T_{sa} = \varepsilon_{\max}, \omega_1 = a_{\max} \frac{T_{sa}^2}{2}, \varphi_1 = a_{\max} \frac{T_{sa}^3}{6}, \Omega_1 = a_{\max} \frac{T_{sa}^4}{24}, \Phi_1 = a_{\max} \frac{T_{sa}^5}{120}. \quad (7)$$



Значения вектора состояния в точке 2 получим путем интегрирования по времени системы (2) на участке 1-2 при начальных условиях, соответствующих состоянию в точке 1, и нулевом рывке  $a_{1-2} = 0$ . В связи с громоздкостью аналитических выкладок опустим промежуточные результаты и координаты точек, непосредственно не задействованных в процедуре синтеза регулятора, приведя лишь координаты необходимых для синтеза точек. К ним относятся расчётные характерные точки переключения 1, 3, 7, 16 и точка 12 максимума  $\Omega(t)$ .

Значения вектора состояния в точке 3 получим путем интегрирования системы (2) на участке 2-3 при начальных условиях, соответствующих состоянию в точке 2, и постоянном отрицательном рывке  $a_{2-3} = -a_{\max}$ :

$$\begin{aligned} \varepsilon_3 = 0; \quad \omega_3 = a_{\max} \left( T_{sa}^2 + T_{sa} \cdot T_{se} \right) = \omega_{\max}, \quad \varphi_3 = a_{\max} \left( T_{sa}^3 + \frac{3}{2} T_{sa}^2 \cdot T_{se} + \frac{1}{2} T_{sa} \cdot T_{se}^2 \right), \\ \Omega_3 = a_{\max} \left( \frac{7}{12} T_{sa}^4 + \frac{7}{6} T_{sa}^3 \cdot T_{se} + \frac{3}{4} T_{sa}^2 \cdot T_{se}^2 + \frac{1}{6} T_{sa} \cdot T_{se}^3 \right), \\ \Phi_3 = a_{\max} \left( \frac{1}{4} T_{sa}^5 + \frac{5}{8} T_{sa}^4 \cdot T_{se} + \frac{7}{12} T_{sa}^3 \cdot T_{se}^2 + \frac{1}{4} T_{sa}^2 \cdot T_{se}^3 + \frac{1}{24} T_{sa} \cdot T_{se}^4 \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Координаты точки 7 определяются выражениями

$$\begin{aligned} \varepsilon_7 = 0, \quad \omega_7 = 0, \quad \varphi_7 = a_{\max} \left( 2 \cdot T_{sa}^3 + 3 \cdot T_{sa}^2 \cdot T_{se} + T_{sa} \cdot T_{se}^2 + T_{sa}^2 \cdot T_{so} + T_{sa} \cdot T_{se} \cdot T_{so} \right) = \varphi_{\max}, \\ \Omega_7 = a_{\max} \left( 4 \cdot T_{sa}^4 + 8 \cdot T_{sa}^3 \cdot T_{se} + 5 \cdot T_{sa}^2 \cdot T_{se}^2 + T_{sa} \cdot T_{se}^3 + 3 \cdot T_{sa}^3 \cdot T_{so} + \frac{3}{2} T_{sa} \cdot T_{se}^2 \cdot T_{so} + \right. \\ \left. + \frac{9}{2} T_{sa}^2 \cdot T_{se} \cdot T_{so} + \frac{1}{2} T_{sa} \cdot T_{se} \cdot T_{so}^2 + \frac{1}{2} \cdot T_{sa}^2 \cdot T_{so}^2 \right), \quad \Phi_7 = a_{\max} \left( \frac{9}{2} T_{sa}^5 + \frac{45}{4} T_{sa}^4 \cdot T_{se} + \right. \\ \left. + \frac{61}{6} T_{sa}^3 \cdot T_{se}^2 + 4 T_{sa}^2 \cdot T_{se}^3 + \frac{7}{12} T_{sa} \cdot T_{se}^4 + T_{so} \left( \frac{55}{12} T_{sa}^4 + \frac{23}{4} T_{sa}^2 \cdot T_{se}^2 + \frac{55}{6} T_{sa}^3 \cdot T_{se} + \frac{7}{6} T_{sa} \cdot T_{se}^3 \right) + \right. \\ \left. + T_{so}^2 \left( \frac{3}{2} T_{sa}^3 + \frac{9}{4} T_{sa}^2 \cdot T_{se} + \frac{3}{4} T_{sa} \cdot T_{se}^2 \right) + \frac{1}{6} T_{sa}^2 \cdot T_{so}^3 + \frac{1}{6} T_{sa} \cdot T_{se} \cdot T_{so}^3 \right). \end{aligned} \quad (9)$$

Выполнив интегрирование системы (2) до точки 12, можно получить величину воспроизводимого скачка  $\Phi^*$  с учетом симметрии расчетной траектории, которая допускает при установлении связи заданного положения с варьируемым максимумом скорости  $\Omega_{\max} = \Omega_{12}$  и фиксированными максимумами остальных промежуточных координат ограничиться равенством

$$\Phi^* = 2 \cdot \Phi_{12}. \quad (10)$$

Для получения координат точек 12 и 16 необходимо продолжить интегрирование на интервалах времени, длительности которых равны  $T_{sa}$ ,  $T_{se}$ ,  $T_{so1}$  и  $T_{so}$ . Для оптимизируемого динамического режима максимумы координат  $\varphi$ ,  $\omega$ ,  $\varepsilon$ ,  $a$  являются предустановленными, что делает известными также длительности интервалов  $T_{sa}$ ,  $T_{se}$  и  $T_{so}$ . Длительность  $T_{so1}$  можно определить, подставив в равенство  $\varphi_{12} = \varphi_{11} - \omega_{\max} T_{so1} = 0$  выражения  $\varphi_{11} = \varphi_4 = \varphi_7 - \varphi_3$  и  $\omega_{\max}$  согласно (8), (9):

$$a_{\max} \left( \left( T_{sa}^3 + \frac{3}{2} T_{sa}^2 \cdot T_{se} + \frac{1}{2} T_{sa} \cdot T_{se}^2 + T_{sa}^2 \cdot T_{so} + T_{sa} \cdot T_{se} \cdot T_{so} \right) - \left( T_{sa}^2 + T_{sa} \cdot T_{se} \right) \cdot T_{so1} \right) = 0. \quad (11)$$

Решив уравнение (11) относительно  $T_{so1}$ , получим

$$T_{so1} = T_{sa} + \frac{1}{2} T_{se} + T_{so}. \quad (12)$$

Установленная взаимосвязь  $T_{so1}$  с известными интервалами  $T_{sa}$ ,  $T_{se}$  и  $T_{so}$  актуальна для всего диапазона задающих воздействий, воспроизводимых с позиционированием по рассматриваемой траектории. Соотношение (12) позволяет избежать введения в расчёт новых переменных, что способствует повышению компактности выводимых далее аналитических выражений.

Для определения  $T_{s\phi}$  и  $\Omega_{\max}$  продолжим расчёт до точки 12, в которой согласно равенству (10) получим выражение для половины воспроизводимого перемещения:

$$\begin{aligned} \Phi_{12} = a_{\max} & \left( 24T_{sa}^5 + 60T_{sa}^4 \cdot T_{se} + 10T_{sa}^4 \cdot T_{s\phi} + 3T_{se}^4 \cdot T_{sa} + \frac{5}{2} T_{sa} \cdot T_{se}^3 \cdot T_{s\phi} + 20T_{se} \cdot T_{sa}^3 \cdot T_{s\phi} + \right. \\ & + T_{sa}^3 \cdot T_{s\phi}^2 + 54T_{sa}^3 \cdot T_{se}^2 + 21T_{sa}^2 \cdot T_{se}^3 + \frac{1}{2} T_{sa} \cdot T_{se}^2 \cdot T_{s\phi}^2 + \frac{3}{2} T_{se} \cdot T_{sa}^2 \cdot T_{s\phi}^2 + \frac{25}{2} T_{s\phi} \cdot T_{sa}^2 \cdot T_{se}^2 + \\ & + T_{so} \left( 26T_{sa}^4 + \frac{1}{2} T_{sa}^2 \cdot T_{s\phi}^2 + 8T_{sa}^3 \cdot T_{s\phi} + 52T_{se} \cdot T_{sa}^3 + \frac{65}{2} T_{sa}^2 \cdot T_{se}^2 + 4T_{sa} \cdot T_{se}^2 \cdot T_{s\phi} + \frac{13}{2} T_{sa} \cdot T_{se}^3 + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} T_{s\phi}^2 \cdot T_{se} \cdot T_{sa} + 12T_{sa}^2 \cdot T_{se} \cdot T_{s\phi} \right) + T_{sa}^2 \cdot T_{so}^3 + T_{se} \cdot T_{sa} \cdot T_{so}^3 + \\ & \left. + T_{so}^2 \left( 9T_{sa}^3 + \frac{27}{2} T_{sa}^2 \cdot T_{se} + \frac{3}{2} T_{sa}^2 \cdot T_{s\phi} + \frac{9}{2} T_{sa} \cdot T_{se}^2 + \frac{3}{2} T_{sa} \cdot T_{se} \cdot T_{s\phi} \right) \right) = \frac{\Phi^*}{2}. \quad (13). \end{aligned}$$

Специфика режима «большого треугольника», отражаемая равенствами (4), (5), обуславливает вариативность расчётного интервала стабилизации второй производной положения  $T_{s\phi}$ , взаимосвязь которого с  $\Omega_{\max}$  имеет вид

$$T_{s\phi} = \frac{\Omega_{\max} - \Omega_{3p}}{\varphi_{\max}}, \quad (14)$$

где  $\Omega_{3p} = \Omega_7 - \Omega_0 + \Omega_{12} - \Omega_8$  – суммарное приращение скорости рабочего органа для интервалов закручивания 0-7 и раскручивания 8-12 упругого элемента.

Приведём формулу для определения  $\Omega_{3p}$ , опустив вывод:

$$\begin{aligned} \Omega_{3p} = a_{\max} & \left( \frac{95}{12} T_{sa}^4 + T_{sa}^2 \cdot T_{so}^2 + \frac{79}{8} T_{sa}^2 \cdot T_{se}^2 + \frac{47}{24} T_{sa} \cdot T_{se}^3 + \frac{95}{6} T_{sa}^3 \cdot T_{se} + 6 \cdot T_{sa}^3 \cdot T_{so} + \right. \\ & \left. + T_{sa} \cdot T_{se} \cdot T_{so}^2 + 9 \cdot T_{sa}^2 \cdot T_{se} \cdot T_{so} + 3 \cdot T_{sa} \cdot T_{se}^2 \cdot T_{so} \right). \quad (15) \end{aligned}$$

Заметим, что  $\Omega_{3p}$  не зависит от искомой длительности  $T_{s\phi}$ , поскольку в разности  $\Omega_{12} - \Omega_8$  все приращения угла, приобретаемые на интервале  $T_{s\phi}$ , взаимно уничтожаются, то есть для рассматриваемой формы траектории величина  $\Omega_{3p}$  является известной константой.

Подставив формулу (14) в выражение (13), а результат этой подстановки – в равенство (10), получим квадратное уравнение относительно уровня ограничения скорости, неотрицательный корень которого связывает  $\Omega_{\max}$  с заданным значением положения  $\Phi^*$ :

$$\Omega_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\varphi_{\max}^2}{2 \cdot \omega_{\max}}\right)^2 + \Phi^* \cdot \varphi_{\max} + \Omega_{зр} - \varphi_{\max} \left(\frac{3 \cdot \varphi_{\max}}{2 \cdot \omega_{\max}} + \frac{\omega_{\max}}{\varepsilon_{\max}} + \frac{\varepsilon_{\max}}{a_{\max}}\right)}. \quad (16)$$

Формула (16) позволяет выполнить настройку уровня ограничения регулятора  $R_1$  каскада (1) на текущий максимум скорости  $\Omega(t)$ , соответствующий заданному значению  $\Phi(t)$ . Подстановка  $\Omega_{\max}$ , вычисленной согласно (16), в выражение (14) делает определёнными координаты всех точек излома оптимальной по быстрдействию траектории, выражения которых зависят от  $T_{сф}$ , а именно с 8-й по 16-ю. Продолжив построение траектории до точки 16, получим координаты последней расчётной характерной точки переключения  $R_1$ :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{16} &= 0, \quad \omega_{16} = 0, \quad \varphi_{16} = -\varphi_{\max} = -\varphi_7, \\ \Omega_{16} &= a_{\max} \left( 4 \cdot T_{sa}^4 + 8 \cdot T_{sa}^3 \cdot T_{с\epsilon} + 5 \cdot T_{sa}^2 \cdot T_{с\epsilon}^2 + T_{sa} \cdot T_{с\epsilon}^3 + 3 \cdot T_{sa}^3 \cdot T_{с\omega} + \frac{3}{2} T_{sa} \cdot T_{с\epsilon}^2 \cdot T_{с\omega} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{9}{2} T_{sa}^2 \cdot T_{с\epsilon} \cdot T_{с\omega} + \frac{1}{2} T_{sa} \cdot T_{с\epsilon} \cdot T_{с\omega}^2 + \frac{1}{2} T_{sa}^2 \cdot T_{с\omega}^2 + \right. \\ &\quad \left. + T_{сф} \left( 2 \cdot T_{sa}^3 + 3 \cdot T_{sa}^2 \cdot T_{с\epsilon} + T_{sa}^2 \cdot T_{с\omega} + T_{sa} \cdot T_{с\epsilon} \cdot T_{с\omega} + T_{sa} \cdot T_{с\epsilon}^2 \right) \right), \\ \Phi_{16} &= a_{\max} \left( \frac{87}{2} T_{sa}^5 + \frac{435}{4} T_{sa}^4 \cdot T_{с\epsilon} + \frac{587}{6} T_{sa}^3 \cdot T_{с\epsilon}^2 + 38 T_{sa}^2 \cdot T_{с\epsilon}^3 + \frac{65}{12} T_{sa} \cdot T_{с\epsilon}^4 + \right. \\ &\quad \left. + T_{с\omega} \left( \frac{569}{12} T_{sa}^4 + \frac{237}{4} T_{sa}^2 \cdot T_{с\epsilon}^2 + \frac{569}{6} T_{sa}^3 \cdot T_{с\epsilon} + \frac{71}{6} T_{sa} \cdot T_{с\epsilon}^3 \right) + \frac{11}{6} T_{с\omega}^3 \left( T_{sa}^2 + T_{sa} \cdot T_{с\epsilon} \right) + \right. \\ &\quad \left. + T_{с\omega}^2 \left( \frac{33}{2} T_{sa}^3 + \frac{99}{4} T_{sa}^2 \cdot T_{с\epsilon} + \frac{33}{4} T_{sa} \cdot T_{с\epsilon}^2 \right) \right) + T_{сф} \left( 16 T_{sa}^4 + 20 T_{sa}^2 \cdot T_{с\epsilon}^2 + 32 T_{sa}^3 \cdot T_{с\epsilon} + 4 T_{sa} \cdot T_{с\epsilon}^3 + \right. \\ &\quad \left. + T_{с\omega} \left( 13 T_{sa}^3 + \frac{39}{2} T_{sa}^2 \cdot T_{с\epsilon} + \frac{13}{2} T_{sa} \cdot T_{с\epsilon}^2 \right) + \frac{5}{2} T_{с\omega}^2 \left( T_{sa}^2 + T_{sa} \cdot T_{с\epsilon} \right) \right) + \\ &\quad \left. + T_{сф}^2 \left( T_{sa}^3 + \frac{1}{2} T_{sa} \cdot T_{с\epsilon}^2 + \frac{1}{2} T_{sa} \cdot T_{с\epsilon} \cdot T_{с\omega} + \frac{1}{2} T_{sa}^2 \cdot T_{с\omega} + \frac{3}{2} T_{sa}^2 \cdot T_{с\epsilon} \right) \right). \quad (17) \end{aligned}$$

Подставив определяемые выражениями (7), (8), (9), (14) координаты состояния системы (2) в точках 1, 3, 7, 16 соответствующих расчётным точкам переключения  $\bar{X}^{14}$ ,  $\bar{X}^{13}$ ,  $\bar{X}^{12}$ ,  $\bar{X}^{11}$ , после выполнения преобразования (6) в уравнение переключения регулятора положения  $R_\Phi$  вида

$$\Delta\Phi + K_{\Phi\Omega} \cdot \Omega + K_{\Phi\varphi} \cdot \varphi + K_{\Phi\omega} \cdot \omega + K_{\Phi\varepsilon} \cdot \varepsilon = 0$$

составим систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} -\Phi_{16} + K_{\Phi\Omega}\Omega_{16} - K_{\Phi\varphi}\varphi_{16} + K_{\Phi\omega}\omega_{16} - K_{\Phi\varepsilon}\varepsilon_{16} &= 0 \\ -\Phi_7 + K_{\Phi\Omega}\Omega_7 - K_{\Phi\varphi}\varphi_7 + K_{\Phi\omega}\omega_7 - K_{\Phi\varepsilon}\varepsilon_7 &= 0 \\ -\Phi_3 + K_{\Phi\Omega}\Omega_3 - K_{\Phi\varphi}\varphi_3 + K_{\Phi\omega}\omega_3 - K_{\Phi\varepsilon}\varepsilon_3 &= 0 \\ -\Phi_1 + K_{\Phi\Omega}\Omega_1 - K_{\Phi\varphi}\varphi_1 + K_{\Phi\omega}\omega_1 - K_{\Phi\varepsilon}\varepsilon_1 &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (18)$$

Решение системы (18) позволяет получить формулы коэффициентов обратных связей регулятора  $R_1$  из состава каскада регуляторов (1) релейной СПР пятого порядка, настроенного на выполнение переключений в четырёх ( $N-i = 5-1 = 4$ ) точках переходной траектории, соответствующих отображенным с помощью преобразования (6) на конечный участок траектории точкам 1, 3, 7, 16:

$$\begin{aligned} K_{\Phi\Omega} &= 6T_{sa} + 3T_{se} + 2T_{s\omega} + \frac{1}{2}T_{s\varphi}, & K_{\Phi\varphi} &= \frac{39}{4}T_{sa}^2 + \frac{39}{4}T_{sa} \cdot T_{se} + \frac{29}{12}T_{se}^2 + \frac{35}{6}T_{sa} \cdot T_{s\omega} + \\ & & & + \frac{35}{12}T_{se} \cdot T_{s\omega} + \frac{5}{6}T_{s\omega}^2 + T_{sa} \cdot T_{s\varphi} + \frac{1}{2}T_{se} \cdot T_{s\varphi} + \frac{1}{4}T_{s\omega} \cdot T_{s\varphi}, & (19) \\ K_{\Phi\omega} &= \frac{13}{2}T_{sa}^3 + \frac{39}{4}T_{sa}^2 \cdot T_{se} + \frac{19}{4}T_{sa} \cdot T_{se}^2 + \frac{3}{4}T_{se}^3 + \frac{14}{3}T_{sa}^2 \cdot T_{s\omega} + \frac{14}{3}T_{sa} \cdot T_{se} \cdot T_{s\omega} + \\ & + \frac{5}{12}T_{s\omega}^2 \cdot T_{se} + \frac{5}{6}T_{s\omega}^2 \cdot T_{sa} + \frac{1}{6}T_{s\varphi} \cdot T_{se}^2 + \frac{9}{8}T_{se}^2 \cdot T_{s\omega} + \frac{17}{24}T_{sa}^2 \cdot T_{s\varphi} + \frac{17}{24}T_{sa} \cdot T_{se} \cdot T_{s\varphi} + \\ & + \frac{1}{4}T_{sa} \cdot T_{s\omega} \cdot T_{s\varphi} + \frac{1}{8}T_{s\omega} \cdot T_{se} \cdot T_{s\varphi}, & K_{\Phi\varepsilon} &= \frac{28}{15}T_{sa}^4 + \frac{3}{8}T_{sa}T_{se}^3 + \frac{27}{8}T_{sa}^3 \cdot T_{se} + \\ & + \frac{71}{36}T_{sa}^2 \cdot T_{se}^2 + \frac{5}{24}T_{s\varphi} \cdot T_{sa}^3 + \frac{5}{18}T_{sa}^2 \cdot T_{s\omega}^2 + \frac{13}{9}T_{sa}^3 \cdot T_{s\omega} + \frac{1}{16}T_{sa} \cdot T_{se} \cdot T_{s\omega} \cdot T_{s\varphi} + \frac{13}{48}T_{sa}^2 \cdot T_{se} \cdot T_{s\varphi} + \\ & + \frac{1}{12}T_{se}^2 \cdot T_{sa} \cdot T_{s\varphi} + \frac{1}{12}T_{sa}^2 \cdot T_{s\omega} \cdot T_{s\varphi} + \frac{9}{16}T_{se}^2 \cdot T_{sa} \cdot T_{s\omega} + \frac{133}{72}T_{sa}^2 \cdot T_{se} \cdot T_{s\omega} + \frac{5}{24}T_{s\omega}^2 \cdot T_{sa} \cdot T_{se}. \end{aligned}$$

Выражения (19) наряду с (16), (15), (14), (3) обеспечивают настройку каскада регуляторов (1) на формирование оптимального по быстродействию переходного процесса отработки  $\Phi^*$  двухмассовой электромеханической системой в режиме «большого треугольника». Верхняя граница диапазона его существования  $\Phi^*_{\max\Delta}$  может быть найдена подстановкой предустановленного максимума скорости  $\Omega^*_{\max}$  в формулу (14) с последующей подстановкой полученного  $T_{s\varphi}$  в формулу (10), в которой  $\Phi_{12}$  определено согласно (13). Нижняя граница вычисляется из условия существования ненулевого интервала  $T_{s\varphi} \geq 0$  стабилизации второй производной  $\Phi(t)$ . Подставив предельное условие  $T_{s\varphi} = 0$  в выражение (13), а результат – в формулу (10), найдём  $\Phi^*_{\min\Delta}$ .

**Выводы.** Установленная в настоящей работе взаимосвязь между величиной заданного перемещения и параметрами каскада релейных регуляторов позволяет использовать метод  $N-i$  переключений для настройки системы управления на отработку оптимальной по быстродействию траектории режима «большого треугольника». Благодаря своей простоте, процедура параметрического синтеза СПР, сводящаяся к последовательности расчетов по формулам (16), (15), (14), (19), (3), может служить элементом алгоритма управления адаптивных цифровых систем, осуществляющих самонастройку в режиме реального времени. Полученные аналитические выражения коэффициентов об-

ратних зв'язей належать до канонічних координат системи, що дозволяє розповсюдити результати даної роботи на всі системи п'ятого порядку, замкнуті по старшим производним вихідної величини.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Дерез А.Л. Синтез параметрів регулятора положення оптимальної по швидкодії релейної системи управління електроприводом з епругою зв'яззю методом N-i переключень / Дерез А.Л., Садовой А.В. // Електромеханічні і енергосберегаючі системи. Тематичний випуск «Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика». – Кременчуг: КрНУ. – 2012. – Вип. 3/2012 (19). – С.15-17.
2. Садовой А.В. Оптимізація по швидкодії режиму малих переміщень двохмасової електромеханічної системи методом N-i переключень на подвижних границях області / Садовой А.В., Дерез А.Л. // Електротехнічні і комп'ютерні системи: науко-технічний журнал Одеського національного політехнічного університету. – К.: «Техніка». – 2011. – С.89-91.
3. Садовой А.В. Параметричний синтез релейної системи підчиненого регулювання швидкості електропривода з епругою зв'яззю / Садовой А.В., Дерез А.Л. // Вестник Кременчугського державного політехнічного університету. – Кременчуг: КГПУ. – 2008. – Випуск 3/2008(50). Чаcть 1. – С.83-87.
4. Дерез А.Л. Оптимізація по швидкодії позиційного електропривода методом N-i переключень в контекcте теореми об N інтервалах / Дерез А.Л., Садовой А.В. // Сборник науконых трудов ДГТУ. – Днепродзержинск.– 2013. – Вип. 3 (23). – С.93-97.

*Поступила в редакцію 03.09.2015.*

УДК 621.313.322

СТОРОЖКО С.П., к.т.н., доцент

Дніпродзержинський державний технічний університет

### МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМИ ТИРИСТОРНИЙ РЕГУЛЯТОР НАПРУГИ – АСИНХРОННИЙ ДВИГУН З ІНДУКЦІЙНИМИ ОПОРАМИ В КОЛІ РОТОРНОЇ ОБМОТКИ

**Вступ.** Силовий електропривод (ЕП) є основним споживачем електроенергії і його енергетичні показники слугують основним критерієм оцінки ефективності роботи енергосистеми в цілому. Розрахунки й дослідження електромеханічних систем методом математичного моделювання значно прискорюються застосуванням прикладних пакетів комп'ютерних програм, які дозволяють на різних етапах вирішувати складну проблему всебічного аналізу режимів роботи систем електропривода.

**Постановка задачі.** Дослідження процесів перетворення енергії в пристрої плавного пуску асинхронного двигуна, реалізованого на основі тиристорного регулятора напруги.

**Результати роботи.** Математична модель (рис.1) складається із трифазного джерела живлення, схеми трифазного тиристорного регулятора напруги, асинхронної машини, системи імпульсно-фазового керування тиристорами, регуляторів і блоку вимірника змінних стану асинхронної машини (АМ). Для забезпечення невеликої тривалості перехідних процесів рекомендується вибрати АМ потужністю в декілька кВт. У джерелі живлення лінійна напруга прийнята 220В.

Система керування тиристорами розташована в блоці SIFU, яка синхронізується з мережею через вхід Uabc, і напруги вимірюються щодо землі. У вимірнику струмів і

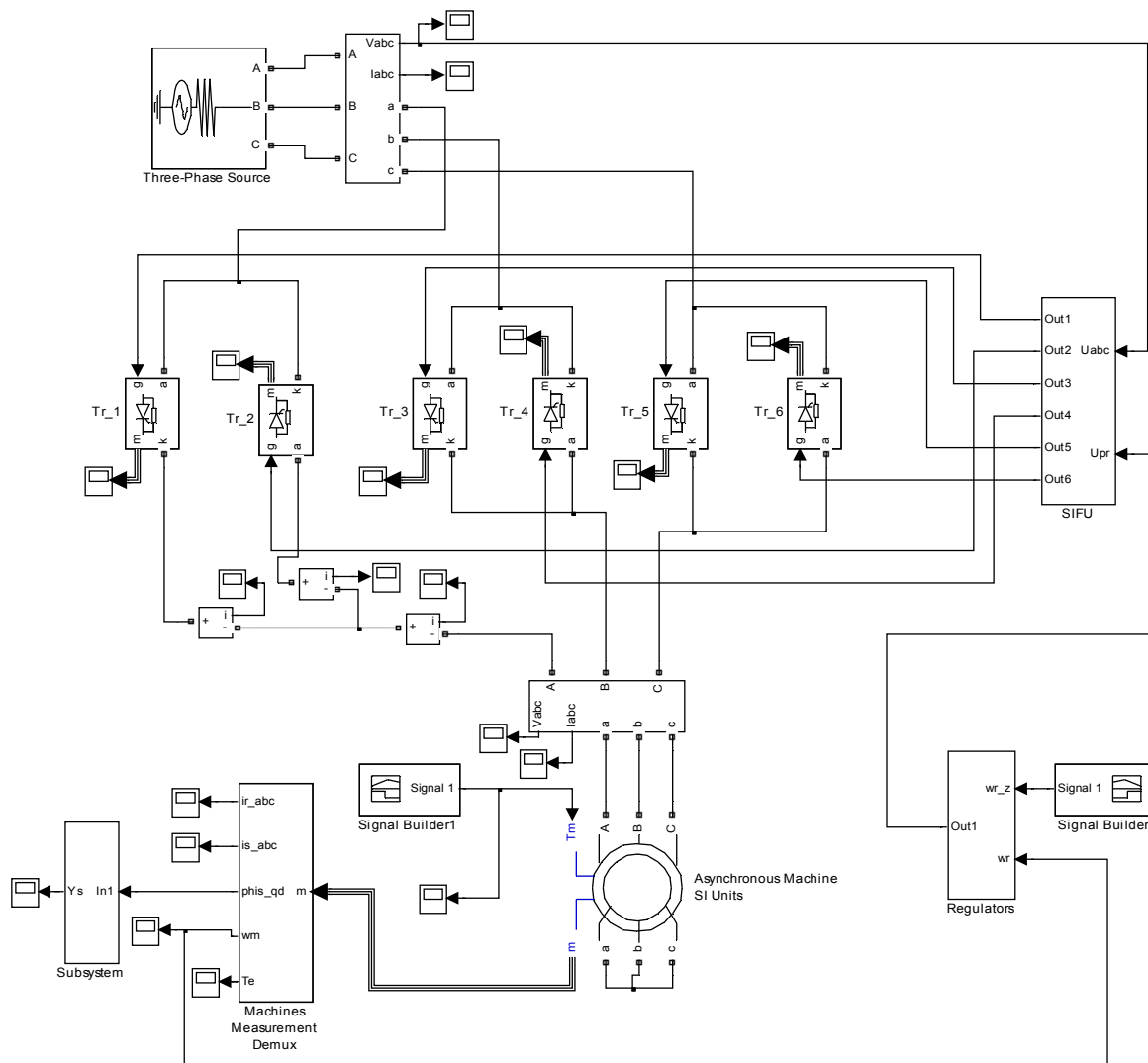


Рисунок 1 – Система імпульсно-фазового керування тиристорами

напруг на виході ТРН навпаки фіксуються лінійні напруги. Схема SIFU представлена на рис.2. Сигнал керування в блок SIFU надходить із виходу внутрішнього регулятора.

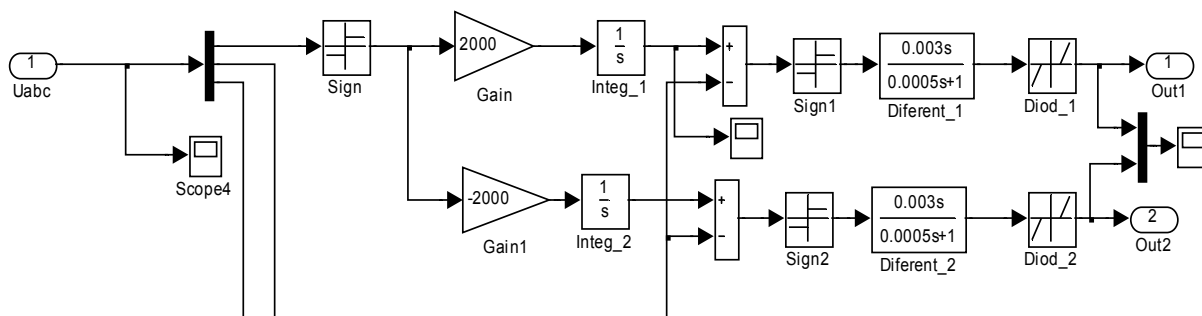


Рисунок 2 – Математична модель системи тиристорний регулятор напруги – АД

Живлення обмоток статора від регулятора напруги здійснюється таким чином, що при ковзаннях ротора, відмінних від нуля, магнітний потік, створюваний струмами ротора, обертається із синхронною швидкістю й, таким чином, нерухомий щодо маг-

нітного потоку статора. Після перетворень, що полягають у заміні потокозчеплень струмами й розв'язку рівнянь щодо перших похідних струмів, система рівнянь АМ в осях а, в, с прийме наступний вигляд [1]:

$$\begin{cases} u_{sa} = (R_s + Dx_s)i_{sa} + x_{ms}Di_{sb} + x_{ms}Di_{sc} + x_mDi'_{ra} - \frac{1}{2}x_mDi'_{rb} - \frac{1}{2}x_mDi'_{rc}; \\ u_{sb} = x_{ms}Di_{sa} + (R_s + Dx_s)i_{sb} + x_{ms}Di_{sc} - \frac{1}{2}x_mDi'_{ra} + x_mDi'_{rb} - \frac{1}{2}x_mDi'_{rc}; \\ u_{sc} = x_{ms}Di_{sa} + x_{ms}Di_{sb} + (R_s + Dx_s)i_{sc} - \frac{1}{2}x_mDi'_{ra} - \frac{1}{2}x_mDi'_{rb} + x_mDi'_{rc}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} u'_{ra} = x_mDi_{sa} - x_m\left(\frac{1}{2}D - \frac{\sqrt{3}}{2}\omega\right)i_{sb} - x_m\left(\frac{1}{2}D + \frac{\sqrt{3}}{2}\omega\right)i_{sc} + \\ + (R_r + Dx_r)i'_{ra} + [x_{mr}D + \frac{\omega}{\sqrt{3}}(x_r - x_{mr})]i'_{rb} + [x_{mr}D - \frac{\omega}{\sqrt{3}}(x_r - x_{mr})]i'_{rc}; \\ u'_{rb} = -x_m\left(\frac{1}{2}D + \frac{\sqrt{3}}{2}\omega\right)i_{sa} + x_mDi_{sb} - x_m\left(\frac{1}{2}D - \frac{\sqrt{3}}{2}\omega\right)i_{sc} + \\ + [x_{mr}D - \frac{\omega}{\sqrt{3}}(x_r - x_{mr})]i'_{ra} + (R_r + Dx_r)i'_{rb} + [x_{mr}D + \frac{\omega}{\sqrt{3}}(x_r - x_{mr})]i'_{rc}; \\ u'_{rc} = -x_m\left(\frac{1}{2}D - \frac{\sqrt{3}}{2}\omega\right)i_{sa} - x_m\left(\frac{1}{2}D - \frac{\sqrt{3}}{2}\omega\right)i_{sb} + x_mDi_{sc} \\ + [x_{mr}D + \frac{\omega}{\sqrt{3}}(x_r - x_{mr})]i'_{ra} + [x_{mr}D - \frac{\omega}{\sqrt{3}}(x_r - x_{mr})]i'_{rb} + (R_r + Dx_r)i'_{rc}. \end{cases}$$

Рівняння моменту записане через реальні величини

$$M_e = \frac{\sqrt{3}}{2} Mp [i'_{sa}(i'_{rc} - i'_{rb}) + i'_{sb}(i'_{ra} - i'_{rc}) + i'_{sc}(i'_{rb} - i'_{ra})],$$

а в відносних одиницях, поділивши на  $M_{e\delta} = \frac{3}{2} p \frac{U_{\delta} \cdot I_{\delta}}{\omega_{\delta}}$ , маємо

$$\mu_e = \frac{x_m}{\sqrt{3}} [i_{sa}(i'_{rc} - i'_{rb}) + i_{sb}(i'_{ra} - i'_{rc}) + i_{sc}(i'_{rb} - i'_{ra})].$$

Схема формування керуючих імпульсів для тиристора синхронізується з живильною мережею. Для цього з вимірника напруги мережі сигнал подається на компаратор Sign і далі через підсилювач – на інтегратор.

Ці блоки становлять генератор однополярної пілкоподібної напруги з періодом, що дорівнює періоду напруги джерела живлення. Рівень сигналу (0-10В) блоку Constant1 визначає величину кута керування тиристором. Далі суматор, компаратор Sign1, диференціатор Transfer Fcp являють собою устрої формування керуючих імпульсів, з яких необхідні тільки імпульси позитивної полярності. Нелінійний елемент Dead

Zone відіграє роль діода, що не пропускає на керуючий електрод тиристора імпульси негативної полярності. Таким чином, система керування тиристором побудована по вертикальному принципу.

Регулятор швидкості настроєний на симетричний оптимум [1]. Блок регуляторів Regulators складається зі схеми регулятора швидкості АМ. Рівні всіх обмежень  $\pm 10\text{В}$ , коефіцієнт зворотного зв'язку по швидкості розрахований, виходячи з того, що АМ має дві пари полюсів. Коефіцієнти пропорційної й інтегральної частин Пі-регулятора швидкості підбираються експериментальним шляхом у процесі настроювання моделі. Блок Signal Builder формує сигнал завдання швидкості й при плавному пуску являє собою задатчик інтенсивності наростання швидкості. Швидкість АМ за 1-2 секунди повинна зрости від нуля до рівня, на 10% нижчого від синхронної швидкості. Потім стрибкоподібно прикладається момент статичного навантаження, що приблизно дорівнює половині номінального моменту АМ. Далі по сигналу завдання здійснюється зниження швидкості до  $0.7\omega_0$ . Цих режимів роботи досить для дослідження ТРН як пристрою плавного пуску асинхронного двигуна й регулювання його швидкості в невеликому діапазоні 1.5:1.

**Висновки.** Моделювання складної системи зі змінною структурою з урахуванням перехідних процесів не тільки в електричній машині, але й у тиристорному перетворювачі дозволяє вивчити динамічні режими у всіх елементах електропривода (рис.3-6).

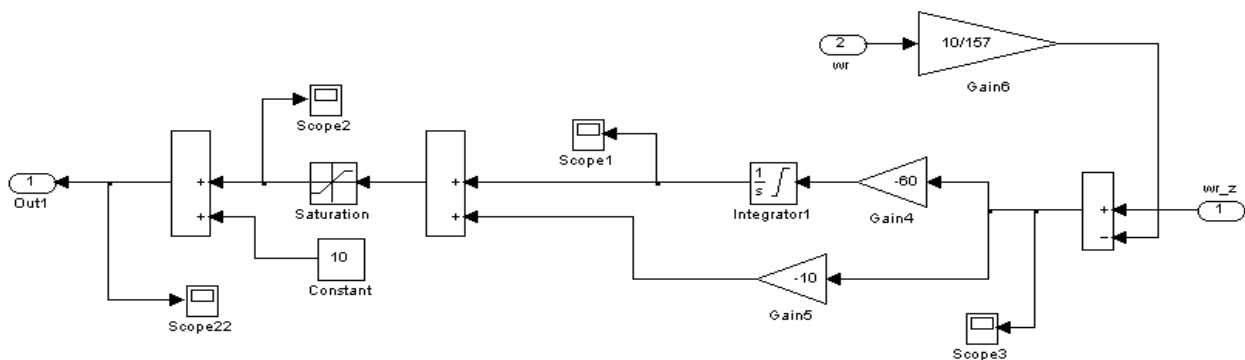


Рисунок 3 – Схема набору моделі регулятора напруги

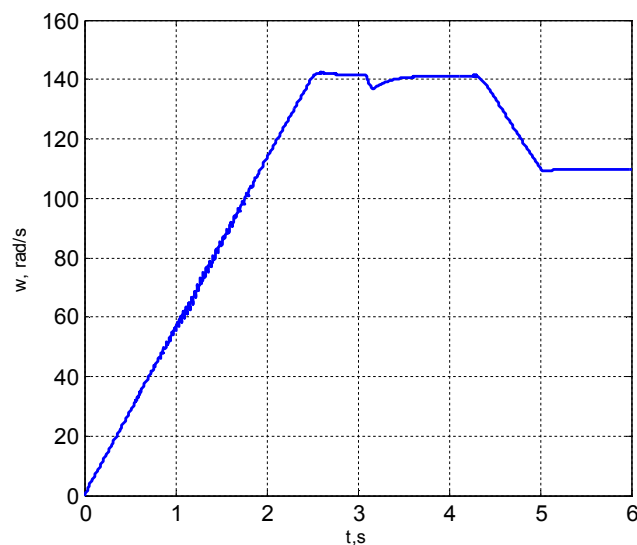


Рисунок 4 – Перехідний процес по швидкості в системі тиристорний регулятор напруги – асинхронний двигун



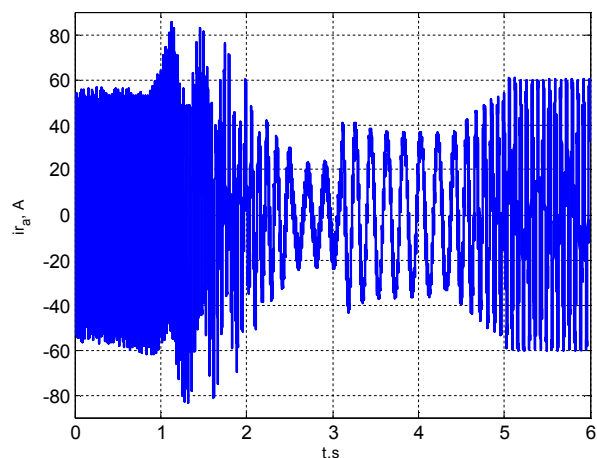


Рисунок 5 – Струм статора фази А

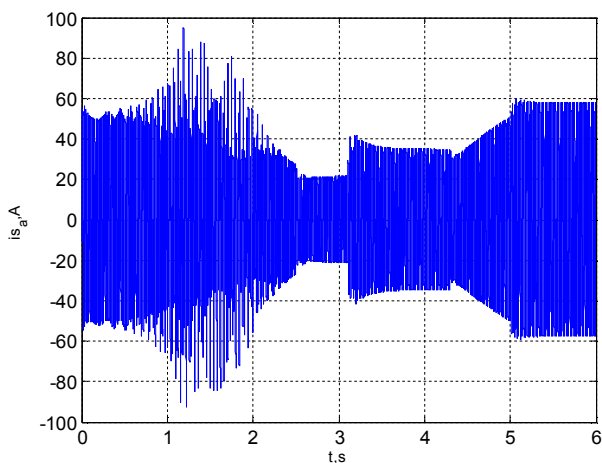


Рисунок 6 – Струм фази ротора

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Войтех А.А. Исследование асинхронных двигателей с переменным составом гармоник поля / Войтех А.А., Сторожко С.П. – К.: Препринт ИЭД АН УССР. – 1974. – 60с.
2. Сторожко С.П. Дослідження динамічних режимів АД з індукційними опорами в роторних колах / Сторожко С.П., Сліпченко І.А. // Збірник наукових праць Дніпродзержинського державного технічного університету (технічні науки). – Дніпродзержинськ: ДДТУ. – 2009. – Випуск 3 (13). – С.114-121.

*Надійшла до редколегії 07.09.2015.*